

## Düzlemsel bir dalganın, toprak içine gömülü mükemmel iletken küreden saçılması

Bayram ESEN\*, İnci AKKAYA

İTÜ Elektrik-Elektronik Fakültesi, Elektronik ve Haberleşme Mühendisliği Bölümü, 34469, Ayazağa, İstanbul

### Özet

*İletken bir kürenin gömülü olduğu iletken topraktan, lineer-polarizasyonlu düzlemsel bir dalganın saçılması kesin bir metotla çözülmüştür. Alanlar düzlemsel dalgaların integralleriyle ifade edilmiştir. Alanlara ait bilinmeyen  $2n$  saçılma katsayısının oluşturduğu sonsuz sayıda lineer denklem elde edilmiştir. Bu denklemler, ortam sabitlerini, frekansı, kürenin yarıçapını ve derinliğini içerir. Toprak yüzeyine paralel bir düzlemde, geri-saçılan alanın analizi yapılmıştır ve bu alanın gönderilen alana dik bir bileşeninin olduğu saptanmıştır. Düzlemsel ince anten dizileri ile bu bileşenin dedekte edilmesi sonucu, hedefin varlığı ve konumu tespit edilebilir. Sonsuz sayıdaki denklem sistemi istenen hassasiyeti sağlayacak belli bir sayıda kesilip ve toprağın iletkenliği, dielektrik sabiti, ve kürenin yarıçapı parametreleri ve üç frekans için, sonuçlar sunulmuştur.*

**Anahtar Kelimeler:** Saçılma, gömülü küre.

## Scattering of a plane wave from a perfectly conducting sphere buried in a lossy soil

### Abstract

*A rigorous method has been developed to determine the scattering of a linearly polarised plane wave above a conducting ground, in which a perfectly conducting (PEC) sphere is buried. The method is simply based on expressing the fields as the integrals of plane waves. Using this method, an infinite linear system of equations is obtained for the unknown scattering coefficients of the field components. The result is two equations. Each of these equations includes a summation with  $2n$  unknown coefficients  $b_n$ ,  $c_n$  and  $\theta$ .  $\theta$  appears in Bessel functions and Legendre polynomials of various orders. Therefore, for the solution of these equations orthogonality relations cannot be applied. The back scattered field is analysed at a plane which is parallel to the surface of the earth. It is found that this field includes a cross-polarised component. In a  $z$ =constant plane the magnitude of the cross-polarised component has one minimum at the center and four maxima around this minimum. By making a planar array of linear antennas, the cross-polarised field can be detected and thus the presence and the position of the target is revealed. A truncation of the set of equations is applied depending on the desired level of accuracy. Some numerical results are presented for various parameters such as conductivity and permittivity of the soil and radius of the sphere for three frequencies.*

**Keywords:** Scattering, buried sphere.

---

\*Yazışmaların yapılacağı yazar: Bayram ESEN. bayram@ehb.itu.edu.tr; Tel: (212) 285 36 36.

Bu makale, birinci yazar tarafından İTÜ Elektrik-Elektronik Fakültesi'nde tamamlanmış olan "Havadan gönderilen düzlemsel bir dalganın, toprak içine gömülü mükemmel iletken bir küreden saçılması" adlı doktora tezinden hazırlanmıştır. Makale metni 24.04.2003 tarihinde dergiye ulaşmış, 04.07.2003 tarihinde basım kararı alınmıştır. Makale ile ilgili tartışmalar 30.06.2004 tarihine kadar dergiye gönderilmelidir.

## Giriş

Gerek tomografide, gerek jeoloji ve arkeolojide, gerek askeri amaçlarla, kayıplı dielektrik bir yapı içinde gömülü bir hedefin dışardan elektromagnetik dalgalar göndererek tespiti pek çok araştırmaya konu olmuştur.

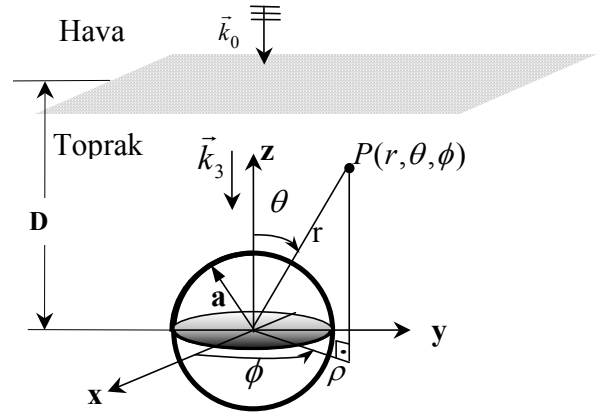
Bu çalışmada, havadan gönderilen bir düzlemsel dalganın toprak içinde bulunan iletken bir küreden saçılarak yer-yüzüne geri dönmesi incelenmiştir. Bu tip 3-boyutlu problemlerin çözümleri, 2-boyutlu benzer problemlerden daha zor olduğu için, literatürde yoğun olarak bulunmamaktadır. Şimdiye kadar yapılan yayınlardan, Cui ve diğerleri (1998a, 1998b), gömülü herhangi bir yöndeki elektrik dipolünden ışınlanan elektrik alanların formülasyonunu yapmışlardır, sonra bu formüllerden faydalanarak, gömülü dielektrik/iletken hedef mevcut olduğu durumlarda elektrik alan için integral denklemler oluşturulmuştur. İntegral denklemin çözümünden yukarı-ortamdaki saçılan elektrik alanı ifade edilmiştir. İkinci kısımda ise, integral denklemler, Moment Metodu (MoM) kullanılarak sayısal uygulamalar için çözülmüştür. İlgili bir kaç sayısal sonuç sunulmuştur. Cui ve Chew (1999a), 3-boyutlu gömülü cisimlerden radyasyon ve Elektromanyetik (EM) saçılmada karşılaşılan Sommerfeld integrallerinin hızlı hesabını MoM ile incelemiştir. Yine 3-boyutlu gömülü, dalgaboyuna göre büyük, dielektrik cisimlerden EM saçılma için hızlı bir algoritma geliştirilmiştir (Cui ve Chew, 1999b). Son olarak, en dik iniş yolu hızlı çok-kutup metodu kullanılarak, düzgün olmayan bir yüzeyin altına gömülü mükemmel iletken veya içine nüfuz edilebilen cisimlerden EM saçılmanın 3-boyutlu yüzey-altı analizi yapılmıştır (El-Shenawee vd., 2001).

