

## Kırılma mekaniği modellerinin çentikli beton disk numunelere uygulanması

Ömer Fatih ESER\*, Mehmet Ali TAŞDEMİR

İTÜ İnşaat Fakültesi, İnşaat Mühendisliği Bölümü, 34469, Ayazağa, İstanbul

### Özet

Betonun gevrekliğini ve kırılma parametrelerini belirleyebilmek için günümüze dek kırılma mekaniğine dayanan çeşitli modeller önerildi. Bunlardan bazıları kırılma parametrelerinin belirlenmesi için sadece tepe yükünün ölçümüne dayanmaktadır. Sunulan bu çalışmanın amacı, mod I (açılma modu) yüklemesi altında, farklı boyutlardaki beton disk numuneler üzerinde, boyut etkisini incelemektir. Bunun için aynı karışıma sahip beton numuneler kullanıldı. Numune boyutu arttıkça, hem çentikli hem de çentiksiz numunelerde nominal dayanım azalmaktadır, bu azalma çentiksiz numunelerde daha belirgindir. Deney sonuçları "Boyut Etkisi Kuralı"nı desteklemektedir. Elde edilen deneysel sonuçlar fraktal esasa dayanan iki modelle de karşılaştırıldı. Çoklu Fraktal Boyut Etkisi Yönteminin diğer yöntemlere göre daha yüksek korelasyon katsayısına sahip olduğu görüldü.

**Anahtar Kelimeler:** Beton disk numune, boyut etkisi, kırılma parametreleri, yarma-çekme dayanımı.

### Application of fracture mechanics models to notched concrete disc specimens

#### Abstract

Fracture of quasi-brittle materials such as concrete exhibits complex size effect. In recent years, several specimen geometries were used to study the strength dependence on size. So far, there is no acceptable test technique to determine the fracture parameters of concrete. On the other hand, there is little information about the fracture studies on the notched concrete disc specimens. Some fracture mechanics based models have been proposed for the determination of the fracture parameters and brittleness of concrete. Various test methods based on peak load measurements were proposed to determine these parameters. The main objective of this work, however, is to study the size effect in concrete disc specimens with different sizes in mode I loading condition. All the specimens were cast from the same batch of concrete. As the dimensions of the specimens increase, the nominal strength decreases for both notched and un-notched specimens; the decrease was more noticeable in un-notched specimens. The test results obtained on the notched and un-notched specimens confirm the existence of the "Size Effect Law". The results were also compared with the approaches of two types of fractal based models. The correlation coefficient in Multi Fractal Scaling Law was greater than those of the others.

**Keywords:** Concrete disc specimen, size effect, fracture parameters, splitting tensile strength.

\*Yazışmaların yapılacağı yazar: Ömer Fatih Eser. ofatihe@ogu.edu.tr; Tel: (222) 239 28 40 dahili: 323.

Bu makale, birinci yazar tarafından İTÜ İnşaat Fakültesi'nde tamamlanmış olan "Betonun kırılma parametrelerinin değişik yöntemlerle belirlenmesi" adlı doktora tezinden hazırlanmıştır. Makale metni 06.05.2002 tarihinde dergiye ulaşmış, 13.09.2002 tarihinde basım kararı alınmıştır. Makale ile ilgili tartışmalar 28.02.2003 tarihine kadar dergiye gönderilmelidir.

## Giriş

Beton inşaat mühendisliğinde en yaygın kullanılan bir yapı malzemesidir. Bundan dolayı betonun mekanik davranışının yeterince anlaşılmasının önemi günden güne artmaktadır. Günümüzde, betonda çatlak başlaması ve yayılması hakkında yeterli bilgiye sahip olmak ve betonun kırılmasını modellemek önem kazanmaktadır. Betonun özellikle barajlar, nükleer reaktörler, yüksek katlı binalar ve savunma amaçlı yapılarda kullanılması bu malzemenin çatlama davranışının incelenmesine olan ilgiyi arttırmıştır. Son otuz yılda betonun kırılma parametrelerinin saptanmasına yönelik çok sayıda çalışma yapılmasına karşın, gerilme şiddet çarpanı veya kırılma enerjisi gibi parametreler betonun projelendirilmesinde kullanılmamıştır. Çünkü beton gibi heterojen bir malzemede bu parametrelerin boyuta bağlı olduğu belirlenmiştir (Shah ve Taşdemir, 1994).

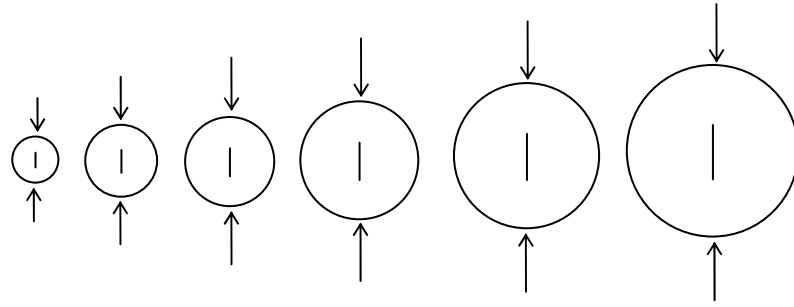
Uygulamada beton tasarımı basınç dayanım ilkesine göre yapılır. Böyle bir yaklaşımda beton gevrekliği ihmal edilmektedir. Betonun kırılma parametreleri ile gevrekliğinin saptanması için bugüne dek yapılan çalışmalarda kırılma mekaniğine dayanan bazı modeller geliştirilmiştir. Bunlar, *i*) Fiktif Çatlak Modeli (Hillerborg v. diğ., 1976), *ii*) Boyut Etkisi Kuralı (Bazant ve Kazemi, 1990), *iii*) İki Parametrelili Model (Jenq ve Shah, 1985) ve *iv*) Etkin Çatlak Modeli (Nallathambi ve Karihaloo, 1986; Swartz ve Refai, 1988). İlk üç model RILEM tarafından da önerilmiştir. Herbir model beton gevrekliğinin bir ölçüsünü verir. Özellikle Fiktif Çatlak Modeli'ndeki karakteristik boy hem beton yapıların sayısal analizinde hem de yeni çimento kompozitlerinin tasarımında bir mikroyapısal gevreklik sayısı sağlayarak başarılı bir biçimde kullanılmaktadır. Karakteristik boy ( $l_{ch}$ ); Elastisite Modülü ( $E$ ), kırılma enerjisi ( $G_F$ ) ve tek eksenli çekme dayanımı ( $f_t'$ ) cinsinden ifade edilmektedir, böylece  $l_{ch}=E G_F / f_t'^2$  olarak yazılır (Hillerborg, 1985). Fiktif Çatlak Modeli'ne göre  $G_F$ , orta noktasından yüklenen kiriş numunelerde yük-deplasman eğrisi altında kalan alanın hesaplanmasıyla belirlenir (RILEM FMC-50, 1985). Boyut Etkisi Kuralı'nda en az üç farklı boyutta kiriş numuneler

deneye tabi tutulur ve sadece tepe yükleri ölçülür (RILEM TC-FMT, 1990a). İki Parametrelili Model'de ise, betonun kırılmasını tanımlayabilmek için en az iki parametre gerekmektedir. Bu parametreler gerilme şiddet çarpanının kritik değeri ( $K_{Ic}^S$ ) ve çatlak ucu açılma deplasmanının kritik değeri ( $CTOD_c$ )'dir. Bu modelde de yine kiriş numuneler önerilmiştir (RILEM TC-FMT, 1990b). İki Parametrelili Model'e ait kırılma parametrelerini belirleyebilmek için, son zamanlarda, sadece tepe yüküne gereksinim duyan ve sonlu elemanlar metoduna dayanan basit bir yöntem geliştirilmiştir (Tang v. diğ., 1992 ve 1996; Yang v. diğ., 1997).

