

## Bileşen serpiştirmeli seçimli kodlamalı işbirliği

Özgür ORUÇ\*, Ümit AYGÖLÜ

İTÜ Fen Bilimleri Enstitüsü, Telekomünikasyon Mühendisliği Programı, 34469, Ayazağa, İstanbul

### Özet

Çeşitleme teknikleri telsiz iletişim sistemlerinin sönmlemeli kanallardaki hata başarımlarını arttırmak amacıyla yaygın olarak kullanılmaktadır. Bu çalışmada telsiz iletişim sistemlerinde modülasyon çeşitlemesi ve işbirlikli çeşitleme yöntemlerini, her iki yöntemin sisteme sağladığı kazançlardan da kayıp vermeden birlikte kullanabilen yeni kodlamalı işbirlikli yapıların tasarlanması amaçlanmıştır. İletim ve/veya alım için tek antene sahip iki kullanıcıli telsiz iletişim sistemleri için klasik işbirlikli iletişim yöntemlerinden daha yüksek çeşitleme ve kodlama kazançları sağlayan bileşen serpiştirmeli seçimli kodlamalı işbirliği yöntemi önerilmiştir. Önerilen yöntem için kullanıcılarda ve hedef alıcıda işbirliği durumuna bağlı olarak verilen kararlar için çiftsel hata olasılığı üst sınırları analitik olarak elde edilmiştir. Ulaşılan çiftsel hata olasılığı üst sınır ifadelerinden önerilen işbirlikli sistemler için kullanıcılarda ve hedef alıcıda hata başarımlarını eniyileyecek kod tasarım ölçütleri belirlenmiştir. Bu ölçütlere dayanarak bilgisayar destekli kafes kod arama yöntemleri ile 4PSK modülasyonu için 1/2 kodlama oranına ve %50 işbirliği oranına sahip 4, 8 ve 16-durumlu yeni işbirlikli kafes kodlar tasarlanmıştır. Yeni kodların hata başarımları incelenerek kod tasarım ölçütlerinin değerlendirilmesi yapılmış, yeni kodlarla eşdeğer özelliklere sahip literatürde bilinen en iyi uzay-zaman kafes kodların önerilen bileşen serpiştirmeli seçimli kodlamalı işbirlikli sistemlerde başarımları incelenerek yeni kodların üstünlükleri ortaya konmuştur. Ek olarak, önerilen işbirlikli sistem için bit hata olasılığının üst sınırı aktarım işlevleri yardımıyla çiftsel hata olasılık ifadelerinden elde edilmiş, benzetim sonuçlarıyla tutarlılığı gösterilmiştir.

**Anahtar Kelimeler:** Telsiz iletişim, işbirlikli çeşitleme, bileşen serpiştirme, kafes kodlar.

\*Yazışmaların yapılacağı yazar: Özgür ORUÇ. orucoz@itu.edu.tr; Tel: (212) 285 35 62.

Bu makale, birinci yazar tarafından İTÜ Fen Bilimleri Enstitüsü, Telekomünikasyon Mühendisliği Programı'nda tamamlanmış olan "Telsiz iletişim sistemleri için bileşen serpiştirmeli işbirlikli çeşitleme teknikleri" adlı doktora tezinden hazırlanmıştır. Makale metni 14.10.2009 tarihinde dergiye ulaşmış, 23.12.2009 tarihinde basım kararı alınmıştır. Makale ile ilgili tartışmalar 30.06.2011 tarihine kadar dergiye gönderilmelidir.

Bu makaleye "Oruç, Ö., Aygözü, Ü., (2011) 'Bileşen serpiştirmeli seçimli kodlamalı işbirliği', İTÜ Dergisi/D Mühendislik, 10: 1, 153-164" şeklinde atıf yapabilirsiniz.

## Coordinate interleaved selective coded cooperation

### Extended abstract

*Spatial diversity techniques are extensively used to enhance wireless system performance against deterioration caused by fading, since it needs neither extra transmission time nor bandwidth expansion. The link performance is enhanced by conveying the information signal to the destination over more than one ideally independent fading signal paths in space, time or frequency, through the use of a transmit antenna array. Although this is a reasonable approach for the base station, it may be impractical for the mobile unit due to the size or cost limitations which prevent the use of multiple antennas. To overcome this problem, cooperative communication is proposed with various aspects in (Laneman, 2002). In general, users with single antenna share their antennas which form a virtual antenna array. Each user transmits its own signals to both the destination and the partner(s). Each partner retransmits the received or some version of these signals to the destination to provide spatial diversity in a distributed fashion by means of a virtual multiple antennas transmission. The main difficulty compared to the classical spatial diversity is that the user-to-partner (interuser) channel is noisy and the cooperation system should be designed by taking into account that the received information by the partner may be erroneous. However, it is shown that the cooperation improves the robustness of the wireless system against fading and allows higher data rates.*

*Two main cooperation methods are amplify-and-forward (AF) and decode-and-forward (DF). In AF, cooperating user receives the noisy signal from its partner and retransmits it after amplification. Signals from the user and its partner are combined at the destination to determine transmitted data bits. In DF, the cooperating user decodes the signal received from its partner before retransmitting using the same code. Both of these methods guarantee full diversity for two-user case when the interuser channel fading coefficients are known at the destination. It is shown that they increase the channel capacity and improve the system performance in terms of outage probability. However, these schemes can be interpreted as an instance of the repetition coding and therefore bandwidth inefficient. A different approach combining classical channel coding with cooperative*

*diversity is the coded cooperation (Hunter et al., 2006) where instead of repeating the same codeword, the partner provides an additional redundancy to the coding scheme of the user it cooperates. Dividing the codeword of each user into two parts, the first part is transmitted by the user itself and second part by its partner after an error detection to avoid error propagation which becomes serious when the interuser signal-to-noise ratio (SNR) is low. When a user erroneously detects the first part of its partner's codeword, the second part of its own codeword will be transmitted.*

*On the other hand, coordinates of the modulated symbols are affected from independent fading coefficients when they are suitably interleaved before transmission. In the literature, this kind of diversity and the corresponding interleaving method were named "modulation diversity" and "coordinate interleaving" (CI) (Boutros et al., 1998), respectively. For multi-dimensional modulation schemes, achievable diversity order is the minimum number of distinct coordinates of distinct symbol pairs in the constellation. With suitably rotated M-PSK constellations, both coordinates of distinct symbol pairs become different, thus the maximum modulation diversity order of two is achieved with CI.*

*In this study, we propose a coordinate interleaved selective coded cooperation scheme based on suitable combination of the modulation and cooperative diversity techniques. We derive upper bounds on the pairwise error probability of the new scheme for each cooperation case and obtain code design criteria based on these upper bounds. 4-, 8-, 16-state QPSK cooperative trellis codes which significantly improve the system error performance compared to the corresponding best space-time trellis codes (Vucetic et al., 2003) used in cooperation with CI, are proposed. In order to upper bound the bit error probability (BEP) of the proposed schemes, the union bounding technique using generating functions is applied. As this technique produces very loose upper bounds especially for quasi-static Rayleigh fading channels, a modified upper bounding approach previously given in (Malkamaki et al., 1999) is considered which limits the conditional union upper bound on the BEP before averaging over related fading coefficients.*

**Keywords:** *Wireless communication, cooperative diversity, coordinate interleaved, trellis codes.*

## **Giriş**

Çeşitleme teknikleri telsiz iletişim sistemlerinin sönmülemeli kanallardaki hata başarımlarını arttırabilmek amacıyla yaygın olarak kullanılmaktadır. Çok sayıda alıcı ve/veya verici anten kullanan çeşitleyici yapıları ve bu yapılara uygun olarak tasarlanan kodlama teknikleri band verimliliğinden kayıp vermeden telsiz iletişim sistemlerinin başarımlarını önemli ölçülerde iyileştirmektedir. Verici çeşitlemesi özellikle hücreli sistemlerin baz istasyonları için uygulanabilir olmasına karşın, gezgin birimler için kullanımı boyut, maliyet ve donanım karmaşıklığı açısından uygun olmamaktadır.