Bütün bu makalelerde integral denklemler çözülmekte ve MoM kullanılmaktadır. Böylece hem çözüm uzamış olmakta hem de hassasiyet önemli derecede azalabilmektedir. Hedef mozaik şeklinde küçük parçalara bölünerek hesap yapılmaktadır. Bu tezde ise, integral denklem ve MoM kullanılmasına lüzum kalmamış ve kesin çözüm elde edilmiştir. Ayrıca hesap süresi de önemli ölçüde azaltılmıştır.

Ayrıca, C-tarama yapan bir toprak radarının (GPR'nin) hedefi tespit etmesi için,  $x$ -ekseni boyunca  $m$  tane ve  $y$ -ekseni boyunca da  $n$  tane, toplam  $(m \times n)$  tane, sondaj ölçüsü alması gerekmektedir (Paik vd., 2002). Bu çalışmanın sonuçlarına göre, zeminden sabit yükseklikte bir düzlemsel alıcılar dizisi kullanılarak, hedefin konumu bir veya iki işlemle tespit edilebilmektedir. Bu da yapılan çalışmanın orijinallliğini ve önemini belirtmektedir.

## Problemin formülasyonu ve çözümü

Problemin geometrisi Şekil 1'de görülmektedir.



Şekil 1. Problemin geometrisi

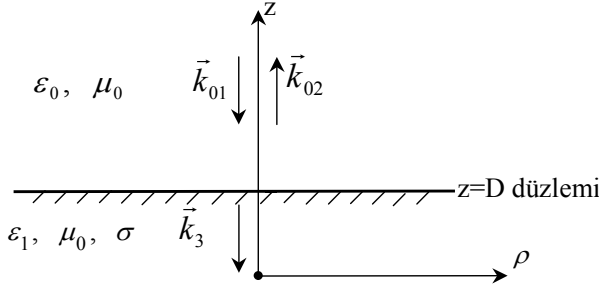
$$\begin{aligned} \vec{E}_1 &= E_0 e^{-i\omega t - ik_0 z} \cdot \vec{u}_x, \\ \vec{H}_1 &= \frac{E_0}{120 \pi} e^{-i\omega t - ik_0 z} \cdot \vec{u}_y \end{aligned} \quad (1)$$

ile verilen bir düzlemsel dalga toprağa gönderilmektedir (Türkoğlu, 2001). Buradan itibaren zamana göre değişim katsayısı  $e^{-i\omega t}$  yazılmayacaktır.

Şekil 2'de, toprak içinde küre yokken, gelen alan  $(\vec{E}_1, \vec{H}_1)$ , toprak yüzeyinden, yansıyan  $(\vec{E}_2, \vec{H}_2)$  ve kırılan  $(\vec{E}_3, \vec{H}_3)$  düzlemsel dalgaların oluşmasına neden olur (t=toplam).

Küre yokken hava-toprak sınır şartları gereği

$$E_{03} = \frac{2E_0}{1 + \sqrt{\hat{\epsilon}_r}} e^{-i(k_0 - k)D} \text{ olarak elde edilir.}$$



Şekil 2. Küre yokken oluşan alanlar

Küre varken oluşacak dalgalar Şekil 3'te görülmektedir. Küre yüzeyindeki sınır şartını uygulayabilmek için önce:

$$e^{-ikz} = e^{-ikr \cos \theta} = \sum_{n=0}^{\infty} i^{-n} (2n+1) j_n(kr) P_n(\cos \theta) \quad (2)$$

dönüşüm özdeşliği (Stratton, 1941) kullanılacaktır. Bu durumda küre yokken kırılan ( $\vec{E}_3^t, \vec{H}_3^t$ ) dalgasının elektrik alan bileşenlerini, küresel dalgaların toplamı olarak,

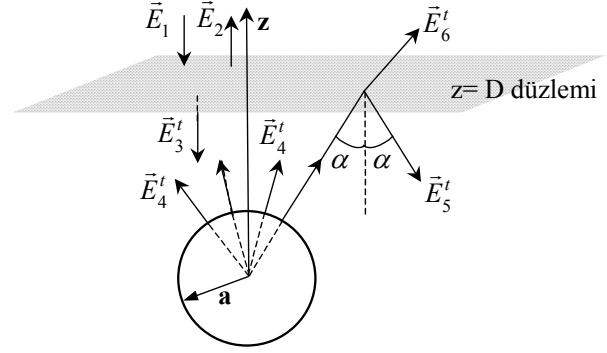
$$E_{3r}^t = E_{03} \frac{\cos \phi}{ikr} \sum_{n=0}^{\infty} i^{-n} (2n+1) j_n(kr) \frac{\partial}{\partial \theta} P_n(\cos \theta) \quad (3)$$