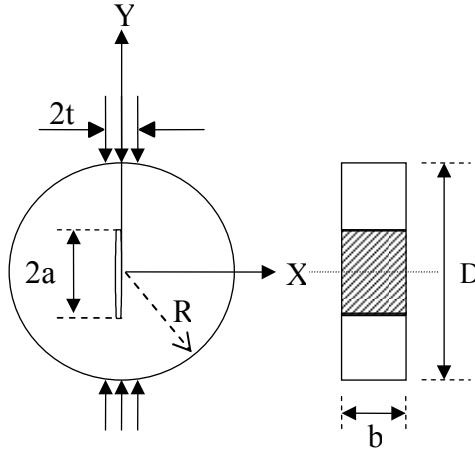
Yukarıda söz konusu olan modellerin tümü kiriş numuneleri öngörmektedir. Mevcut yapılardaki betonun kırılma parametrelerini belirleyebilmek için kiriş numunelere alternatif olarak çentikli disk numuneler tercih edilebilir. Bu çalışmada hem modellere uygulamak hem de betona ait kırılma parametrelerini belirlemek için çentikli disk numuneler kullanılmıştır.

## Deneysel çalışmalar

Deneysel çalışmalar için Şekil 1'de gösterildiği gibi beton disk numuneler üretilmiştir. Bu numunelerde beton karışımı sabit tutuldu. Dört farklı agrega grubunun kullanıldığı karışımda oranlar: (Çimento: su: kum (0-4 mm): kırmataş tozu (0-4 mm): kırmataş I (4-10 mm): kırmataş II (8-20 mm): süperakışkanlaştırıcı katkı = 1: 0.522: 1.679: 0.685: 1.713: 1.596: 0.01 Beton karışımında kullanılan PKÇ/A 42.5R tipi çimentonun nominal dozajı  $325 \text{ kg/m}^3$  tür. Numuneler özel olarak tasarlanmış çelik kalıplarda üretilmiştir ve merkezlerindeki çentikler üretim sırasında oluşturuldu. Bunun için kalıbın merkezine, genişlikleri "çentik boyu-çap" ( $2a/2R$ ) oranına bağlı olarak değişen, boyları disk yüksekliğine eşit çelik levhalar yerleştirildi. Kalıplara beton dökümünden sonra, priz sona ermeden bu levhalar yavaşça çekilerek yerlerinin çentik olarak kalması sağlandı. Altı farklı boyuttaki disk numunelerin çapları, 100 mm, 150 mm, 225 mm, 300 mm, 450 mm ve 600 mm, kalınlıkları ise sırasıyla, 50 mm, 60 mm, 112,5 mm, 150 mm, 225 mm ve 300 mm dir. Herbir boyut için bir seri çentiksiz, diğerleri ise 0.1, 0.3 ve 0.5 çentik-çap oranı olmak üzere



(a)



(b)

Şekil 1. a) Farklı boyutlarda üretilen çentikli disk numuneler (çapları soldan sağa doğru 100, 150, 225, 300, 450 ve 600 mm, kalınlıkları ise sırasıyla 50, 60, 112.5, 150, 225 ve 300 mm) b) Çentikli disk numunelerin şematik gösterimi

toplam dört seri üretildi, her seride üçer adet numune kullanıldı. 56 gün aynı ortamda tutulan numunelere yine Şekil 1’de gösterildiği gibi sabit yükleme altında yarma-çekme deneyi uygulandı. Deney esnasında çapın 1/10’u genişlikte ve 3 mm kalınlığında ahşap çıtalara kullanıldı ve numunelerde sadece tepe yükleri ölçüldü. Ayrıca aynı karışımdan hazırlanan Ø150x300 mm boyutundaki silindir numunelerde basınç deneyi yapılarak betonun dayanımı ve elastisite modülü ölçüldü. Yapılan deney sonucunda betonun basınç dayanımı 27.5 MPa, Elastisite Modülü ise 24.2 GPa olarak bulundu.

### Yarma-çekme deneyi sonuçları

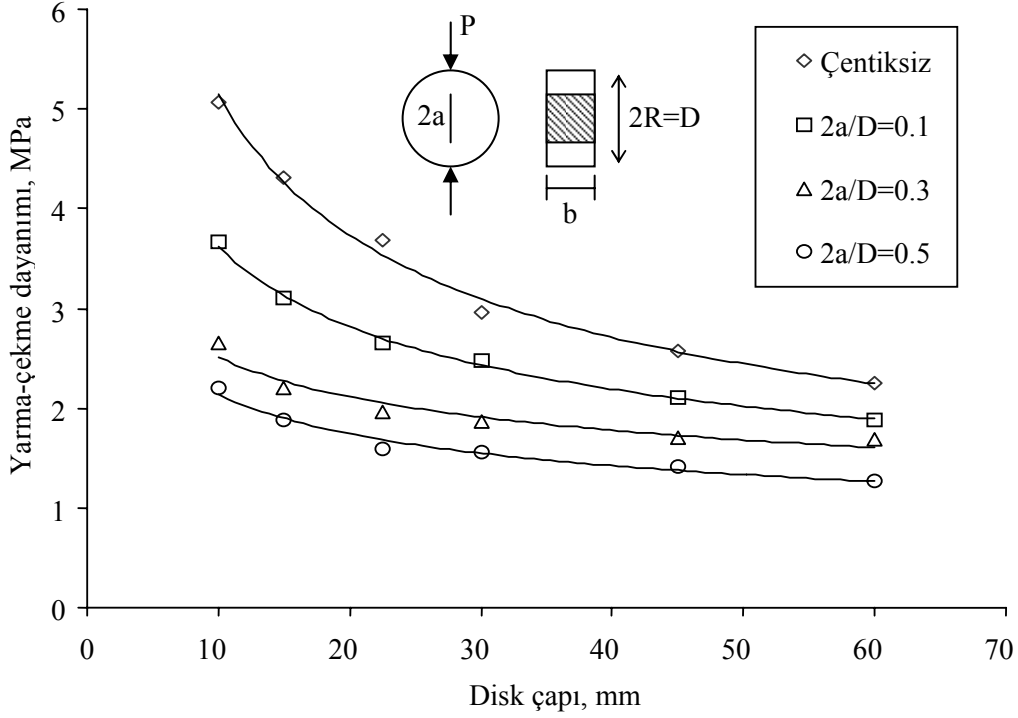
Disk numunelerin yarma-çekme dayanımları aşağıdaki formül yardımıyla hesaplandı:

$$\sigma = \frac{2 \cdot P_T}{\pi \cdot D \cdot b} \quad (1)$$

Bu denklemde  $P_T$  tepe yükünü,  $D$  disk çapını ve  $b$  ise disk kalınlığını göstermektedir. Değişik boyutlarda ve değişik çentik-çap oranlarında üretilen disk numunelerden elde edilen yarma-çekme dayanımları ile disk çapları arasındaki ilişki Şekil 2’de verilmektedir. Bu şekilden görüldüğü gibi boyutun artmasıyla dayanımlar azalmaktadır. Bu azalma çentiksiz numunelerde daha belirgindir. Yaklaşık olarak 450 mm çaptan sonra çentikli disk numunelerde dayanım azalması yavaşlamakta ve yataylaşma eğilimi izlenmektedir. Bu davranışta, kırılma süreci bölgesinin etkisi belirgin biçimde ortaya çıkmaktadır.