Çok kullanıcı bir iletişim sisteminde tek antenli kullanıcıların birbirlerinin antenlerini kullanarak sanal olarak çok girişli ve çok çıkışlı iletişim sistemleri oluşturmaları sağlanabilir. Bu iletişim yöntemi işbirlikli iletişim, çeşitleme tekniği de işbirlikli çeşitleme olarak adlandırılmıştır (Laneman, 2002). Bu yapılarda her kullanıcı kendi işaretlerini hedefe ve birbirlerine iletmelerinin yanısıra bazı iletim dönemlerinde her kullanıcı uyguladıkları işbirliği yöntemlerine göre birbirlerinin iletimlerine destek olurlar. Ancak verici çeşitlemeli sistemlere göre işbirlikli çeşitlemenin en önemli eksiği kullanıcılararası kanalın bozucu etkileri nedeniyle kullanıcılararası kanaldaki başarımın sistemin genel başarımını etkilemesidir. Kullanıcıların işbirliği yaparken uygulayacakları işlemlere göre işbirlikli yöntemleri yükselt-ilet (AF) ve algıla-ilet (DF) olmak üzere iki ana grupta toplanmıştır. AF’de kullanıcılar birbirlerinin iletimlerinde sönmüleme ve gürültü etkisiyle oluşacak güç değişimlerini normalize etmeye, DF’de ise birbirlerinin iletimlerini sezerek yeniden iletmeye çalışırlar. Yineleme özellikleri nedeniyle iki yöntemde de band verimliliğinden kaybedilmektedir. Ayrıca AF’de başarımı iyileştirmek için kullanıcılararası kanalın istatistiksel özelliklerinin hedefte bilinmesi gerekmektedir. Bu sınırlamalar nedeniyle ve çok çeşitli tasarımlara açık olması nedeniyle kanal kodlama yöntemleri üzerinden gerçekleştirilen kodlamalı işbirliği (CC) son yıllarda fazlaca ilgi çekmektedir. DF ve CC’de destek veren kullanıcı diğer kullanıcının ilettiği simgelere hatalı karar verse bile işbirliğine devam et-

mektedir ve bu da hedefteki başarımı kötüleştirilmektedir. Kullanıcılararası kanalın işbirliğine elverişliliğine göre kullanıcıların işbirliği yapma yapmamaya karar verebildikleri seçimli işbirliği (SC) yöntemi ile bu problem aşılabilmektedir.

Kanal kodlama yöntemi üzerinden kullanıcıların seçimli olarak kodlamalı işbirliği yaptığı sistemde kullanıcılar kod sözcüklerini iki bölüme ayırmakta, ilk bölümü hedefe ve ortaklarına kendileri iletirken, ortaklar bu ilk bölüm hakkında verilen kararın doğruluğuna bağlı olarak ikinci bölümü hedefe ileterek işbirliği yapmaktadır (Hunter vd., 2006). Ortak, kullanıcının iletmek istediği kod sözcüğüne doğru karar verirse işbirliği yapmakta, hatalı karar verirse işbirliği yapmayarak, hedefe kendi kod sözcüğünün ikinci bölümünü yollamaktadır.

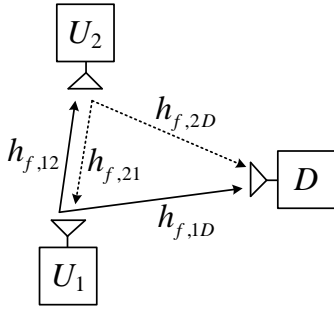
Modülasyon çeşitlemesi ise tek verici ve alıcı antenli sistemler ve kodlamasız çok boyutlu modülasyon gösterimleri için sönmülemeli kanallarda bandgenişliğinde bir kayba neden olmadan önemli kodlama kazançlarına ulaşılmasını sağlayan bir çeşitleme yöntemidir (Boutros vd., 1998). Modülasyon çeşitlemesinin temel düşüncesi döndürülmüş çok boyutlu modülasyonlu işaret kümesinden elde edilmiş simgelerin bileşenlerinin serpiştirilerek iletilmesidir. Bir simgenin gerçel ve sanal kısımlarının farklı sönmülemelerden etkilenmesi sağlanarak uygun döndürülmüş işaret kümeleri için tüm sistemin çeşitlemesi ve kodlama kazancı eniyileştirilebilmektedir.

Bu çalışmada modülasyon çeşitlemesi ve işbirlikli çeşitleme yöntemlerini, her iki yöntemin sisteme sağladığı kazançlardan da kayıp vermeden birlikte kullanabilen bileşen serpiştirmeli seçimli kodlamalı işbirliği yöntemi önerilmiş, çiftsel hata olasılığı ifadelerinden kod tasarım ölçütleri belirlenerek eniyi başarımı sağlayan işbirlikli kafes kodlar bulunmuş, başarımları bilgisayar benzetimleri ile incelemiştir.

## **Sistem modeli**

Aynı hedef alıcıya iletim yapan iki kullanıcı işbirlikli sistem modeli Şekil 1’de görülmektedir. Kullanıcılar  $U_1$ ,  $U_2$  ve hedef alıcı  $D$  iletim ve

alım için bir antene sahip birimlerdir. Kullanıcıların oluşabilecek girişim nedeniyle iletim ve alımlarını aynı anda ve aynı frekansta tek anten üzerinden gerçekleştiremedikleri ve iletimlerini dikgen çoklu erişim teknikleri ile gerçekleştirdikleri kabul edilmiştir. Kullanıcılarda CRC bitler eklenmiş bilgi bitlerinden  $R = k/n$  kodlama oranlı MTCM kodlayıcısı ile kodlanmış bitler elde edilmektedir.  $\theta^\circ$  döndürülmüş 4PSK işaret kümeleri kullanılarak kodlanmış bitlerden iletilecek simgelere geçiş yapılmaktadır.



Şekil 1. İşbirlikli sistem modeli

Hedeflenen işbirliği oranına göre kullanıcılar iletimlerini iki bölüme ayırırlar.  $T_{f,1}$  ve  $T_{f,2}$   $f$ . iletim çerçevesinin iki iletim aralığını belirtmek üzere, işbirliğinin  $T_{f,2}$ 'de yapılma kabulü nedeniyle işbirliği oranı  $T_{f,2}/T_f$ 'dir. Burada  $T_f$ ,  $f$ . iletim çerçevesinin toplam iletim aralığıdır ( $T_f = T_{f,1} + T_{f,2}$ ).  $i$ . kullanıcıdan ( $U_i$ )  $T_{f,t}$ 'de yapılan iletim sonucunda  $j$ . birimde (kullanıcılar veya hedef) alınan işaret dizisi  $\mathbf{r}_{f,t}^{(ij)} = h_{f,ij}\mathbf{s}_{f,t}^{(i)} + \mathbf{n}_{f,t}^{(ij)}$  şeklinde yazılabilir ( $i \in \{1,2\}$ ,  $t \in \{1,2\}$ ,  $j \in \{1,2,D\}$ ). Burada  $\mathbf{s}_{f,t}^{(i)}$  gelecek bölümde verilecek bileşen serpiştirmeli seçimli kodlamalı işbirliği yöntemine göre iletilen simge dizisi,  $h_{f,ij}$  sıfır ortalamalı boyut başına varyansı  $1/2$  olan karmaşık Gauss dağılımlı sönümlenme katsayısı ve  $\mathbf{n}_{f,t}^{(ij)}$  sıfır ortalamalı boyut başına varyansı  $N_0/2$  olan karmaşık Gauss dağılımlı katsayılarından oluşan toplamsal beyaz Gauss gürültü dizisidir. Bütün kanallar birbirlerinden bağımsız ve duruğumsu olarak kabul edilmektedir. Kullanıcılar arası kanalın simetrik olduğu ( $h_{f,12} = h_{f,21}$ ) ve bütün alıcıların kanal kat-

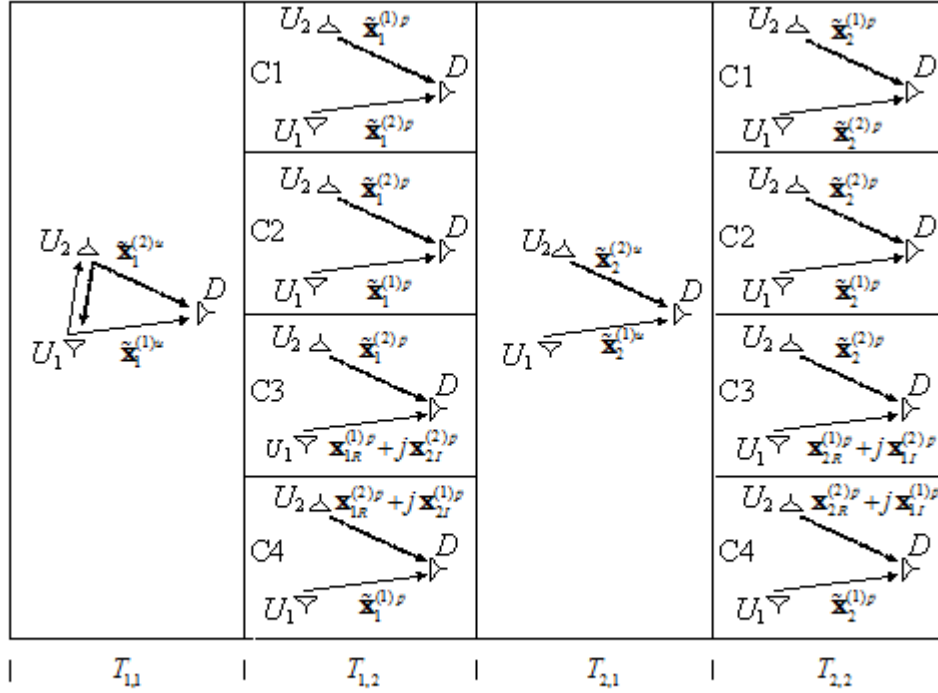
sayılarını yetkin bir biçimde bildiği varsayılmaktadır.  $(\cdot)^T$ ,  $(\cdot)^*$  ve  $\|\cdot\|$  ile sırasıyla evrik, evrik eşlenik ve Öklid uzaklığı işlemleri gösterilmektedir.