$$E_{3\theta}^t = E_{03} \cos \phi \sum_{n=0}^{\infty} i^{-n} (2n+1) j_n(kr) P_n(\cos \theta) \cos \theta \quad (4)$$

$$E_{3\phi}^t = -E_{03} \sin \phi \sum_{n=0}^{\infty} i^{-n} (2n+1) j_n(kr) P_n(\cos \theta) \quad (5)$$

ifade edebiliriz. Yukardaki ifadelerde  $j_n(kr)$  ve  $P_n(\cos \theta)$ , sırasıyla, küresel Bessel ve Legendre polinomlarını göstermektedirler. Şekil 3'teki ( $\vec{E}_4^t, \vec{H}_4^t$ ), ( $\vec{E}_5^t, \vec{H}_5^t$ ) ve ( $\vec{E}_6^t, \vec{H}_6^t$ ) dalgaları da, sırasıyla, küreden saçılan, toprak-hava sınırından geri yansıyan ve havaya geçen küresel dalgalardır. Bu alanlar, küre ile toprak-hava sınırları arasında peşpeşe meydana gelen yansıma ve kırılmaların sonucunda oluşan toplam alanlardır.

(3), (4) ve (5) ifadelerindeki elektrik alan bileşenlerini küresel TE ve küresel TM modları cinsinden yazalım: Küresel TE modları bileşenleri:



Şekil 3. Problemden oluşan çeşitli alanlar

$$E_{3r} = 0 \quad (6)$$

$$E_{3\theta} = E_{03} \sum_{n=1}^{\infty} a_n j_n(kr) \frac{P_n^1(\cos \theta)}{\sin \theta} \cos \phi \quad (7)$$

$$E_{3\phi} = -E_{03} \sum_{n=1}^{\infty} a_n j_n(kr) \frac{\partial}{\partial \theta} [P_n^1(\cos \theta)] \sin \phi \quad (8)$$

Küresel TM modları bileşenleri:

$$E_{3r}' = iE_{03} \sum_{n=1}^{\infty} n(n+1) a_n \frac{j_n(kr)}{(kr)} P_n^1(\cos \theta) \cos \phi \quad (9)$$

$$E_{3\theta}' = iE_{03} \sum_{n=1}^{\infty} a_n \left[ j_{n-1}(kr) - \frac{n}{kr} j_n(kr) \right] \frac{\partial [P_n^1(\cos \theta)]}{\partial \theta} \cos \phi \quad (10)$$

$$E_{3\phi}' = iE_{03} \sum_{n=1}^{\infty} a_n \left[ j_{n-1}(kr) - \frac{n}{kr} j_n(kr) \right] \frac{P_n^1(\cos \theta)}{\sin \theta} \sin \phi \quad (11)$$

yazılır. Burada,  $a_n = -i^{-n} \frac{(2n+1)}{n(n+1)}$ , dir (Harrington, 1961).

Toprak içindeki ( $\vec{E}_4^t, \vec{H}_4^t$ ) küresel dalgası da şu şekilde yazılabilir: TE modu bileşenleri:

$$E_{4r} = 0 \quad (12)$$

$$E_{4\theta} = E_{03} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^n m h_n^{(1)}(kr) \frac{P_n^m(\cos\theta)}{\sin\theta} \left[ c_{nm}^+ \sin m\phi - c_{nm}^- \cos m\phi \right] \quad (13)$$

$$E_{4\phi} = E_{03} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^n h_n^{(1)}(kr) \frac{d}{d\theta} \left[ P_n^m(\cos\theta) \right] \left[ c_{nm}^+ \cos m\phi + c_{nm}^- \sin m\phi \right] \quad (14)$$

$$H_{4r} = E_{03} \sqrt{\frac{\hat{\epsilon}}{\mu_0}} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^n i n(n+1) \frac{h_n^{(1)}(kr)}{(kr)} P_n^m(\cos\theta) \left[ c_{nm}^+ \cos m\phi + c_{nm}^- \sin m\phi \right] \quad (15)$$

$$H_{4\theta} = E_{03} \sqrt{\frac{\hat{\epsilon}}{\mu_0}} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^n i \frac{1}{r} \frac{d[rh_n^{(1)}(kr)]}{d(kr)} \frac{d}{d\theta} \left[ P_n^m(\cos\theta) \right] \left[ c_{nm}^+ \cos m\phi + c_{nm}^- \sin m\phi \right] \quad (16)$$

$$H_{4\phi} = -E_{03} \sqrt{\frac{\hat{\epsilon}}{\mu_0}} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^n i m \frac{1}{r} \frac{d[rh_n^{(1)}(kr)]}{d(kr)} \frac{P_n^m(\cos\theta)}{\sin\theta} \left[ c_{nm}^+ \sin m\phi - c_{nm}^- \cos m\phi \right] \quad (17)$$