### Boyut etkisi kuralı

Bazant ve Kazemi (1990) tarafından önerilen Boyut Etkisi Kuralı geometrik olarak benzer fakat farklı boyuttaki kiriş numuneleri içermektedir. Boyut etkisi kuralına göre nominal gerilme aşağıdaki gibi yazılabilir:



Şekil 2. Çentikli ve çentiksiz numunelerde disk çapı ile yarma-çekme dayanımı arasındaki ilişki

$$\sigma_N = c_n \cdot \frac{P_T}{b \cdot d} \quad (2) \quad \text{şeklindedir.}$$

burada  $P_T$  tepe yükü (maksimum yük),  $b$  numune kalınlığı,  $d$  karakteristik boyut ve  $c_n$  ise numune geometrisine bağlı bir sabittir.

Kırılma mekaniği yaklaşımına dayanan Boyut Etkisi Kuralı aşağıdaki şekilde ifade edilebilir:

$$\sigma_N = \frac{Bf'_t}{(1+\beta)^{0.5}} \quad , \quad \beta = \frac{d}{d_0} \quad (3)$$

burada  $f'_t$  çekme dayanımı,  $\sigma_N$  nominal dayanım,  $B$  ve  $d_0$  katsayılar,  $\beta$  ise gevreklik sayısını göstermektedir. Denklem 3 aşağıdaki gibi düzenlenebilir:

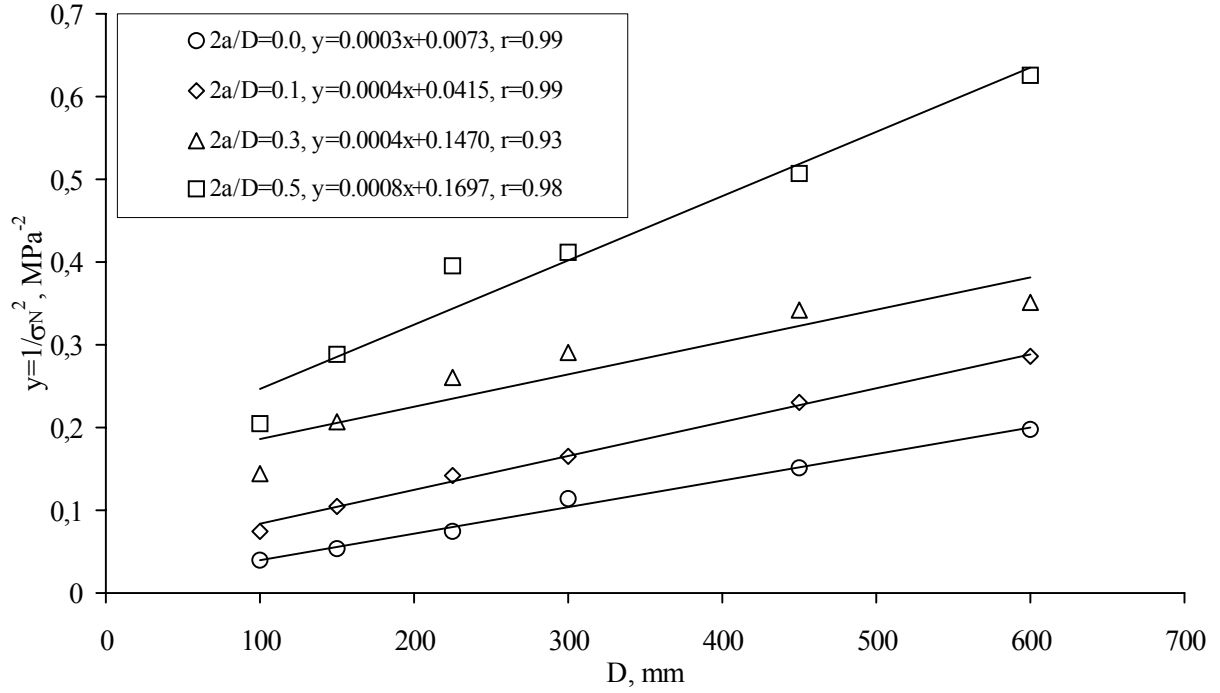
$$\frac{1}{\sigma_N^2} = \frac{1}{(Bf'_t)^2 \cdot d_0} \cdot d + \frac{1}{(Bf'_t)^2} \quad (4)$$

Böylece,  $Y=AX+C$  şeklinde bir doğru denklemi elde edilir. Bu denklemde:

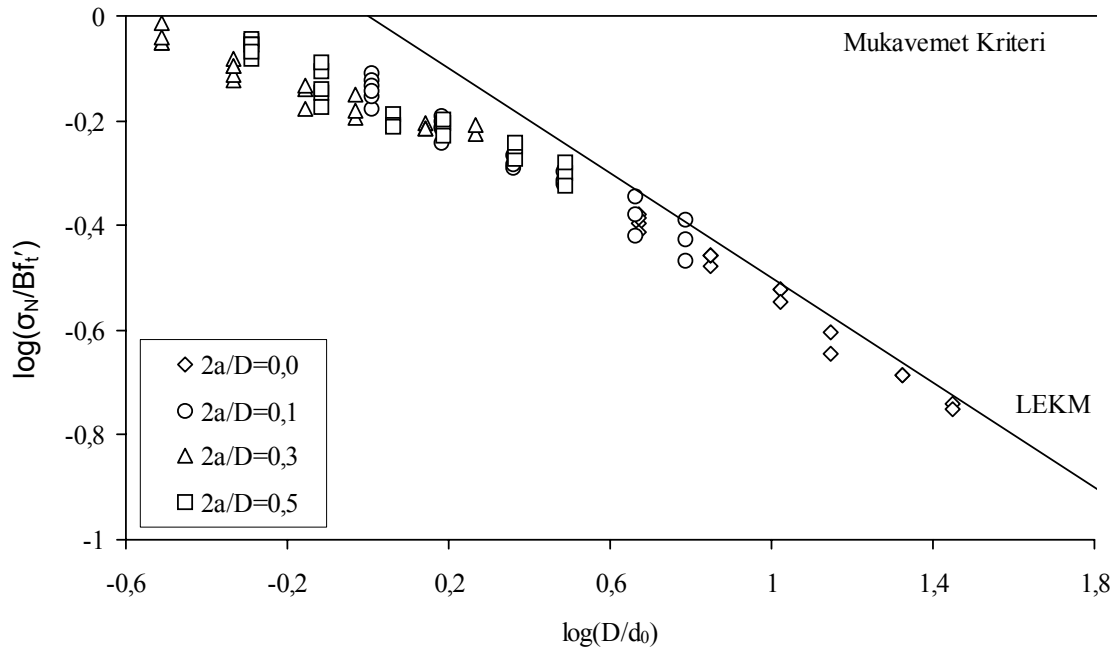
$$\frac{1}{\sigma_N^2} = Y \quad \frac{1}{(Bf'_t)^2 \cdot d_0} = A, \quad \frac{1}{(Bf'_t)^2} = C \quad (5)$$