### Bileşen serpiştirmeli seçimli kodlamalı işbirliği yöntemi

Modülasyon çeşitlemesinden yararlanabilmek için farklı iki simgenin gerçel veya sanal bileşenlerinin farklı değerler alması gerekmekte ve bu ön koşul işaret kümelerinin uygun şekilde döndürülmesiyle sağlanabilmektedir. Ancak tam anlamıyla bir çeşitleme elde edebilmek için herhangi bir simgenin bileşenlerinin farklı sönümlenmelerden etkilenmesi sağlanmalıdır (Boutros vd., 1998). Bu sebeple bileşen serpiştirme işlemi farklı sönümlenmelerden etkilenen iletim aralıkları arasında yapılmalıdır. Duruğumsu sönümlenmeli kanal varsayımı altında bileşen serpiştirme işlemi birbirini izleyen iki çerçeve arasında yapılabilir. Matematiksel karmaşıklığı azaltmak için kullanıcılarda ve hedef birimde yapılacak bütün kod çözme işlemleri  $U_1$  için incelenecek, önerilen iletim yapıları birinci ve ikinci çerçeveler üzerinden açıklanacaktır.

$f$ . çerçevede  $U_i$ 'ye ait kodlanmış simge dizisi  $\mathbf{x}_f^{(i)}$  ile gösterildiğinde  $\mathbf{x}_f^{(i)}$ 'in bileşenleri serpiştirilmiş gösterilimi  $\tilde{\mathbf{x}}_f^{(i)}$ 'dir ( $f \in \{1,2\}$ ). Bileşen serpiştirme işlemi  $\tilde{\mathbf{x}}_1^{(i)} = \mathbf{x}_{1R}^{(i)} + j\mathbf{x}_{2I}^{(i)}$  ve  $\tilde{\mathbf{x}}_2^{(i)} = \mathbf{x}_{2R}^{(i)} + j\mathbf{x}_{1I}^{(i)}$  şeklinde uygulanmaktadır. Burada  $\mathbf{x}_{jR}^{(i)}$  ve  $\mathbf{x}_{jI}^{(i)}$ ,  $\mathbf{x}_f^{(i)}$ 'in sırasıyla gerçel ve sanal bileşenleridir.  $U_i$   $\mathbf{x}_f^{(i)}$ 'i, silinmemiş  $\mathbf{x}_f^{(i)u}$  ve silinmiş  $\mathbf{x}_f^{(i)p}$  simge dizileri olmak üzere düşünülen işbirliği oranına göre iki bölüme ayırır.  $\mathbf{x}_f^{(i)u}$  ve  $\mathbf{x}_f^{(i)p}$ 'nin bileşen serpiştirilmiş gösterimleri sırasıyla  $\tilde{\mathbf{x}}_f^{(i)u}$  ve  $\tilde{\mathbf{x}}_f^{(i)p}$ 'dir.

Önerilen işbirliği yöntemi için işaretleşme modeli Şekil 2'de gösterilmektedir. Kullanıcılar 1. ve 2. çerçeve bilgilerini içeren  $\tilde{\mathbf{x}}_1^{(i)u}$  simge dizilerini  $T_{1,1}$ 'de birbirlerine ve hedefe iletirler. Her



Şekil 2. Bileşen serpiştirmeli seçimli kodlamalı işbirliği yöntemi

simgenin gerçel ve sanal bileşenleri döndürülmüş işaret kümeleri için farklı olmaktadır, böylece her simge sadece gerçel ya da sanal bileşenlerinden elde edilebilmektedir.  $U_1$  ve  $U_2$ , birbirlerinin 1. ve 2. çerçeve bilgi bitlerini sırasıyla  $T_{1,1}$ 'deki iletimlerinden  $\mathbf{x}_{1R}^{(i)u}$  ve  $\mathbf{x}_{2I}^{(i)u}$ 'nin kararlarına bağlı olarak elde etmektedir.  $T_{1,1}$  sonunda  $U_1$ 'den  $U_2$ 'ye iletilen simge dizisi  $U_2$ 'de  $\mathbf{r}_{1,1}^{(12)} = h_{1,12}\mathbf{s}_{1,1}^{(1)} + \mathbf{n}_{1,1}^{(12)}$  şeklinde alınır ( $\mathbf{s}_{1,1}^{(1)} = \tilde{\mathbf{x}}_1^{(1)u} = \mathbf{x}_{1R}^{(1)u} + j\mathbf{x}_{2I}^{(1)u}$ ).  $\mathbf{x}_{1R}^{(1)u}$  ve  $\mathbf{x}_{2I}^{(1)u}$ 'ya ters bileşen serpiştirme uygulamadan

$$\hat{\mathbf{x}}_{1R}^{(1)u} = \arg \min_{\hat{\mathbf{x}}_{1R}^{(1)u}} \left| \mathbf{r}_{1,1}^{(12)} - h_{1,12}\hat{\mathbf{x}}_{1R}^{(1)u} \right|^2$$

$$\hat{\mathbf{x}}_{2I}^{(1)u} = \arg \min_{\hat{\mathbf{x}}_{2I}^{(1)u}} \left| \mathbf{r}_{1,1}^{(12)} - jh_{1,12}\hat{\mathbf{x}}_{2I}^{(1)u} \right|^2$$
(1)

ile birbirlerinden bağımsız olarak karar verilebilir. Burada enküçükleme  $\hat{\mathbf{x}}_{1R}^{(1)u}$  ve  $\hat{\mathbf{x}}_{2I}^{(1)u}$  simge dizilerinin olası değerleri üzerinden gerçekleştirilmektedir. Enküçükleme sırasında gözönüne alınan olası simge dizi sayısı Viterbi Algoritması ile azaltılmaktadır. CRC bitler kontrol edilerek  $\mathbf{x}_{1R}^{(1)u}$  ve  $\mathbf{x}_{2I}^{(1)u}$  simge dizilerinin doğru çözüldüğüne ( $\hat{\mathbf{x}}_{1R}^{(1)u} = \mathbf{x}_{1R}^{(1)u}$  ve  $\hat{\mathbf{x}}_{2I}^{(1)u} = \mathbf{x}_{2I}^{(1)u}$ ) karar verilirse

$U_2$ ,  $T_{1,2}$  ve  $T_{2,2}$  iletim aralıklarında  $U_1$ 'in bileşenleri serpiştirilmiş silinmiş simge dizilerini işbirliği yöntemi uyarınca iletir. Aksi takdirde kendi bileşenleri serpiştirilmiş silinmiş simge dizilerini iletir. Bu süreç  $U_1$ 'de de aynen uygulanmaktadır.  $T_{2,1}$  iletim aralığında ise kullanıcılar kendilerinin  $\tilde{\mathbf{x}}_2^{(i)u}$  simge dizilerini  $D$ 'ye iletirler.

Kullanıcılar birbirinden bağımsız şekilde işbirliğinde bulunabildiklerinden dört farklı işbirliği durumu oluşmaktadır (Şekil 2):

- C1: iki kullanıcının da işbirliği yaptığı durum,
- C2: iki kullanıcının da işbirliği yapmadığı durum,
- C3: sadece  $U_1$ 'in işbirliği yaptığı durum
- C4: sadece  $U_2$ 'nin işbirliği yaptığı durum.