TM modu bileşenleri:

$$H_{4r}' = 0 \quad (18)$$

$$H_{4\theta}' = -\sqrt{\frac{\hat{\epsilon}_1}{\mu_0}} E_{03} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^n m h_n^{(1)}(kr) \frac{P_n^m(\cos\theta)}{\sin\theta} \left[ b_{nm}^+ \sin m\phi - b_{nm}^- \cos m\phi \right] \quad (19)$$

$$H_{4\phi}' = -\sqrt{\frac{\hat{\epsilon}_1}{\mu_0}} E_{03} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^n h_n^{(1)}(kr) \frac{d}{d\theta} \left[ P_n^m(\cos\theta) \right] \left[ b_{nm}^+ \cos m\phi + b_{nm}^- \sin m\phi \right] \quad (20)$$

$$E_{4r}' = E_{03} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^n i n(n+1) \frac{h_n^{(1)}(kr)}{kr} P_n^m(\cos\theta) \left[ b_{nm}^+ \cos m\phi + b_{nm}^- \sin m\phi \right] \quad (21)$$

$$E_{4\theta}' = E_{03} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^n i \frac{1}{r} \frac{d[rh_n^{(1)}(kr)]}{d(kr)} \frac{dP_n^m(\cos\theta)}{d\theta} \left[ b_{nm}^+ \cos m\phi + b_{nm}^- \sin m\phi \right] \quad (22)$$

$$E_{4\phi}' = E_{03} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^n (-im) \frac{1}{r} \frac{d[rh_n^{(1)}(kr)]}{d(kr)} \frac{P_n^m(\cos\theta)}{\sin\theta} \left[ b_{nm}^+ \sin m\phi - b_{nm}^- \cos m\phi \right] \quad (23)$$

Burada  $h_n^{(1)}(kr)$ ; birinci nev'i küresel Hankel fonksiyonlarıdır.  $b_{nm}^+$ ,  $b_{nm}^-$ ,  $c_{nm}^+$  ve  $c_{nm}^-$  bilinmeyen saçılma katsayılarıdır. (12) - (14) ve (18) - (20) bileşenleri  $B_\rho = \sin\theta B_r + \cos\theta B_\theta$  ve  $B_z = \cos\theta B_r - \sin\theta B_\theta$  formülleri kullanılarak silindirik bileşenlere çevrilirse:

$$E_{4\rho} = E_{03} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^n \left[ c_{nm}^+ \sin m\phi - c_{nm}^- \cos m\phi \right] \left\{ \left[ \frac{n(n+1) - m(m-1)}{2} \right] h_n^{(1)}(kr) P_n^{m-1}(\cos\theta) + \frac{1}{2} h_n^{(1)}(kr) P_n^{m+1}(\cos\theta) \right\} \quad (24)$$

$$E_{4\phi} = E_{03} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^n \left[ c_{nm}^+ \cos m\phi + c_{nm}^- \sin m\phi \right] \left\{ \left[ \frac{n(n+1) - m(m-1)}{2} \right] h_n^{(1)}(kr) P_n^{m-1}(\cos\theta) - \frac{1}{2} h_n^{(1)}(kr) P_n^{m+1}(\cos\theta) \right\} \quad (25)$$

$$E_{4z} = E_{03} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^n (-m) h_n^{(1)}(kr) P_n^m(\cos\theta) \left[ c_{nm}^+ \sin m\phi - c_{nm}^- \cos m\phi \right] \quad (26)$$

$$H_{4\rho}' = -\sqrt{\frac{\hat{\epsilon}_1}{\mu_0}} E_{03} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^n \left[ b_{nm}^+ \sin m\phi - b_{nm}^- \cos m\phi \right] \left\{ \left[ \frac{n(n+1) - m(m-1)}{2} \right] h_n^{(1)}(kr) P_n^{m-1}(\cos\theta) + \frac{1}{2} h_n^{(1)}(kr) P_n^{m+1}(\cos\theta) \right\} \quad (27)$$

$$H_{4\phi}' = -\sqrt{\frac{\hat{\epsilon}_1}{\mu_0}} E_{03} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^n \left[ b_{nm}^+ \cos m\phi + b_{nm}^- \sin m\phi \right] \left\{ \left[ \frac{n(n+1) - m(m-1)}{2} \right] h_n^{(1)}(kr) P_n^{m-1}(\cos\theta) - \frac{1}{2} h_n^{(1)}(kr) P_n^{m+1}(\cos\theta) \right\} \quad (28)$$

$$H_{4z}' = -\sqrt{\frac{\hat{\epsilon}_1}{\mu_0}} E_{03} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^n (-m) h_n^{(1)}(kr) P_n^m(\cos\theta) \quad (29)$$

$$\left[ b_{nm}^+ \sin m\phi - b_{nm}^- \cos m\phi \right]$$

(24)-(29) ifadeleri yazılırken Legendre polinomlarına ait şu bağıntılar kullanılmıştır:

$$f_1(\theta) = \cot\theta P_n^m(\cos\theta)$$

$$= \left[ \frac{n(n+1) - m(m-1)}{2m} \right] P_n^{m-1}(\cos\theta) \quad (30)$$

$$+ \frac{1}{2m} P_n^{m+1}(\cos\theta)$$

$$f_2(\theta) = \frac{d}{d\theta} [P_n^m(\cos\theta)]$$

$$= \left[ \frac{n(n+1) - m(m-1)}{2} \right] P_n^{m-1}(\cos\theta) \quad (31)$$

$$- \frac{1}{2} P_n^{m+1}(\cos\theta)$$

Şimdi (24) - (29) ifadelerine

$$h_n^{(1)}(kr) P_n^q(\cos\theta) =$$

$$i^{q-n} \int_C J_q(kr \sin\theta \sin\alpha) e^{ikr \cos\theta \cos\alpha} P_n^q(\cos\alpha) d(\cos\alpha) \quad (32)$$

formülü (Akkaya, 1978, 2002) uygulansın: Böylece küresel TE modlarına ait elektrik ve magnetik alan vektörleri,