$X$ 'in değişik değerlerine karşılık,  $Y$  değerleri düzlem koordinat sisteminde gösterilirse lineer regresyon yardımı ile  $A$  ve  $C$  katsayıları dolayısıyla  $Bf'_t$  ve  $d_0$  sabitleri bulunabilir. Şekil 3'de çentikli ve çentiksiz numunelerden elde edilen  $1/\sigma_N^2 - \text{çap (D)}$  ilişkisi verilmektedir. Bu şekilde görüldüğü gibi yüksek korelasyon katsayıları bulunmuştur. Çentik-çap oranı 0.5 olan numunelerde ise diğerlerine göre daha yüksek bir eğim elde edilmiştir.

Şekil 4'te  $\log(\sigma_N/Bf'_t)$ 'ye karşılık çizilen  $\log(D/d_0)$  boyut etkisi eğrilerine bakıldığında güçlü bir boyut etkisi izlenmektedir. Bu boyut etkisi küçük numunelerde yatay asimptota doğru yaklaşırken, büyük numunelerde  $-0.5$  eğimli lineer elastik kırılma mekaniğine yaklaşmaktadır. Yani boyut etkisinin göz önüne alınmadığı mukavemet kriterinden, güçlü bir boyut etkisinin olduğu LEKM'ne olan geçişi ifade etmektedir. Deney sonuçları Bazant (1984) tarafından önerilen Boyut Etkisi Kuralı'na iyi bir uyum göstermektedir.



Şekil 3. Çentikli ve çentiksiz numunelerde lineer regresyon eğrileri



Şekil 4. Çentikli ve çentiksiz disk numunelerde boyut etkisi

### Tepe yükü yöntemine dayanan iki parametrelili model

Jenq ve Shah (1985) tarafından önerilen İki Parametrelili Model'de iki adet kırılma parametresi söz konusudur. Bunlar gerilme şiddet çarpımının kritik değeri ( $K_{Ic}^S$ ) ve çatlak ucu açılma deplasmanının kritik değeri ( $CTOD_c$ ) dir.

Bu modelde tek bir deney ile iki adet parametre birden sağlanır.  $K_{Ic}^S$  ve  $CTOD_c$  değerlerini belirlemek için üç noktadan yüklenen kiriş numunelerde uygulanan yük ve çatlak ağzı açılma deplasmanı CMOD deney esnasında kaydedilir. Tepe yükü aşıldıktan sonra, bu yükün % 95'lik bölümünün içinde olmak kaydıyla boşaltılır.

Boşaltma tepe yükünün hemen ardından geldiği için bu deneyde kapalı çevrimli deney aletine ve onun vereceği geri besleme sinyaline gerek vardır.

Yukarıda belirtilen deneyin uygulanmasındaki güçlükler nedeniyle Tang v. diğ. (1996) tarafından yine  $K_{Ic}^S$  ve  $CTOD_c$ 'yi hesaplamak için başka bir yöntem geliştirildi. Yöntem, sadece tepe yükü gerektirdiğinden bu çalışmada da Tepe Yükü Yöntemine Dayanan İki Parametrelili Model diye söz edilmektedir.

Disk numuneler üzerinde yapılan yarma-çekme deneyinde yükün uygulandığı genişliğin gerilme şiddet çarpanı üzerinde büyük etkisi olduğu görülmüştür (Tang v. diğ., 1992; Tang, 1994). Bundan dolayı gerilme şiddet çarpanı  $K_I$ , çatlak ağzı açılma deplasmanı CMOD ve çatlak açılma profili formüllerinde sonlu elemanlar yöntemini kullanarak yük dağılım genişliğini hesaba katan bazı düzenlemeler yapılmış, çeşitli yük dağılım genişliği-çap oranları için katsayılar veren tablolar oluşturulmuştur (Tang ve diğ., 1996). Bu araştırmacılar tarafından yeniden düzenlenen formüller aşağıda sıralanmaktadır. Gerilme şiddet çarpanını veren formül şu şekilde yazılabilir:

$$K_I = \sigma_N \sqrt{\pi \cdot a} \cdot N_I(\alpha, \beta) \quad (6)$$

burada  $\sigma_N$  = nominal gerilme,  $a$  = çatlak boyunun yarısı,  $\alpha = 2a/2R$  çentik uzunluğu-çap oranı  $\beta = 2t/2R$  yükün uygulandığı alan genişliği-çap oranı, ve  $N_I$  gerilme şiddet çarpanı için numune geometrisine bağlı bir düzeltme çarpanıdır.

Nominal gerilme ise aşağıdaki gibi belirlenir;

$$\sigma_N = \frac{P_T}{\pi R b} \quad (7)$$

burada  $P_T$  tepe yükü  $b$  ise numune kalınlığıdır.

$N_I$  değeri  $\alpha$  ve  $\beta$ 'ya bağlı olarak aşağıdaki gibi yazılır.

$$N_I(\alpha, \beta) = L_0(\beta) + L_1(\beta)\alpha + L_2(\beta)\alpha^2 + L_3(\beta)\alpha^3 \quad (8)$$

Burada  $L_i$  değerlerinde  $i$ , 0 dan 3'e kadar

değişmekte olup  $\beta$ 'nın fonksiyonudurlar ve  $L_i$  değerleri tablolar halinde verilmektedir (Tang v. diğ., 1996).

CMOD için yine sonlu eleman yöntemine göre aşağıdaki formül önerilmektedir:

$$CMOD = \frac{\alpha \cdot P}{E' \cdot b} \cdot M(\alpha, \beta) \quad (9)$$

Burada:

$$E' = E \quad (\text{Düzlem gerilme hali}) \quad (10)$$

$$E' = \frac{E}{(1 - \nu^2)} \quad (\text{Düzlem şekil değ. hali}) \quad (11)$$

$E$  elastisite modülünü,  $\nu$  Poisson oranını,  $M$  ise aşağıdaki gibi ifade edilen  $\alpha$  ve  $\beta$ 'ya bağlı bir fonksiyonu göstermektedir:

$$M(\alpha, \beta) = A_0(\beta) + A_1(\beta)\alpha + A_2(\beta)\alpha^2 + A_3(\beta)\alpha^3 \quad (12)$$

Burada yine  $A_i$  değerlerinde  $i$ , 0 dan 3'e kadar değişmekte olup  $\beta$ 'nın fonksiyonudurlar.  $A$  değerleri  $\beta$ 'ya bağlı olarak tablolar halinde verilmektedir (Tang v. diğ., 1996).