C3 ve C4'de, işbirliği yapan kullanıcının kendine ait başarımı düşürmemek için, işbirliğini sadece simgelerin sanal bileşenlerinde gerçekleştirilmekte ve gerçel kısımlarında her kullanıcı kendi silinmiş simge dizilerini iletmektedir. Kullanıcılar  $T_{1,2}$  iletim aralığının başında işbir-

liği durumlarını işbirliği bayrak biti yayınlara-  
rak ilan ederler. Kullanıcıların ve hedefin işbir-  
liği durumunu işbirliği bayrak bitinden doğru  
olarak bildikleri varsayılmıştır.

Önerilen işbirliği yönteminde gerçekleşen işbir-  
liği durumlarına göre hedef alıcıda uygun kod  
çözme metrikleri kullanılarak  $U_1$  ve  $U_2$  'nin bi-  
rinci ve ikinci çerçevelerdeki iletimlerine karar  
verilebilir. Hedef alıcıda  $\mathbf{x}_1^{(1)}$  'in kararında kulla-  
nılacak karar metrikleri farklı işbirliği durumları  
için Tablo 1 'de verilmektedir.  $U_2$  'nin iletimleri  
de benzer metriklerle elde edilebilir.

### Başarım analizi

Analizlerde genel yapıyı bozmadan sadece  
 $U_1$  'in iletimi göz önünde bulundurulmaktadır ve  
(1) üst indisi ifadelerden çıkarılmıştır.

### Çiftsel hata olasılığı

$\mathbf{x}_f$  simge dizisi iletildiğinde alıcıda (ortak veya  
hedef) hatalı olarak karar verilmiş simge dizisi  $\mathbf{y}_f$   
olmak üzere, koşullu çiftsel hata olasılığı

$$P(\mathbf{x}_f \rightarrow \mathbf{y}_f | \mathbf{h}) = Q \left( \sqrt{\frac{D_h^2(\mathbf{x}_f, \mathbf{y}_f) E_s}{2N_0}} \right) \quad (2)$$

şeklinde ifade edilebilir. Burada  $\mathbf{h}$  kanal sö-  
nümleme katsayıları vektörünü,  $E_s$  ortalama  
simge enerjisini,  $N_0$  karmaşık toplamsal beyaz

Gauss gürültü varyansını,  $Q(\cdot)$  Gauss  $Q$  işlevini  
ve  $D_h^2(\mathbf{x}_f, \mathbf{y}_f)$  ise  $\mathbf{x}_f$  ile  $\mathbf{y}_f$  arasındaki ağırlık-  
landırılmış karesel Öklid uzaklığını göstermek-  
tedir.  $\gamma = \frac{E_s}{4N_0}$  olmak üzere,  $Q(x) \leq \frac{1}{2} e^{-x^2/2}$  eşit-  
sizliği yardımıyla (2)

$$P(\mathbf{x}_f \rightarrow \mathbf{y}_f | \mathbf{h}) \leq \frac{1}{2} \exp(-\gamma D_h^2(\mathbf{x}_f, \mathbf{y}_f)) \quad (3)$$

şeklinde üstten sınırlandırılabilir. (3)'teki koşul-  
lu olasılık ifadesi  $\mathbf{h}$  üzerinden ortalaması alına-  
rak koşulsuz hale getirilebilir.  $\mathbf{x}_f$  ve  $\mathbf{y}_f$  satır

vektörleri ise  $d_{JR}^u = (\mathbf{x}_{JR}^u - \mathbf{y}_{JR}^u)(\mathbf{x}_{JR}^u - \mathbf{y}_{JR}^u)^T$  ve  
 $d_{JR}^p = (\mathbf{x}_{JR}^p - \mathbf{y}_{JR}^p)(\mathbf{x}_{JR}^p - \mathbf{y}_{JR}^p)^T$  sırasıyla  $\mathbf{x}_f$  ve  
 $\mathbf{y}_f$  'in silinmemiş ve silinmiş gerçel bileşenleri  
arasındaki karesel Öklid uzaklıklarıdır. Gerçel  
bileşenler için toplam karesel Öklid uzaklığı  
 $d_{JR}^r = d_{JR}^u + d_{JR}^p$  ile hesaplanır.  $d_{JR}^u$ ,  $d_{JR}^p$  ve  $d_{JR}^r$   
ifadelerinde karesel uzaklık üst indisi <sup>2</sup> gösteri-  
lim karmaşıklığını önlemek için kullanılmamak-  
tadır. Sanal bileşenler için de karesel Öklid  
uzaklıkları benzer şekilde elde edilebilir.

Kullanıcılararası kanalın başarımı kullanıcılarda  
yapılan kod çözme işlemine bağlıdır. Kullanıcı-  
lar birbirlerinin  $T_{1,1}$  'de ilettikleri kodları çözer-  
ken kullandıkları (1)'de verilen kod çözme met-  
riklerinden, 1. ve 2. çerçeveler için ağırlıklandı-  
rılmış karesel Öklid uzaklıkları sırasıyla

$$D_h^2(\mathbf{x}_1, \mathbf{y}_1) = d_{1R}^u |h_{1,12}|^2 \quad (4)$$

$$D_h^2(\mathbf{x}_2, \mathbf{y}_2) = d_{2I}^u |h_{2,12}|^2$$

şeklinde yazılabilir. (3) ve (4) ile elde edilen  
ifadelerin  $\mathbf{h} = [h_{1,12}, h_{2,12}]$  üzerinden ortalaması  
alınarak  $\mathbf{x}_1$  ve  $\mathbf{x}_2$  için çiftsel hata olasılığı üst  
sınırları sırasıyla

$$P(\mathbf{x}_1 \rightarrow \mathbf{y}_1) \leq \frac{1}{2} \left( \frac{1}{1 + d_{1R}^u \gamma} \right)$$

$$P(\mathbf{x}_2 \rightarrow \mathbf{y}_2) \leq \frac{1}{2} \left( \frac{1}{1 + d_{2I}^u \gamma} \right) \quad (5)$$

ile elde edilebilir. (5)'den, bütün olası  $(\mathbf{x}_1, \mathbf{y}_1)$   
ve  $(\mathbf{x}_2, \mathbf{y}_2)$  ikilileri üzerinden  $d_{1R}^u$  ve  $d_{2I}^u$  uzak-  
lıklarının en küçük değerlerinin enbüyüklenmesi  
ile kullanıcılararası kanal başarımının iyileştiri-  
lebileceği görülmektedir.

Hedefte  $U_1$  'in birinci çerçeve iletiminin çiftsel  
hata olasılığının üst sınırının elde edilmesinde  
kullanılan ağırlıklandırılmış karesel Öklid uzak-  
lıkları ve (3)'ün  $\mathbf{h} = [h_{1,1D}, h_{1,2D}, h_{2,1D}, h_{2,2D}]$

Tablo 1. Hedef alıcıda işbirliği durumlarına göre kod çözme metrikleri

C1:	$m_1^{(1)} = \left  \mathbf{r}_{1,1}^{(1D)} - h_{1,1D} \mathbf{x}_{1R}^{(1)u} \right ^2 + \left  \mathbf{r}_{2,1}^{(1D)} - j h_{2,1D} \mathbf{x}_{1I}^{(1)u} \right ^2 + \left  \mathbf{r}_{1,2}^{(2D)} - h_{1,2D} \mathbf{x}_{1R}^{(1)p} \right ^2 + \left  \mathbf{r}_{2,2}^{(2D)} - j h_{2,2D} \mathbf{x}_{1I}^{(1)p} \right ^2$
C2:	$m_1^{(1)} = \left  \mathbf{r}_{1,1}^{(1D)} - h_{1,1D} \mathbf{x}_{1R}^{(1)u} \right ^2 + \left  \mathbf{r}_{2,1}^{(1D)} - j h_{2,1D} \mathbf{x}_{1I}^{(1)u} \right ^2 + \left  \mathbf{r}_{1,2}^{(1D)} - h_{1,1D} \mathbf{x}_{1R}^{(1)p} \right ^2 + \left  \mathbf{r}_{2,2}^{(1D)} - j h_{2,1D} \mathbf{x}_{1I}^{(1)p} \right ^2$
C3:	$m_1^{(1)} = \left  \mathbf{r}_{1,1}^{(1D)} - h_{1,1D} \mathbf{x}_{1R}^{(1)u} \right ^2 + \left  \mathbf{r}_{2,1}^{(1D)} - j h_{2,1D} \mathbf{x}_{1I}^{(1)u} \right ^2 + \left  \mathbf{r}_{1,2}^{(1D)} - h_{1,1D} \mathbf{x}_{1R}^{(1)p} \right ^2$
C4:	$m_1^{(1)} = \left  \mathbf{r}_{1,1}^{(1D)} - h_{1,1D} \mathbf{x}_{1R}^{(1)u} \right ^2 + \left  \mathbf{r}_{2,1}^{(1D)} - j h_{2,1D} \mathbf{x}_{1I}^{(1)u} \right ^2 + \left  \mathbf{r}_{2,2}^{(2D)} - j h_{2,2D} \mathbf{x}_{1I}^{(1)p} \right ^2 + \left  \mathbf{r}_{1,2}^{(1D)} - h_{1,1D} \mathbf{x}_{1R}^{(1)p} \right ^2 + \left  \mathbf{r}_{2,2}^{(1D)} - j h_{2,1D} \mathbf{x}_{1I}^{(1)p} \right ^2$