$$\vec{E}_4 = E_{03} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^n i^{-n} \left\{ c_{nm}^+ \int_C [f_1(\alpha) \bar{e}_{41} + f_2(\alpha) \bar{e}_{42}] d(\cos\alpha) \quad (33)$$

$$+ c_{nm}^- \int_C [f_1(\alpha) \bar{e}_{43} + f_2(\alpha) \bar{e}_{44}] d(\cos\alpha) \right\}$$

$$\vec{H}_4 = E_{03} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^n i^{-n} \left\{ c_{nm}^+ \int_C [f_1(\alpha) \bar{h}_{41} + f_2(\alpha) \bar{h}_{42}] d(\cos\alpha) \quad (34)$$

$$+ c_{nm}^- \int_C [f_1(\alpha) \bar{h}_{43} + f_2(\alpha) \bar{h}_{44}] d(\cos\alpha) \right\}$$

küresel TM modlarına ait elektrik ve magnetik alan vektörleri de:

$$\vec{H}_4' = H_{03} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^n i^{-n} \left\{ b_{nm}^+ \int_C [f_1(\alpha) \bar{h}_{41}' + f_2(\alpha) \bar{h}_{42}'] d(\cos\alpha) \quad (35)$$

$$+ b_{nm}^- \int_C [f_1(\alpha) \bar{h}_{43}' + f_2(\alpha) \bar{h}_{44}'] d(\cos\alpha) \right\}$$

$$\vec{E}_4' = E_{03} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^n i^{-n} \left\{ -b_{nm}^- \int_C [f_1(\alpha) \bar{e}_{41} + f_2(\alpha) \bar{e}_{42}] d(\cos\alpha) \quad (36)$$

$$+ b_{nm}^+ \int_C [f_1(\alpha) \bar{e}_{43} + f_2(\alpha) \bar{e}_{44}] d(\cos\alpha) \right\}$$

şeklinde elde edilir. Burada  $C$  integral yolu, karmaşık  $\cos\alpha$  -düzleminde  $\cos\alpha = i\infty$  'dan  $\cos\alpha = 1$  'e kadar olan yoldur,  $f_1(\alpha)$  ve  $f_2(\alpha)$  (30) ve (31) ile verilen fonksiyonlardır,

$$f_1'(\alpha) = \frac{\cos\alpha}{m} f_2(\alpha) \quad f_2'(\alpha) = \frac{m}{\cos\alpha} f_1(\alpha), \quad \text{ve}$$

$$H_{03} = -\sqrt{\frac{\hat{\epsilon}_1}{\mu_0}} E_{03}, \quad \bar{e}_{4j} \quad \text{ve} \quad \bar{h}_{4j}' \quad (j = 1,2,3,4)$$

vektörleri ise, silindirik TE ve TM modlarını göstermektedir. Yani

$$\bar{e}_{41} = -mi^{m+1} \frac{\partial g(\rho, z)}{\partial(k\rho \sin\alpha)} \sin m\phi \bar{u}_\rho$$

$$- m^2 i^{m+1} \frac{g(\rho, z)}{k\rho \sin\alpha} \cos m\phi \bar{u}_\phi \quad (37)$$

$$- mi^m (tg\alpha) g(\rho, z) \sin m\phi \bar{u}_z$$

$$\bar{e}_{42} = -i^m \left[ im \frac{g(\rho, z)}{k\rho \sin\alpha} \sin m\phi \bar{u}_\rho \quad (38)$$

$$+ i \frac{\partial g(\rho, z)}{\partial(k\rho \sin\alpha)} \cos m\phi \bar{u}_\phi \right]$$

$$\bar{e}_{43} = mi^{m+1} \frac{\partial g(\rho, z)}{\partial(k\rho \sin\alpha)} \cos m\phi \bar{u}_\rho$$

$$- m^2 i^{m+1} \frac{g(\rho, z)}{k\rho \sin\alpha} \sin m\phi \bar{u}_\phi \quad (39)$$

$$+ mi^m (tg\alpha) g(\rho, z) \cos m\phi \bar{u}_z$$

$$\bar{e}_{44} = i^m \left[ im \frac{g(\rho, z)}{k\rho \sin\alpha} \cos m\phi \bar{u}_\rho \quad (40)$$

$$- i \frac{\partial g(\rho, z)}{\partial(k\rho \sin\alpha)} \sin m\phi \bar{u}_\phi \right]$$

$$\begin{aligned} \bar{h}_{41}' &= -mi^{m+1} \frac{\partial g(\rho, z)}{\partial(k\rho \sin \alpha)} \sin m\phi \bar{u}_\rho \\ &\quad - m^2 i^{m+1} \frac{g(\rho, z)}{k\rho \sin \alpha} \cos m\phi \bar{u}_\phi \\ &\quad - mi^m (tg \alpha) g(\rho, z) \sin m\phi \bar{u}_z \end{aligned} \quad (41)$$

$$\begin{aligned} \bar{h}_{42}' &= -i^m \left[ im \frac{g(\rho, z)}{k\rho \sin \alpha} \sin m\phi \bar{u}_\rho \right. \\ &\quad \left. + i \frac{\partial g(\rho, z)}{\partial(k\rho \sin \alpha)} \cos m\phi \bar{u}_\phi \right] \end{aligned} \quad (42)$$