COD'nin CMOD'ye oranı ise yine sonlu eleman analiziyle aşağıdaki gibi hesaplanmıştır.

$$\frac{COD(y)}{CMOD} = \sqrt{\left[ \left(1 - \frac{y}{a}\right) \cdot \left(1 + \frac{y}{a} \cdot S\left(\alpha, \beta, \frac{y}{a}\right)\right) \right]} \quad (13)$$

Burada  $y$  numune merkezinden olan uzaklık,  $S$  ise aşağıdaki gibi ifade edilen  $\alpha$ ,  $\beta$  ve  $y/a$ 'ya bağlı bir fonksiyon olup:

$$S\left(\alpha, \beta, \frac{y}{a}\right) = B_0(\alpha, \beta) + B_1(\alpha, \beta)\frac{y}{a} \quad (14)$$

biçiminde yazılır.  $B_0$  ve  $B_1$ ,  $\alpha$  ve  $\beta$ 'nın fonksiyonu olarak tablo halinde verilmektedir.

$$K_I(\sigma_{Nc}, a_c) = K_{Ic}$$

$$CTOD(\sigma_{Nc}, a_c) = CTOD_c \quad (15)$$

Denklem 15'ten görüldüğü üzere eğer  $\sigma_{Nc}$  değeri biliniyorsa  $K_{Ic}^S$  ve  $CTOD_c$  sadece  $a_c$ 'ye bağlı birer fonksiyon olurlar. Verilen bir seri  $a_c$  değeri için  $K_{Ic}^S$  ve  $CTOD_c$  değerleri hesaplanabilir.

Bu değerleri hesapladıktan sonra verilen  $a_c$  değerleri için  $K_{Ic}^S$ 'nin  $CTOD_c$  ile olan ilişkisi çizilebilir. Yöntem,  $K_{Ic}^S$  ve  $CTOD_c$ 'nin gerçek değerinin hesabı için ya aynı boyutta fakat farklı çentik uzunluğu olan ya da aynı çentik boyunda fakat farklı boyutta numuneler önermektedir. Rasgele dağılımı minimuma indirmek için en az 3 farklı boyuta sahip numune kullanılması gerekmektedir.

Numunelerin tepe yükleri olan  $P_T$  değerleri ölçüldükten sonra Denklem 7 yardımıyla nominal gerilmeler hesaplandı. Böylece (6)'dan (14)'e kadar olan bütün denklemlerde bilinmeyen tek değer olarak  $a_c$  (kritik çatlak boyu) kaldı. Verilen bir seri  $a_c$  değeri için  $K_{Ic}^S$  ve  $CTOD_c$  değerleri hesaplanarak  $K_{Ic}^S$ 'nin  $CTOD_c$ 'ye karşı gelen değişimleri üç farklı çentik uzunluğu ve bunların ortalamaları için ayrı ayrı çizildi. Bunlar Şekil 5'de kesikli çizgilerle ortalama eğri ise düz çizgi ile gösterilmektedir.

Eğrilerin kesiştiği nokta gerçek  $K_{Ic}^S$  değerini verir. Ancak eğriler her zaman bir noktada

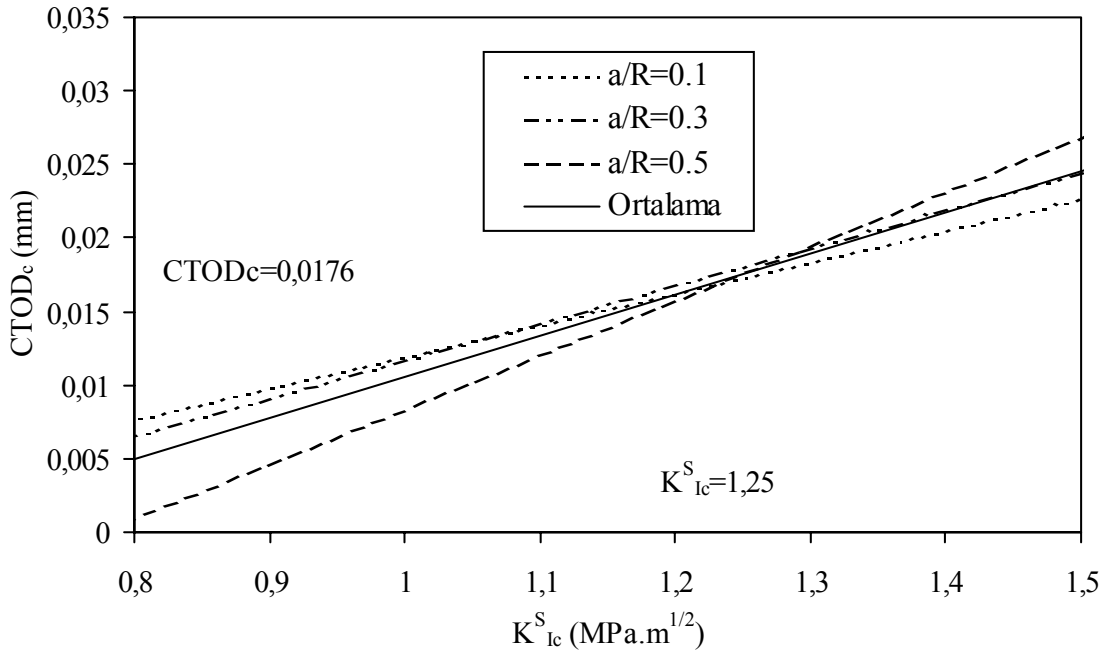
kesişmemektedirler.  $CTOD_c$  değerlerindeki olası dağılım göz önüne alınarak  $CTOD_c$  değerlerinin standart sapması bütün  $K_{Ic}^S$ -  $CTOD_c$  eğrilerinde  $K_{Ic}^S$ 'nin aynı değeri için hesaplanması gerekmektedir. Bu standart sapma Denklem 16 yardımıyla belirlenir:

$$s(K_{Ic}^S) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (CTOD_C^{ort.} - CTOD_C^i)^2}{n-1}} \quad (16)$$

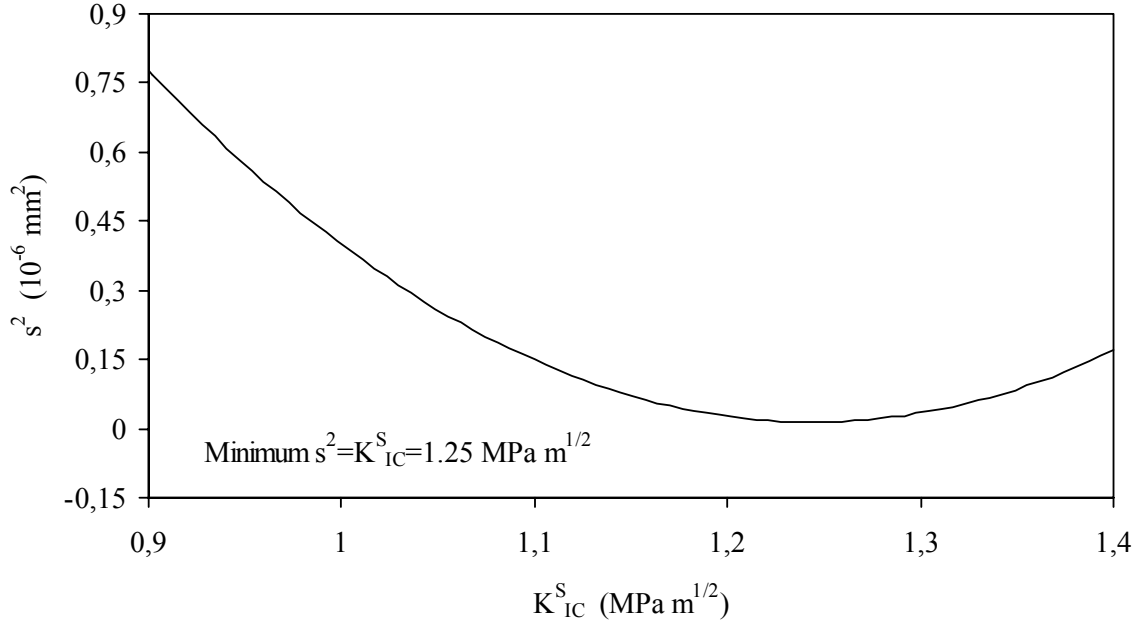
Burada  $n$  değeri farklı çentik boylarındaki numunelerin toplamıdır.  $s^2$  yani standart sapmanın karesi varyans olarak bilinmektedir.