Tablo 2. Hedef alıcıda işbirliği durumlarına göre ağırlıklandırılmış karesel Öklid uzaklıkları ve çiftsel hata olasılığı üst sınırları

C1	$D_{\mathbf{h}}^2(\mathbf{x}_1, \mathbf{y}_1) = d_{1R}^u  h_{1,1D} ^2 + d_{1I}^u  h_{2,1D} ^2 + d_{1R}^p  h_{1,2D} ^2 + d_{1I}^p  h_{2,2D} ^2$ $P(\mathbf{x}_1 \rightarrow \mathbf{y}_1) \leq \frac{1}{2} \left( \frac{1}{1 + d_{1R}^u \gamma} \right) \left( \frac{1}{1 + d_{1I}^u \gamma} \right) \left( \frac{1}{1 + d_{1R}^p \gamma} \right) \left( \frac{1}{1 + d_{1I}^p \gamma} \right)$
C2	$D_{\mathbf{h}}^2(\mathbf{x}_1, \mathbf{y}_1) = d_{1R}^{\tau}  h_{1,1D} ^2 + d_{1I}^{\tau}  h_{2,1D} ^2$ $P(\mathbf{x}_1 \rightarrow \mathbf{y}_1) \leq \frac{1}{2} \left( \frac{1}{1 + d_{1R}^{\tau} \gamma} \right) \left( \frac{1}{1 + d_{1I}^{\tau} \gamma} \right)$
C3	$D_{\mathbf{h}}^2(\mathbf{x}_1, \mathbf{y}_1) = d_{1R}^{\tau}  h_{1,1D} ^2 + d_{1I}^u  h_{2,1D} ^2$ $P(\mathbf{x}_1 \rightarrow \mathbf{y}_1) \leq \frac{1}{2} \left( \frac{1}{1 + d_{1R}^{\tau} \gamma} \right) \left( \frac{1}{1 + d_{1I}^u \gamma} \right)$
C4	$D_{\mathbf{h}}^2(\mathbf{x}_1, \mathbf{y}_1) = d_{1R}^{\tau}  h_{1,1D} ^2 + d_{1I}^{\tau}  h_{2,1D} ^2 + d_{1I}^p  h_{2,2D} ^2$ $P(\mathbf{x}_1 \rightarrow \mathbf{y}_1) \leq \frac{1}{2} \left( \frac{1}{1 + d_{1R}^{\tau} \gamma} \right) \left( \frac{1}{1 + d_{1I}^{\tau} \gamma} \right) \left( \frac{1}{1 + d_{1I}^p \gamma} \right)$

üzerinden ortalaması alınarak elde edilen çiftsel hata olasılığı üst sınırları dört işbirliği durumu için Tablo 2’de verilmektedir. Birinci çerçeve için verilen çiftsel hata olasılığı üst sınır ifadeleri ikinci çerçeve için de benzer şekilde yazılabilir.  $\gamma \gg 1$  ise önerilen işbirliği yöntemindeki bütün işbirliği durumları için çiftsel hata olasılığı üst sınır ifadeleri

$$P(\mathbf{x}_1 \rightarrow \mathbf{y}_1) \leq \frac{1}{2} \gamma^{-\eta} \prod_{(q,w) \in \rho} (d_{1q}^w)^{-1} \quad (6)$$

ile ifade edilebilir. Burada  $q \in \{R, I\}$  ve  $w \in \{u, p, \tau\}$  olmak üzere, ilgili işbirliği durumu için çiftsel hata olasılığı üst sınır ifadelerinde bulunan ve  $d_{1q}^w \neq 0$  eşitsizliğini sağlayan bütün  $(q, w)$  ikililerini içeren küme  $\rho$  ile gösterilmiştir.  $\rho$  kümesinin eleman sayısı  $\eta$  olmak üzere, (6)  $\gamma^{-\eta}$  ile ters orantılıdır. Bu nedenle  $\eta$  söz konusu işbirliği durumu için çeşitleme derecesini göstermektedir.

Tablo 2'deki bütün  $(q, w)$  ikilileri için  $d_{1q}^w \neq 0$  eşitsizliği sağlanıyor ise iki kullanıcının da birbirlerinin iletimlerine başarılı şekilde karar verip işbirliği yaptığı C1'de en büyük çeşitleme derecesi dört olarak elde edilebilir. İşbirliğinin yapılmadığı C2'de sadece bileşen serpiştirme ile elde edilen iki ile sınırlı çeşitleme derecesi, C1'de iki katına çıkarılabilmektedir. (6)'daki  $\prod_{(q,w) \in \rho} (d_{1q}^w)$  büyüklüğü ise söz konusu işbirliği durumu için kodlama kazancını göstermektedir.

### Bit hata olasılığı (BEP)

Bit hata olasılığının bir üst sınırı aktarım işlevleri yardımıyla çiftsel hata olasılık ifadelerinden elde edilebilir (Jamali vd., 1994).  $\mathbf{x}_l$  ve  $\mathbf{y}_l$   $l$  uzunluklu iki simge dizisi olsun.  $l$  uzunluklu bir hata olayı, kod çözümünün herhangi bir anında ardarda  $l$  simge için karar verilen simge dizisi  $\mathbf{y}_l$ 'nin iletilen simge dizisi  $\mathbf{x}_l$ 'den farklı olmasıdır. Herhangi bir uzunlukta hata olayı oluşma olasılığının üst sınırı

$$P_E \leq \sum_{l=1}^{\infty} \sum_{\mathbf{x}_l} \sum_{\mathbf{y}_l \neq \mathbf{x}_l} P(\mathbf{x}_l) P(\mathbf{x}_l \rightarrow \mathbf{y}_l) \quad (7)$$

şeklinde yazılabilir. Burada  $\mathbf{x}_l$  simge dizisinin iletilme olasılığı  $P(\mathbf{x}_l)$ ,  $\mathbf{x}_l$  ve  $\mathbf{y}_l$  simge dizileri arasındaki çiftsel hata olasılığı ise  $P(\mathbf{x}_l \rightarrow \mathbf{y}_l)$  şeklinde gösterilmiştir. Çıkış simge dizisi  $\mathbf{x}$  ile ikili kodlanmış bit dizisi  $\mathbf{c}$  arasında birebir bir ilişki olduğu varsayımı altında,  $\mathbf{c}_l$  için çiftsel hata olasılığı üst sınır ifadesi

$$P(\mathbf{c}_l \rightarrow \mathbf{c}_l \oplus \mathbf{e}_l) \leq \frac{1}{2} E_{\mathbf{h}} [Z^{D_{\mathbf{h}}^2(M(\mathbf{c}_l), M(\mathbf{c}_l \oplus \mathbf{e}_l))}] \quad (8)$$

şeklinde verilebilir. Burada  $Z = \exp(-\gamma)$ ,  $E_{\mathbf{h}}[\cdot]$   $\mathbf{h}$  üzerinden ortalama işlevi,  $\mathbf{e}_l$   $l$  uzunluklu ikili hata dizisi,  $M(\cdot)$  kod sözcükleriyle simgeler arasındaki atama kuralıdır. (7)'deki hata olayı oluşma olasılığı üst sınırı (8) kullanılarak

$$P_E \leq \frac{1}{2} \sum_{l=1}^{\infty} \sum_{\mathbf{e}_l \neq \mathbf{0}} \frac{1}{2^k} \sum_{\mathbf{c}_l} E_{\mathbf{h}} [Z^{D_{\mathbf{h}}^2(M(\mathbf{c}_l), M(\mathbf{c}_l \oplus \mathbf{e}_l))}] \quad (9)$$