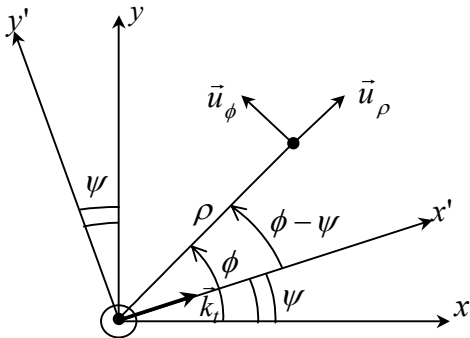
$$\begin{aligned} \bar{h}_{43}' &= mi^{m+1} \frac{\partial g(\rho, z)}{\partial(k\rho \sin \alpha)} \cos m\phi \bar{u}_\rho \\ &\quad - m^2 i^{m+1} \frac{g(\rho, z)}{k\rho \sin \alpha} \sin m\phi \bar{u}_\phi \\ &\quad + mi^m (tg \alpha) g(\rho, z) \cos m\phi \bar{u}_z \end{aligned} \quad (43)$$

$$\begin{aligned} \bar{h}_{44}' &= i^m \left[ im \frac{g(\rho, z)}{k\rho \sin \alpha} \cos m\phi \bar{u}_\rho \right. \\ &\quad \left. - i \frac{\partial g(\rho, z)}{\partial(k\rho \sin \alpha)} \sin m\phi \bar{u}_\phi \right] \end{aligned} \quad (44)$$

dir. Bu ifadelerde  $\bar{e}_{4j} = h_{4j}'$  olmaktadır ve  $g(\rho, z) = J_m(k\rho \sin \alpha) e^{ikz \cos \alpha}$  şeklinde tanımlıdır.

Düzlemsel bir dalganın propagasyon vektörü  $\bar{k} = k_z \bar{u}_z + \bar{k}_t$  olsun.  $\bar{k}_t$   $Oxy$  düzlemi içindedir. Şekil 4'te  $xy$  düzleminin  $x'y'$  düzlemine dönüştürülmesi ve  $\bar{k}_t = k_t \bar{u}_{x'}$  görülmektedir.

(37)-(44)'te verilen silindirik modları, düzlemsel dalgaların integrali olarak yazılırsa:



Şekil 4. Problemin geometrisine ait bir kesit

$$\begin{aligned} \bar{e}_{41} &= \frac{1}{2\pi} \int_{\psi-\phi=-\pi}^{\pi} m \cdot \sin m\psi e^{ik_t x'} e^{ik_z z} \left( \bar{u}_{x'} - \frac{k_t}{k_z} \bar{u}_z \right) d(\psi - \phi) \\ &= e^{ik_z z} (e_{41\rho} \bar{u}_\rho + e_{41\phi} \bar{u}_\phi + e_{41z} \bar{u}_z) \end{aligned} \quad (45)$$

$$\begin{aligned} \bar{e}_{42} &= \frac{1}{2\pi} \int_{\psi-\phi=-\pi}^{\pi} \cos m\psi e^{ik_t x'} e^{ik_z z} \bar{u}_{y'} d(\psi - \phi) \\ &= e^{ik_z z} (e_{42\rho} \bar{u}_\rho + e_{42\phi} \bar{u}_\phi) \end{aligned} \quad (46)$$

$$\begin{aligned} \bar{e}_{43} &= -\frac{1}{2\pi} \int_{\psi-\phi=-\pi}^{\pi} m \cos m\psi e^{ik_t x'} e^{ik_z z} \left( \bar{u}_{x'} - \frac{k_t}{k_z} \bar{u}_z \right) d(\psi - \phi) \\ &= e^{ik_z z} (e_{43\rho} \bar{u}_\rho + e_{43\phi} \bar{u}_\phi + e_{43z} \bar{u}_z) \end{aligned} \quad (47)$$

$$\begin{aligned} \bar{e}_{44} &= \frac{1}{2\pi} \int_{\psi-\phi=-\pi}^{\pi} \sin m\psi e^{ik_t x'} e^{ik_z z} \bar{u}_{y'} d(\psi - \phi) \\ &= e^{ik_z z} (e_{44\rho} \bar{u}_\rho + e_{44\phi} \bar{u}_\phi) \end{aligned} \quad (48)$$

(33) ve (36) ifadelerine (45) - (48) ifadeleri taşınırsa, küresel TE ve küresel TM modları düzlemsel dalgaların iki katlı integrali olarak ifade edilmiş olur (Akkaya, 1978, 2002).

Silindirik TE ve TM modlarının toprak-hava sınır düzleminde yansımaları ve kırılması bu modları oluşturan elemansele düzlemsel dalgaların yansımaları ve kırılması kurallarına uygun olacaktır. Şekil 3'te görüldüğü gibi  $(\bar{E}_4^t, \bar{H}_4^t)$  topraktan hava sınırına gelen alanı,  $(\bar{E}_5^t, \bar{H}_5^t)$  toprak-hava düzleminde geri yansıyan alanı ve  $(\bar{E}_6^t, \bar{H}_6^t)$  havaya geçen (kırılan) alanını oluşturmaktadır.