Burada önemli olan nokta Denklem 16 ile verilen standart sapmanın  $K_I$ 'in fonksiyonu olmasıdır. Şekil 6'da görüldüğü gibi  $s^2$  değeri minimuma eriştiğinde elde edilen değer malzemenin gerçek  $K_{Ic}^S$  değeridir. Bu değer ortalama  $K_{Ic}^S$ -  $CTOD_c$  eğrisinde yerine konulduğunda da malzemenin gerçek  $CTOD_c$  değeri elde edilmiş olur.

Yönteme göre bulunan kırılma parametreleri her numune boyutu için ayrı ayrı hesaplanmış ve bunlar Tablo 1'de gösterilmiştir. Bu tablo incelendiğinde  $K_{Ic}^S$  ve  $CTOD_c$  değerlerinin 300 mm çapa kadar sabit kaldığı fakat bu boyuttan sonra değerlerde ani bir artış olduğu gözlenmektedir.



Şekil 5. Disk çapı 100 mm olan numunelerin  $K_{Ic}$  -  $CTOD_c$  eğrisi



Şekil 6.  $s^2$ 'nin  $K_{IC}^S$  değerine göre değişimi

Tablo 1. Numune boyutlarına göre hesaplanan  $K_{IC}^S$  ve  $CTOD_c$  değerleri

Numune çapı (mm)	Numune Kalınlığı (mm)	$K_{IC}^S$ (MPa m <sup>1/2</sup> )	$CTOD_c$ (mm)
100	50	1.25	0.0176
150	60	1.30	0.0229
225	112.5	1.30	0.0263
300	150	1.60	0.0411
450	225	1.85	0.0611
600	300	1.80	0.0638

Daha önce bu konuda yapılan çalışmalarda, parametrelerin boyuta olan duyarlılıkları geniş bir boyut aralığında incelenmemiştir. Bu çalışmada geniş bir boyut aralığı seçilerek parametrelerin boyutla olan değişimleri detaylı bir şekilde incelenmiş ve boyutun artmasıyla hem  $K_{IC}^S$  hem de  $CTOD_c$  değerlerinde artışlar kaydedilmiştir.

### Çoklu fraktal boyut etkisi yöntemi

Boyut Etkisi Kuralı'na göre nominal gerilmeyle boyut arasındaki ilişkiye bakıldığında aşağıya doğru bir konkavlığın olduğu ve boyutun çok büyük değerlerinde dayanımın sıfıra doğru gittiği görülür. Buna karşın, Carpinteri ve diğerleri

(1995) tarafından öne sürülen Çoklu Fraktal Boyut Etkisi Yöntemi'ne göre nominal gerilmeyle boyut arasındaki ilişkide yukarı doğru bir konkavlığın olduğu görülmekte ve dayanım, çok büyük boyutlarda sıfıra gitmeyip sonsuzda yatay bir asimptota yaklaşmaktadır.

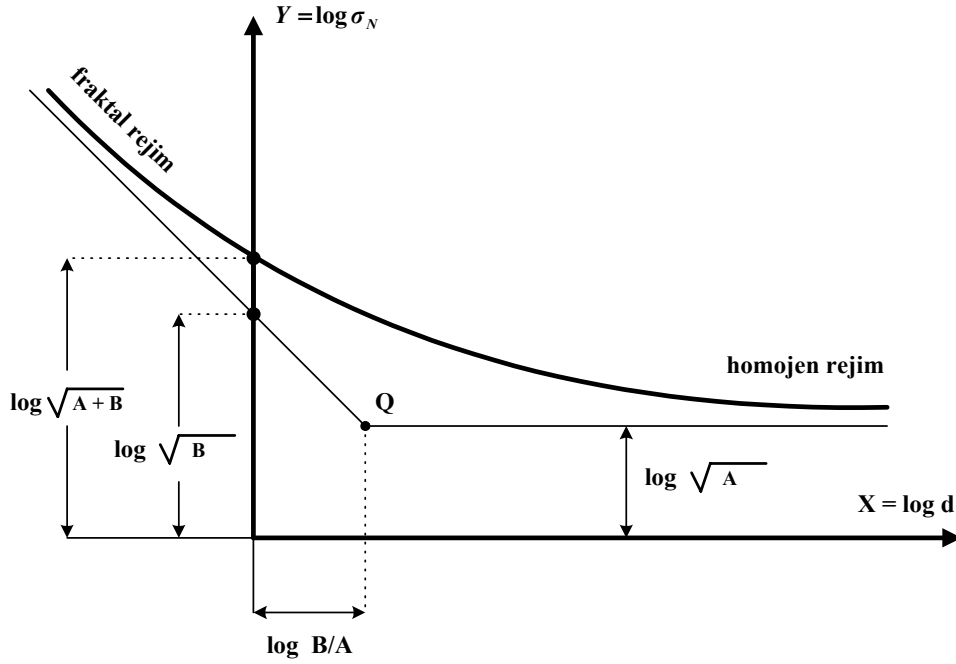
Çoklu Fraktal Boyut Etkisi Yöntemi aşağıdaki gibi ifade edilmektedir,

$$\sigma_N = \left( A + \frac{B}{d} \right)^{0.5} \quad (17)$$

burada  $\sigma_N$  nominal çekme dayanımını,  $d$  karakteristik boyutu,  $A$  gerilmenin karesi olan boyutlu bir sabiti ve  $B$  ise gerilmenin karesinin uzunluk boyutundaki bir sayı ile çarpımını göstermektedir.