şeklinde bulunabilir. Burada  $k$  kafes kodun bir dalında taşınan bilgi biti sayısıdır. Düzgün kodlar için eşitsizliğin sağ tarafının  $\bar{G}(Z, I)/2$ 'ye eşit olduğu söylenebilir (Jamali vd., 1994). Burada  $\bar{G}(Z, I)$  aktarım işlevinin  $\mathbf{h}$  üzerinden ortalama ağırlık profili

$$\bar{W}(\mathbf{e}_l, Z) = \frac{1}{2^k} \sum_{\mathbf{c}_l} E_{\mathbf{h}} [Z^{D_{\mathbf{h}}^2(M(\mathbf{c}_l), M(\mathbf{c}_l \oplus \mathbf{e}_l))}] \quad \text{olmak}$$

üzere, bir kodun her başlangıç durumu için o duruma ait ortalama ağırlık profillerinin birbirlerine eşit olması o kodun düzgün olduğunu gösterir.  $\bar{G}(Z, I)$ 'nin  $I$ 'ya göre türevi alınarak bit hata olasılığının bir üst sınırı

$$P_b \leq \frac{1}{2k} \frac{\partial \bar{G}(Z, I)}{\partial I} \Big|_{I=1} \quad (10)$$

şeklinde elde edilebilir (Jamali vd., 1994). Duruşumsuz sönmeli kanallar için aktarım işlevinden elde edilen bit hata olasılığı üst sınırı gerçek bit hata olasılığına yeterince yakın olmamaktadır. Daha yakın bir üst sınır, koşullu bit hata üst sınır ifadesini  $\mathbf{h}$  üzerinden ortalama almadan önce kısıtlandırarak

$$P_b \leq \int_{\mathbf{h}} \min \left[ \frac{1}{2}, \frac{1}{2k} \frac{\partial G(Z, I)}{\partial I} \Big|_{I=1} \right] p(\mathbf{h}) d\mathbf{h} \quad (11)$$

ile elde edilebilir (Malkamaki vd., 1999).  $p(\mathbf{h})$  kanal katsayılarının ortak olasılık yoğunluk işlevidir. (11)'deki kısıtlama nedeniyle  $\mathbf{h}$  üzerinden alınacak integral sayısal olarak hesaplanmak zorundadır. Önerilen işbirliği yöntemindeki her işbirliği durumu için ayrı bir bit hata olasılığı üst sınırı elde edilerek durum olasılıkları üzerinden bir ortalama alınması ile

$$P_b = \sum_{i=1}^4 P(C_i) P_{b|C_i} \quad (12)$$

şeklinde bir bit hata olasılığı üst sınırına ulaşmak mümkündür. Burada  $P(C_i)$  ve  $P_{b|C_i}$  sırasıyla durum olasılıkları ve işbirliği durumu  $C_i$  için bit hata olasılığı üst sınırıdır. Bit hata olasılığı üst sınırının elde edilmesi örnek bir kod için ilerleyen bölümlerde verilecektir.

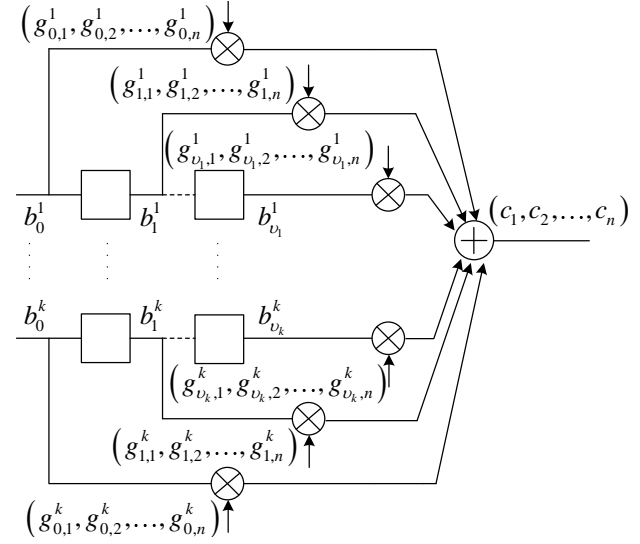


### Kafes kod tasarımları

Önerilen bileşen serpiştirmeli seçimli kodlamalı işbirliği yöntemi için ifade edilen çiftsel hata olasılığı üst sınırlarından elde edilen kod tasarım ölçütleri şunlardır:

- İşbirliği ölçütü: C1'in oluşma yüzdesini eniyilemek için  $d_{fR}^u$  ve  $d_{fI}^u$  uzaklıklarının en küçük değerlerinin enbüyüklenmesi gerekmektedir.
- Çeşitleme ölçütü: C1'de çeşitleme derecesi olarak 4'e ulaşabilmek için bütün  $d_{fR}^u$ ,  $d_{fI}^u$ ,  $d_{fR}^p$  ve  $d_{fI}^p$  uzaklıklarının sıfırdan farklı olması sağlanmalıdır.
- Kodlama kazancı ölçütü: C1'de en iyi kodlama kazancına ulaşabilmek için  $d_{fR}^u d_{fI}^u d_{fR}^p d_{fI}^p$  çarpımsal büyüklüğünün en küçük değerinin bütün olası simge dizileri üzerinden en büyükleme gerekmektedir.

Kod tasarımında Şekil 3'te görülen  $k/n$  oranlı işbirlikli kafes kodlayıcı kullanılmıştır. Burada  $b_{\mu}^{\xi}$ ,  $c_{\zeta}$  ve  $g_{\mu,\zeta}^{\xi}$  sırasıyla  $\xi$ . kayan belleğin  $\mu$ . bellek içeriğini,  $\zeta$ . kodlanmış biti ve  $b_{\mu}^{\xi}$  ile  $c_{\zeta}$  arasındaki ikili çarpma katsayısını göstermekte,  $\xi = 1, 2, \dots, k$ ,  $\zeta = 1, 2, \dots, n$  ve  $\mu = 0, 1, 2, \dots, v_{\xi}$  değerlerini alabilmektedir.  $\xi$ . kayan belleğin bellek derecesi  $v_{\xi}$  olmak üzere,  $v = \sum_{\xi=1}^k v_{\xi}$  toplam bellek derecesidir. Dolayısıyla kafes kodlayıcının durum sayısı  $2^v$ 'dir.  $b_{\mu}^{\xi}, c_{\zeta}, g_{\mu,\zeta}^{\xi} \in \{0, 1\}$  olup toplama işlemi 2'li sayı modunda yapılmaktadır.  $c_{\zeta} = \sum_{\xi=1}^k \sum_{\mu=1}^{v_{\xi}} g_{\mu,\zeta}^{\xi} b_{\mu}^{\xi} \pmod{2}$  ile kodlayıcı çıkışları hesaplanabilir. Elde edilen kodlanmış çıkışlar  $\theta^o$  döndürülmüş 4PSK modülasyonlu simgelere eşlenmektedir. Bu simgeler silinmemiş ve silinmiş olarak iki bölüme ayrılırlar. Silme işlemi her kafes adımı kodlanmış simgelerden bir kısmının periyodik olarak silinmesiyle açıklanabilir. Silinen simgelerin toplam simge sayısına oranı olarak tanımlanan silme oranı istenilen işbirliği oranına uygun şekilde belirlenebilir.



Şekil 3. İşbirlikli kafes kodlayıcı

$\theta^o$  ve  $g_{\mu,\zeta}^{\xi}$  bilgisayar benzetimleriyle taranıp tasarım ölçütlerine göre eniyilenerek 2/4 oranlı 4PSK modülasyonu kullanan %50 işbirliği oranına sahip yeni işbirlikli kafes kodlar elde edilmiştir. Tasarlanan kodların üreteç vektörleri  $\mathbf{g}^{\xi} = [(g_{0,1}^{\xi}, \dots, g_{0,n}^{\xi}), (g_{1,1}^{\xi}, \dots, g_{1,n}^{\xi}), \dots, (g_{v_{\xi},1}^{\xi}, \dots, g_{v_{\xi},n}^{\xi})]$  ile tanımlanmaktadır. 4, 8, 16 durumlu 4PSK (NC1, NC2 ve NC3) işbirlikli kafes kodların tasarım parametreleri  $\theta_{eniye}^o$  ve  $\mathbf{g}^{\xi}$  Tablo 3'te görülmektedir. Bu kodların hiçbiri hata başarımına kısıtlayıcı etkileri olması nedeniyle, paralel geçiş içermemektedir. Tasarlanan işbirlikli kodların kafeslerinin her dalı için kodlanmış bitlerden iki tane döndürülmüş 4PSK simge elde edilmekte ve bunların birincilerinden  $\mathbf{x}_f^{(i)u}$ , ikincilerinden  $\mathbf{x}_f^{(i)p}$  oluşturulmaktadır. Bilgisayar taramalarında ilk olarak  $\min\{d_{fR_{min}}^u, d_{fI_{min}}^u\}$  enbüyüklenerek  $\theta_{eniye}^o$  ve kod üreteç vektörünün  $d_{fR}^u$ ,  $d_{fI}^u$  uzaklıkları ile ilgili bölümü belirlenmektedir, burada  $d_{fR_{min}}^u$  ve  $d_{fI_{min}}^u$  ile sırasıyla  $d_{fR}^u$  ve  $d_{fI}^u$  uzaklıklarının en küçük değerleri gösterilmektedir. Tüm çerçevelerde aynı işbirlikli kafes kodunun kullanılması nedeniyle  $d_{fR_{min}}^u$  ve  $d_{fI_{min}}^u$  büyüklükleri birbirlerine bağlı olmaktadır. Kod üreteç vektörünün diğer bölümü  $\min\{d_{fR}^u d_{fI}^u d_{fR}^p d_{fI}^p\}$  değerinin enbüyüklenmesi