Halbuki  $\bar{E}_4^t$ 'ün yapısını oluşturan  $\bar{e}_{41}$  ve  $\bar{e}_{43}$  alanları Şekil 5'teki elemansele düzlemsel dalgalarından oluşmaktadır. Bu iki alana ait yansımaya katsayısı,

$$R_1(\alpha) = \frac{\cos \alpha - \sqrt{\hat{\epsilon}_r - \hat{\epsilon}_r^2 \sin^2 \alpha}}{\cos \alpha + \sqrt{\hat{\epsilon}_r - \hat{\epsilon}_r^2 \sin^2 \alpha}} e^{i(k \cos \alpha) 2D} \quad (49)$$

ve kırılma katsayısı,

$$T_1(\alpha) = \frac{2 \cos \alpha e^{ik_0(\sqrt{\hat{\epsilon}_r} \cos \alpha - \sqrt{1 - \hat{\epsilon}_r \sin^2 \alpha}) D}}{\cos \alpha + \sqrt{\hat{\epsilon}_r - \hat{\epsilon}_r^2 \sin^2 \alpha}} \quad (50)$$

### Düzlemsel dalga

dir. Örneğin  $\bar{e}_{41}$  alanından,  $\bar{e}_{51}$  diyebileceğimiz bir silindirik alan,  $R_1$  yansımaya katsayısı kullanılarak, oluşmuştur:

$$\bar{e}_{51} = R_1(\alpha)e^{-ik_z z} (-e_{41\rho}\bar{u}_\rho - e_{41\phi}\bar{u}_\phi + e_{41z}\bar{u}_z) \quad (51)$$

benzer şekilde

$$\bar{e}_{53} = R_1(\alpha)e^{-ik_z z} (-e_{43\rho}\bar{u}_\rho - e_{43\phi}\bar{u}_\phi + e_{43z}\bar{u}_z) \quad (52)$$

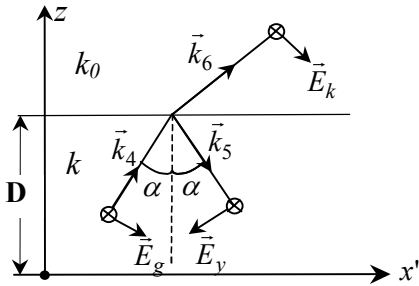
dir. Yine,  $\bar{e}_{41}$ 'den,  $\bar{e}_{61}$  diyebileceğimiz bir silindirik alan,  $T_1$  kırılma katsayısı olmak üzere, oluşur:

$$\bar{e}_{61} = T_1(\alpha)e^{ik_0 z} (e_{41\rho}\bar{u}_\rho + e_{41\phi}\bar{u}_\phi + \frac{k_z}{k_{0z}}e_{41z}\bar{u}_z) \quad (53)$$

benzer şekilde

$$\bar{e}_{63} = T_1(\alpha)e^{ik_0 z} (e_{43\rho}\bar{u}_\rho + e_{43\phi}\bar{u}_\phi + \frac{k_z}{k_{0z}}e_{43z}\bar{u}_z) \quad (54)$$

dir. Burada  $k_{0z} = k_0\sqrt{1 - \hat{\epsilon}_r \sin^2 \alpha}$  dır.



Şekil 5-  $\vec{H}$ 'nin sınır düzlemine paralel olması durumunda yansımaya ve kırılmaya ilişkin durum

Ayrıca,  $\bar{E}_4^t$ 'ü oluşturmuş  $\bar{e}_{42}$  ve  $\bar{e}_{44}$  alanları Şekil 6'daki elemansel düzlemsel dalgalardan oluşmuştur. Bu iki alan için yansımaya katsayısı

$$R_2(\alpha) = \frac{\sqrt{\hat{\epsilon}_r} \cos \alpha - \sqrt{1 - \hat{\epsilon}_r \sin^2 \alpha}}{\sqrt{\hat{\epsilon}_r} \cos \alpha + \sqrt{1 - \hat{\epsilon}_r \sin^2 \alpha}} e^{i(k \cos \alpha)2D} \quad (55)$$

kırılma katsayısı da

$$T_2(\alpha) = \frac{2\hat{\epsilon}_r \cos \alpha e^{ik_0(\sqrt{\hat{\epsilon}_r} \cos \alpha - \sqrt{1 - \hat{\epsilon}_r \sin^2 \alpha})D}}{\hat{\epsilon}_r \cos \alpha + \sqrt{\hat{\epsilon}_r - \hat{\epsilon}_r^2 \sin^2 \alpha}} \quad (56)$$

olmaktadır.  $\bar{e}_{42}$  alanından

$$\bar{e}_{52} = R_2(\alpha)e^{-ik_z z} (e_{42\rho}\bar{u}_\rho + e_{42\phi}\bar{u}_\phi) \quad (57)$$

benzer şekilde  $\bar{e}_{44}$  alanından,

$$\bar{e}_{54} = R_2(\alpha)e^{-ik_z z} (e_{44\rho}\bar{u}_\rho + e_{44\phi}\bar{u}_\phi) \quad (58)$$

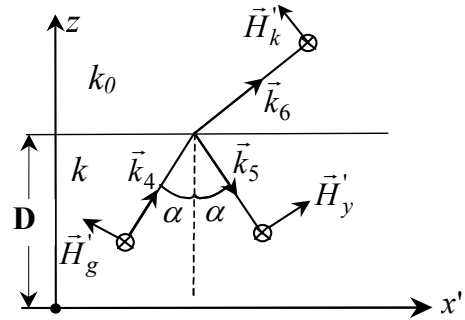
ve

$$\bar{e}_{62} = T_2(\alpha)e^{ik_0 z} (e_{42\rho}\bar{u}_\rho + e_{42\phi}\bar{u}_\phi) \quad (59)$$

$$\bar{e}_{64} = T_2(\alpha)e^{ik_0 z} (e_{44\rho}\bar{u}_\rho + e_{44\phi}\bar{u}_\phi) \quad (60)$$

alanları oluşur.