Şekil 7'de nominal gerilmeyle boyut arasındaki logaritmik ilişkiye bakıldığında boyutun küçülmesiyle davranışın,  $B$  parametresi tarafından kontrol edilen düzensiz "Fraktal rejim" i temsil eden eğik asimptota doğru gitme eğilimi gösterdiği, boyutun büyümesiyle de  $A$  parametresi tarafından kontrol edilen "homojen rejim" i temsil eden yatay asimptota doğru gitme eğilimi sergilemektedir. Yani numune boyutu küçüldükçe mikroyapının düzensizleştiği fraktal rejimin





Şekil 7. Çoklu Fraktal Boyut Etkisi Yöntemi, logaritmik diyagram

geçerli olduğu, numune boyutu büyük değerler aldığı anda ise daha homojen bir yapıya geçilerek dayanımın sabit kaldığı öne sürülmektedir. Yine Şekil 7'den görüldüğü gibi iki asimptotun kesişme noktası olan Q'nun yatay koordinat değeri:

$$X_Q = \log \frac{B}{A} \quad (18)$$

dır ve uzunluk boyutundadır. Q noktası düzensiz rejimle düzenli rejimi ayıran noktadır. Yukarıdaki değer mikro yapının karakteristik boyutu  $l$  ile beraber yazıldığında maksimum agrega boyutu ile orantılı olduğu görülür (Carpinteri v. diğ., 1995).

$$l = \frac{B}{A} = \alpha \cdot d_{\text{maks.}} \quad (19)$$

Çoklu Fraktal Boyut Etkisi Yöntemi'ne ait parametreleri bulmak için Denklem 17 aşağıda görüldüğü gibi lineer bir bağıntı haline getirilmektedir.

$$\sigma_N^2 = A + B \frac{1}{d} \quad (20)$$

$\sigma_N^2$ 'ye karşı  $1/d$  grafiği çizildiğinde elde edilen

eğrinin denklemi, A ve B katsayılarını ve aynı zamanda deney sonuçlarıyla uyumunu ifade eden korelasyon katsayısını vermektedir.

### Modifiye fraktal yöntem

Akyüz ve Taşdemir (1997) tarafından önerilen bu yöntem nominal gerilmeyi aşağıdaki şekilde tanımlamaktadır:

$$\sigma_N = \frac{A}{B + d} \quad (21)$$

burada,  $\sigma_N$  yine nominal gerilmeyi, A ve B sabitleri, d ise boyutu göstermektedir. A ve B sabitlerini bulabilmek için denklem 21 aşağıdaki gibi yazılabilir:

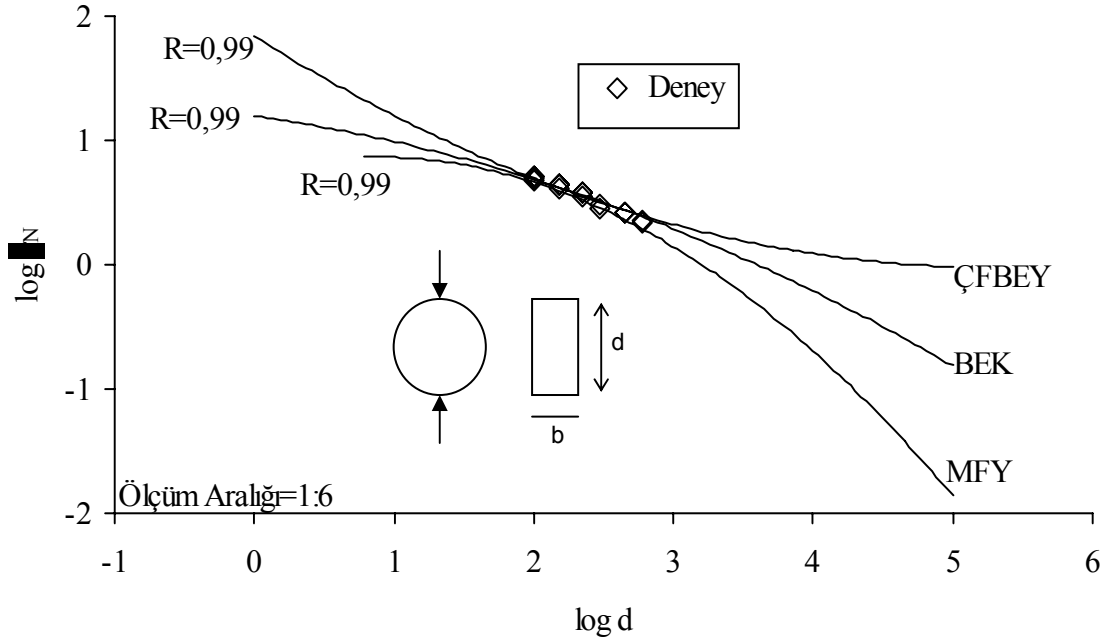
$$\frac{1}{\sigma_N} = \frac{B + d}{A} = \frac{1}{A}d + \frac{B}{A} \quad (22)$$

böylece lineer bir bağıntı elde edilmiş olur. Burada  $1/A$  regresyon eğrisinin eğimini,  $B/A$  ise eğrinin y eksenini kestiği noktayı göstermektedir. Dayanımın tersinin boyuta karşı grafiği çizildiğinde elde edilen eğrinin denkleminde A ve B sabitleri hesaplanır ve korelasyon katsayısı bulunur.

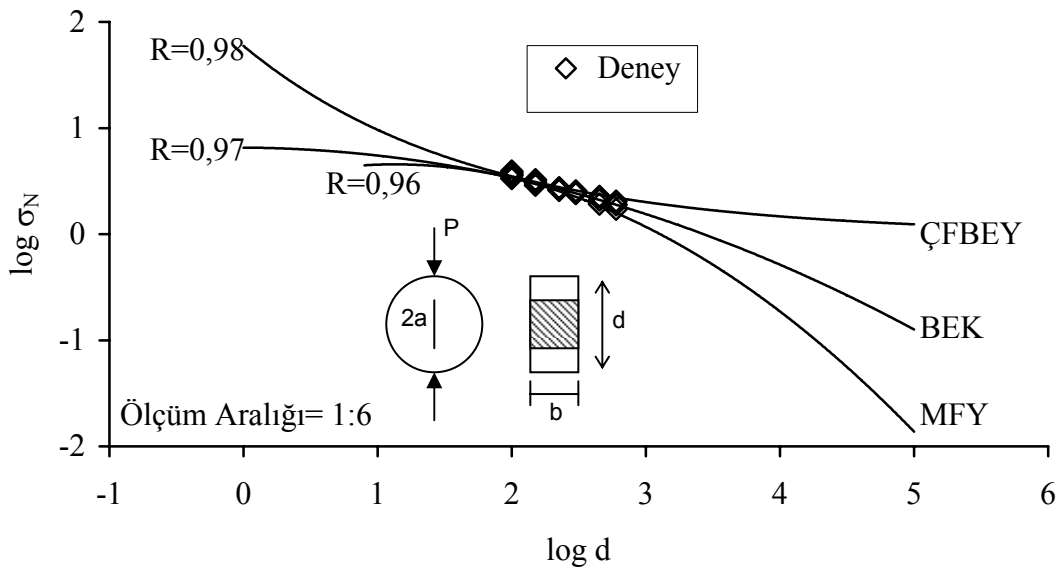
### Önerilen yöntemlerin karşılaştırılması

Beton boyut etkisi sergileyen bir malzeme olduğu için, söz konusu modellerin tümü beton dayanımının boyutla olan ilişkisini ifade etmeye yöneliktir. Boyut Etkisi Kuralı (BEK), Çoklu Fraktal Boyut Etkisi Yöntemi (ÇFBEY) ve Modifiye Fraktal Yöntem'e (MFY) ait parametreler hesaplandıktan sonra nominal gerilmeye karşı boyut eğrileri çizilmiş ve karşılaştırmaları yapılmıştır. Çentiksiz ve 0.1 çentik-çap oranındaki

numunelere ait eğriler Şekil 8 ve 9'da gösterilmiştir. Şekil 8'de görüldüğü gibi çentiksiz numunelerde çok yüksek korelasyon katsayıları elde edilmiştir. Çentik-çap oranı 0.1 olan numunelerde ise en yüksek korelasyon katsayısını Çoklu Fraktal Boyut Etkisi Yöntemi vermiştir. Eğrilerin korelasyon katsayılarına bakıldığında genel olarak tüm modeller laboratuvar ölçeğindeki boyutlarda çok iyi sonuçlar vermişlerdir. Fakat daha büyük boyutlarda farklılıkların olacağı beklenebilir.