ile belirlenmektedir. Tasarladığımız kafes kodlarına referans olarak, yeni kodlarla aynı kodlama oranlarına sahip, yavaş sönmlemeli kanallarda 4PSK modülasyonu kullanılan ve iki verici anten için tasarlanmış eniyi uzay-zaman kafes kodları (Vucetic vd., 2003). seçilmiş ve bileşen serpiştirmeli seçimli kodlamalı işbirliği yönteminde kullanılmıştır. Referans kodlar için de eniyi döndürme açıları tasarım ölçütlerine göre  $19^\circ$  olarak bulunmuştur. Yeni ve referans kodların özellikleri Tablo 4'te verilmektedir (NC: Yeni Kodlar, V: Vucetic Kodları). Burada  $CA_{\min}$  ve  $CC_{\min}$  ile sırasıyla  $\min\{d_{fR}^u, d_{fI}^u, d_{fR}^p, d_{fI}^p\}$  ve  $\min\{d_{fR_{\min}}^u, d_{fI_{\min}}^u\}$  değeri gösterilmiştir.

Tablo 3. Yeni 4PSK işbirlikli kodlar

Kod	$2^\nu$	$\theta_{eniye}^\circ$	$\mathbf{g}^s$
NC1	4	19	$\mathbf{g}^1 = [(0101), (1011)]$ $\mathbf{g}^2 = [(1111), (0110)]$
NC2	8	19	$\mathbf{g}^1 = [(1111), (0110)]$ $\mathbf{g}^2 = [(0101), (1010), (1001)]$
NC3	16	19	$\mathbf{g}^1 = [(1111), (0111), (0101)]$ $\mathbf{g}^2 = [(0101), (1001), (1010)]$

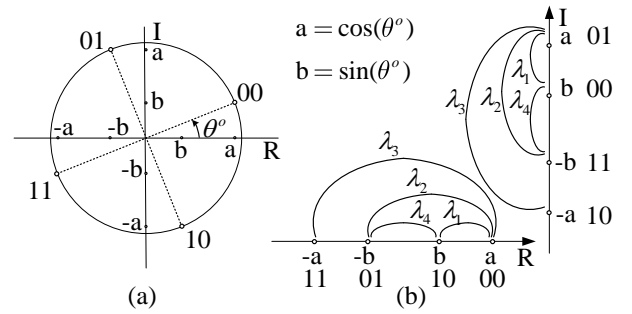
Tablo 4. Yeni ve referans işbirlikli 4PSK kafes kodların özellikleri

Kod	$CA_{\min}$	Çokluk	$CC_{\min}$	Çokluk
		$CA_{\min}$		$CC_{\min}$
NC1	16.786	32	0.769	128
NC2	32.475	704	0.808	64
NC3	74.321	1536	1.153	2048
V1	0.941	32	0.384	64
V2	2.299	64	0.384	256
V3	17.611	256	0.769	1536

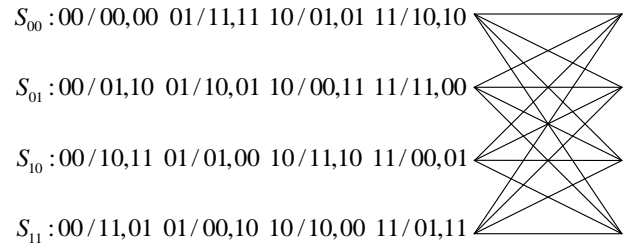
### NC1 için BEP üst sınırının elde edilmesi

$\theta^\circ$  döndürülmüş 4PSK simgeler ve simgelerin bileşenleri arasındaki Öklid uzaklıkları Şekil 4'te verilmiştir, burada  $a = \cos \theta^\circ$  ve  $b = \sin \theta^\circ$  olmak üzere  $\lambda_1 = |a - b|$ ,  $\lambda_2 = |a + b|$ ,  $\lambda_3 = 2|a|$  ve  $\lambda_4 = 2|b|$ 'dir. NC1'in kafes ve hata durum diyagramları sırasıyla Şekil 5 ve 6'da görülebi-

ilir. Durumlar ve durum geçişleri sırasıyla  $S_{b_1 b_2^2}$  ve  $b_0^1 b_0^2 / c_1 c_2, c_3 c_4$  ile belirtilmiştir. Hata durum diyagramının dal metrikleri  $t_{ij}$ 'dir. Kodlayıcı girişindeki bilgi bitleri arasındaki Hamming uzaklığı  $n_d$  olmak üzere, düzgün hata özelliğine sahip NC1 için anlık kanal katsayıları vektörü  $\mathbf{h}$ 'ya ilişkin anlık ağırlık profilleri  $I^{n_d} W_h(e_i, Z)$  ile hesaplanır. Önerilen işbirliği yöntemindeki bütün işbirliği durumları için hata durum diyagramındaki her dala ilişkin anlık ağırlık profilleri doktora tezinde verilmiştir.



Şekil 4. (a) döndürülmüş 4PSK simgeler ve (b) bileşenler arası Öklid uzaklıkları



Şekil 5. NC1 için kafes diyagramı

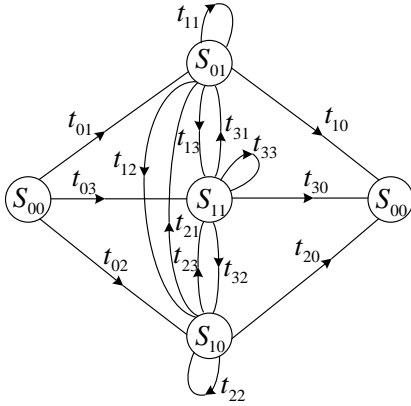
Kodlayıcı aktarım işlevi durum denklemlerinin anlık çözümleri yardımıyla hata durum diyagramından elde edilebilir (Jamali vd., 1994).

$$G(Z, I) = t_{10}S_{01} + t_{20}S_{10} + t_{30}S_{11} \quad (13)$$

ile kodlayıcı aktarım işlevi bulunabilir. Burada hata durum diyagramının durum denklemleri

$$\begin{bmatrix} S_{01} \\ S_{10} \\ S_{11} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1-t_{11} & -t_{21} & -t_{31} \\ -t_{12} & 1-t_{22} & -t_{32} \\ -t_{13} & -t_{23} & 1-t_{33} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} t_{01} \\ t_{02} \\ t_{03} \end{bmatrix} \quad (14)$$

ile hesaplanabilir. Olası bütün anlık  $\mathbf{h}$  kanal katsayıları vektörlerine bağlı olarak (13) ve (14) ile tüm işbirliği durumları için elde edilen kodlayıcı aktarım işlevlerinden (11) uyarınca kısıtlamalı ortalama alınarak her işbirliği durumu için BEP üst sınırları sayısal olarak elde edilebilir. Bütün işbirliği durumları için elde edilen BEP üst sınırları (12) kullanılarak işbirlikli sistemin BEP üst sınırı hesaplanabilir.



Şekil 6. NC1 için hata durum diyagramı

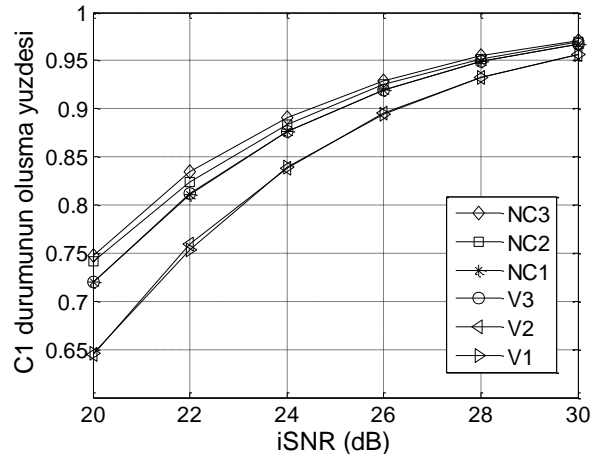
### Başarım değerlendirmeleri

Bilgisayar benzetimleri ile önerilen işbirliği yönteminin başarımları değerlendirilmiştir. Kullanıcılar her çerçevede 16'lık düzende 15935 üreteç çokterimlisi ile üretilen 16 bit CRC kodu dahil toplam 128 bit iletmektedir. Kullanıcı-hedef arası kanalların istatistiksel olarak benzer olduğu kabul edilmektedir. Farksal işaret-gürültü oranı (DSNR), kullanıcılararası kanalın işaret-gürültü oranı (iSNR) ile kullanıcı-hedef arası kanalın işaret-gürültü oranının (SNR) dB cinsinden farkı olarak tanımlanmaktadır.

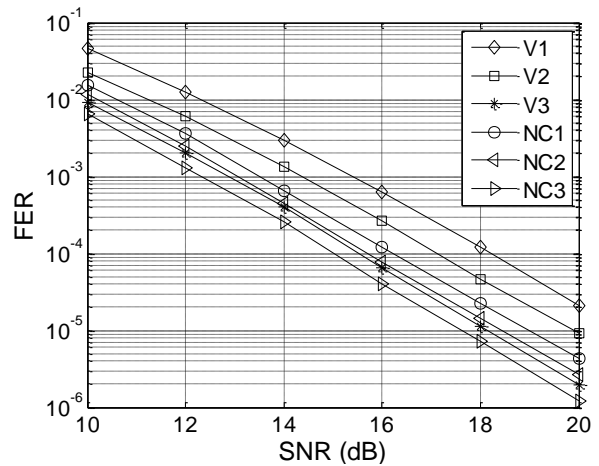
Yeni ve referans kafes kodlar için 20-30 dB iSNR aralığında benzetimlerle elde edilen C1'in oluşma yüzdeleri Şekil 7'de verilmektedir. Eğrilerin davranışları kodların  $CC_{min}$  değerleri ile tam uyum içerisindedir.  $CC_{min}$  değeri arttıkça C1'in oluşma yüzdesi artmaktadır.

Kullanıcılararası kanalın hatasız olduğu, yani kullanıcıların sürekli C1'de çalıştığı durumda yeni ve referans kafes kodların çerçeve hata başarımları (FER) başarımları Şekil 8'de görülebi-

rir. C1'de çalışıldığında hedefteki başarımları etkileyen yeni ve referans kodların  $CA_{min}$  değerleri arasındaki ilişki benzetim sonuçlarıyla uyumludur. Şekil 8'de iki kat  $CA_{min}$  değerine sahip NC2'nin NC1'e göre  $10^{-3}$  FER değerinde 0.5 dB SNR kazancı sağladığı, NC2'nin iki katından daha fazla  $CA_{min}$  değerine sahip NC3'ün bu kazanca ek olarak 0.7 dB kazanç sağladığı görülmektedir. NC1, NC2 ve NC3'ün V1, V2 ve V3'e göre kazançları sahip oldukları  $CA_{min}$  değerlerine uygun olarak  $10^{-3}$  FER değerinde sırasıyla 2, 1 ve 0.5 dB'dir. Ancak  $CA_{min}$  değerinin çokluk miktarının düşük olması başarımları önemli ölçüde arttırmaktadır. Bütün kafes kodlar için en büyük çeşitleme derecesi olan 4'e ulaşıldığı, yüksek SNR'larda eğrilerin eğimlerinden görülebilir.

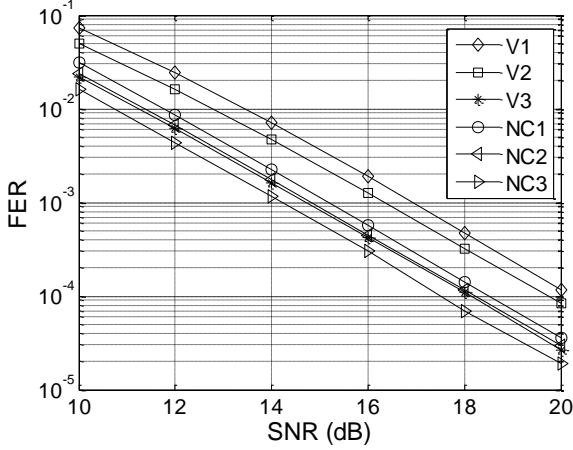


Şekil 7. C1 işbirliği durumunun oluşma yüzdeleri



Şekil 8. C1 işbirliği durumunda FER başarımları

Bütün işbirliği durumlarının gerçekleşebildiği 10 dB DSNR altında yeni ve referans kodların başarımları Şekil 9'da verilmektedir. NC1, NC2 ve NC3'ün V1, V2 ve V3'e göre SNR kazançları  $10^{-3}$  FER değerinde sırasıyla 1.8, 1.6 ve 0.5 dB'dir.



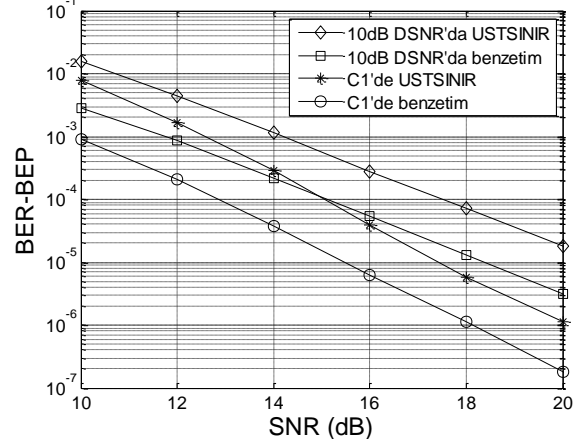
Şekil 9. 10 dB DSNR altında FER başarımları

Şekil 10'da NC1'in sadece C1 durumu ve 10 dB DSNR altında önerilen işbirliği yöntemi için elde edilen BEP üst sınır eğrileri, bilgisayar benzetimleriyle elde edilen bit hata başarımları (BER) ile birlikte verilmiştir. BEP üst sınırı elde edilirken işbirliği durum olasılıkları yerine benzetimlerle bulunan işbirliği durumlarının oluşma yüzdeleri kullanılmıştır. BEP ve BER eğrilerinin davranışları bütünüyle uyumludur ve aralarında yaklaşık 2 dB'lik fark bulunmaktadır.

## Sonuçlar

İletim ve/veya alım için tek antene sahip iki kullanıcıli telsiz iletişim sistemleri için modülasyon çeşitlemesi ve işbirlikli çeşitleme kazançlarından aynı anda yararlanabilen bir bileşen serpiştirmeli seçimli kodlamalı işbirliği yöntemi önerilmiştir. Çiftsel hata olasılık üst sınırları analitik olarak elde edilip yeni kod tasarım ölçütleri belirlenmiştir. Eniyi 4PSK işbirlikli kafes kodlar

bilgisayar araması ile belirlenerek başarımları referans kodlarla karşılaştırılarak incelenmiş ve üstünlükleri ortaya konmuştur. Önerilen kodlar için BEP üst sınırı aktarım işlevleri yardımıyla çiftsel hata olasılık ifadelerinden elde edilmiş, benzetim sonuçlarıyla tutarlılığı gösterilmiştir.



Şekil 10. NC1'in BEP-BER karşılaştırılması

## Kaynaklar

- Boutros, J. ve Viterbo, E., (1998). Signal space diversity: A power and bandwidth efficient diversity technique for the Rayleigh fading channel, *IEEE Transactions on Information Theory*, **44**, 4, 1453-1467.
- Hunter, T.E., ve Nosratinia, A., (2006). Diversity through coded cooperation, *IEEE Transactions on Wireless Communications*, **5**, 2, 283-289.
- Jamali, S.H. ve Le-Ngoc, T., (1994). *Coded-modulation techniques for fading channels*, Kluwer Academic Publishers, USA.
- Laneman, J.N., (2002). Cooperative diversity in wireless networks: algorithms and architectures, *PhD. Thesis*, MIT, USA.
- Malkamaki, E. ve Leib, H., (1999). Evaluating the performance of convolutional codes over block fading channels, *IEEE Transactions on Information Theory*, **45**, 5, 1643-1646.
- Vucetic B. ve Yuan, J., (2003). *Space-time coding*, John Wiley and Sons Ltd., USA.