Şekil 8. Çentiksiz numunelerde uygulanan yöntemlerin karşılaştırılması



Şekil 9. Çentik çap oranı 0.1 olan numunelerde uygulanan yöntemlerin karşılaştırılması

## Sonuçlar

Çentiksiz ve çentikli disk numunelerde Mod I yüklemesi altında yapılan yarma-çekme deneylerinden elde edilen verilerin irdelenmesiyle aşağıdaki sonuçlar elde edilmiştir.

1. Yarma-çekme deneyine tabi tutulan çentikli ve çentiksiz disk numunelerde numune çapı arttıkça nominal dayanımlar azalmış ve oldukça güçlü bir boyut etkisi görülmüştür. Dayanımlardaki azalma çentiksiz numunelerde daha belirgin olmuştur.
2. Disk numune çapları azaldıkça, kırılma süreci bölgesi daha etkin hale gelmiştir.
3. Boyut Etkisi Kuralı, mukavemet kriteri ile LEKM arasındaki geçişi ifade etmektedir.
4. İki Parametrelili Model'deki deney zorlukları göz önüne alınarak geliştirilen tepe yükü yöntemine göre hesaplanan kırılma parametrelerinde büyük numunelerde artışlar kaydedilmiştir. 300 mm'lik disk çapına kadar yaklaşık sabit kalan kırılma parametreleri, bu çaptan sonra ani bir artış göstermiştir. Günümüze dek önerilen modeller kullanıldığında, belirli bir beton için boyut ve geometriden bağımsız olması gereken parametreler boyuta bağımlılık sergilemişlerdir.
5. Boyutun artmasıyla hem  $K_{Ic}^S$  hem de  $CTOD_c$  değerlerinde artışların olması, tepe yükü esasına göre hem boyuttan hem de geometriden bağımsız kırılma parametrelerinin elde edilemeyeceği sonucunu doğrulamaktadır.
6. Boyut Etkisi Kuralı, Çoklu Fraktal Boyut Etkisi Yöntemi ve Modifiye Fraktal Yöntem nominal gerilmenin boyutla olan ilişkisini laboratuvar ölçeğindeki numuneler için iyi bir biçimde sergilemiştir. Çoklu Fraktal Boyut Etkisi Yöntemi, diğer yöntemlere göre daha yüksek korelasyon katsayıları vermektedir.
7. Kiriş numunelere alternatif olan çentikli disk numuneler, kırılma parametrelerinin hesa-

bında büyük yarar sağlamaktadır. Böylece bu numune geometrisi üzerindeki çalışmaların tamamlanması disk numunelerin de potansiyel olarak önerilmesini sağlayacaktır.

## Teşekkür

Çalışmanın deneysel kısmına verilen desteklerden dolayı BetonSA Teknoloji Merkezi teşekkürle anılır.

## Kaynaklar

- Akyüz, S. ve Taşdemir, M. A., (1997). Betonun Kırılmasına Fraktal Yaklaşım, X. Ulusal Mekanik Kongresi, Eylül 15-19, 93-103, Maslak, İstanbul.
- Bazant, Z. P., (1984). Size effect in blunt fracture: concrete, rock, metal, *Journal of Engineering Materials*, ASCE, **110**, 518-535.
- Bazant, Z. P. ve Kazemi, M. T., (1990). Determination of Fracture Energy, Process Zone Length, and Brittleness Number from Size Effect, with Application to Rock and Concrete, *International Journal of Fracture*, **44**, 111-131.
- Carpinteri, A., Chiaia, B. ve Ferro, G., (1995). Size Effects on Nominal Tensile Strength of Concrete Structures: Multifractality of Material Ligaments and Dimensional Transition from Order to Disorder, *Materials and Structures*, **28**, 311-317.
- Hillerborg, A., (1985). The Theoretical Basis of a Method to Determine the Fracture Energy ( $G_F$ ) of Concrete, *Materials and Structures*, **18**, 106, 291-296.
- Hillerborg, A., Modeer, M. ve Petersson, P. E., (1976). Analysis of Crack Formation and Crack Growth in Concrete by Means of Fracture Mechanics and Finite Elements, *Cement and Concrete Research*, **6**, 773-782.
- Jenq, Y. S. ve Shah, S. P., (1985). Two Parameter Fracture Model for Concrete, *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE, **4**, 1227-1241.
- Nallathambi, P. ve Karihaloo, B. L., (1986). Determination of Specimen-size Independent Fracture Toughness of Plain Concrete, *Magazine of Concrete Research*, **38**, 135, 67-76.
- RILEM FMC-50., (1985). Determination of the Fracture Energy of Mortar and Concrete by Means of Three Point Bending Test on Notched Beams, *Materials and Structures*, **18**, 285-290.
- RILEM TC-FMT., (1990a). Size-effect Method for Determining Fracture Energy and Process Zone Size of Concrete, *Materials and Structures*, **23**, 138, 461-465.

- RILEM TC-FMT., (1990b). Determination of the Fracture Parameters ( $K_{IC}^S$  and  $CTOD_C$ ) of Plain Concrete Using Three-point Bend Tests, *Materials and Structures*, **23**, 138, 457-460.
- Shah, S. P. ve Taşdemir, M. A., (1994). Role of Fracture Mechanics in Concrete Technology, *Advances in Concrete Technology*, Ed. V. M. Malhotra, CANMET, Second Edition, 161-202.
- Swartz, S. E. ve Refai, T. M. E., (1988). Influence of Size Effects on Opening Mode Fracture Parameters for Precracked Concrete Beams in Bending, *Fracture of Concrete and Rock*, 243-254, Springer-Verlag, New York.
- Tang, T., (1994). Effects of Load-distributed Width on Split Tension of Unnotched and Notched Cylindrical Specimens, *Journal of Testing and Evaluation*, **22**, 5, 401-409.
- Tang, T., Shah, S. P. ve Ouyang, C., (1992). Fracture Mechanics and Size Effect of Concrete in Tension, *Journal of Structural Engineering*, ASCE, **118**, 11, 3169-3185.
- Tang, T., Ouyang, C. ve Shah, S. P., (1996). A Simple Method for Determining Material Fracture Parameters from Peak Loads, *ACI Materials Journal*, **93**, 2, 147-157.
- Yang, S., Tang, T., Zollinger, D.G. ve Gurjar, A., (1997). Splitting Tension Tests to Determine Concrete Fracture Parameters by Peak-load Method, *Advance Cement Based Materials*, **5**, 18-28.