Toprak-hava sınır düzlemine gelen  $\bar{E}_4^t$  alanının cinsinden havaya ve toprağın içine saçılan,  $\bar{E}_5^t$  ve  $\bar{E}_6^t$ , alanları da, küresel integrallerle şöyle belirlenir:



Şekil 6.  $\vec{E}$ 'nin sınır düzlemine paralel olması durumunda yansımaya ve kırılmaya ilişkin durum

$$\bar{E}_5 = E_{03} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^n i^{-n} \left\{ c_{nm}^+ \int_C [f_1(\alpha)\bar{e}_{51} + f_2(\alpha)\bar{e}_{52}] d(\cos \alpha) + c_{nm}^- \int_C [f_1(\alpha)\bar{e}_{53} + f_2(\alpha)\bar{e}_{54}] d(\cos \alpha) \right\} \quad (61)$$

$$\bar{E}_5^t = E_{03} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^n i^{-n} \left\{ -b_{nm}^- \int_C [f_1'(\alpha)\bar{e}_{51} + f_2'(\alpha)\bar{e}_{52}] d(\cos \alpha) + b_{nm}^+ \int_C [f_1'(\alpha)\bar{e}_{53} + f_2'(\alpha)\bar{e}_{54}] d(\cos \alpha) \right\} \quad (62)$$

$$\vec{E}_6 = E_{03} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^n i^{-n} \left\{ c_{nm}^+ \int_C [f_1(\alpha) \vec{e}_{61} + f_2(\alpha) \vec{e}_{62}] d(\cos \alpha) \right. \quad (63)$$

$$\left. + c_{nm}^- \int_C [f_1(\alpha) \vec{e}_{63} + f_2(\alpha) \vec{e}_{64}] d(\cos \alpha) \right\}$$

$$\vec{E}_6' = E_{03} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^n i^{-n} \left\{ -b_{nm}^- \int_C [f_1'(\alpha) \vec{e}_{61} + f_2'(\alpha) \vec{e}_{62}] d(\cos \alpha) \right. \quad (64)$$

$$\left. + b_{nm}^+ \int_C [f_1'(\alpha) \vec{e}_{63} + f_2'(\alpha) \vec{e}_{64}] d(\cos \alpha) \right\}$$

$\vec{E}_5$  ve  $\vec{E}_6$ , küresel TE alanlarını,  $\vec{E}_5'$  ve  $\vec{E}_6'$ , küresel TM alanlarını göstermektedir.

Buraya kadar bütün alan ifadelerinde bilinmeyen olarak  $b_{nm}^+$ ,  $b_{nm}^-$ ,  $c_{nm}^+$  ve  $c_{nm}^-$  saçılma katsayıları kalmıştır. Son adımda bu katsayılar, küre yüzeyindeki sınır şartlarından bulunacaktır. Küre yüzeyinde, teğetsel elektrik alan bileşenlerinin toplamı sıfırdır: Yani

$$E_{3\theta}^t(a, \theta, \phi) + E_{4\theta}^t(a, \theta, \phi) + E_{5\theta}^t(a, \theta, \phi) = 0 \quad (65)$$

$$E_{3\phi}^t(a, \theta, \phi) + E_{4\phi}^t(a, \theta, \phi) + E_{5\phi}^t(a, \theta, \phi) = 0 \quad (66)$$

dir.  $E_{3\theta}^t$  ve  $E_{4\theta}^t$ , (4) ve (5) ile verilmişti.

$E_{4\phi}^t = E_{4\phi} + E_{4\phi}'$  bileşenleri (33) ve (36)'dan ve  $E_{5\phi}^t = E_{5\phi} + E_{5\phi}'$  bileşenleri (61) ve (62)'den bulunur.  $E_{4\theta}^t = E_{4\theta} + E_{4\theta}'$  bileşenleri (33) ve (36)'dan;  $E_{5\theta}^t = E_{5\theta} + E_{5\theta}'$  ise (61) ve (62)'den her iki halde de genel

$$A_\theta = A_\rho \sin \theta + A_z \cos \theta \quad (67)$$

bağıntısı kullanılarak elde edilir. (65) ve (66) sınır şartları,  $\theta$  ve  $\phi$  değişkenleri içeren iki denklemdir. Bu denklemlerin her ikisi de  $\phi$ 'ye göre birer Fourier serisidir. Bu Fourier serilerinin katsayılarının tespit edilmesiyle,

$$c_{n1}^+ = 0 \quad (68)$$

$$b_{n1}^- = 0 \quad (69)$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} L_n(\theta) c_{n1}^- + \sum_{n=1}^{\infty} M_n(\theta) b_{n1}^+ = \sum_{n=1}^{\infty} K_n(\theta) a_n \quad (70)$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} L_n'(\theta) c_{n1}^- + \sum_{n=1}^{\infty} M_n'(\theta) b_{n1}^+ = \sum_{n=1}^{\infty} K_n'(\theta) a_n \quad (71)$$

bulunur. Burada

$$L_n(\theta) = i^{-n} \int_C e^{-ikacost\cos\alpha} \left\{ f_1(\alpha) R_1(\alpha) \left[ \frac{dJ_1(kasin\theta\sin\alpha)}{d(kasin\theta\sin\alpha)} \cos\theta - itg\alpha J_1(kasin\theta\sin\alpha) \sin\theta \right] \right. \quad (72)$$

$$\left. + f_2(\alpha) R_2(\alpha) \left( \frac{J_1(kasin\theta\sin\alpha)}{(kasin\theta\sin\alpha)} \cos\theta \right) \right\} d(\cos\alpha) + h_n^{(1)}(ka) \frac{P_n^1(\cos\theta)}{\sin\theta}$$

$$M_n(\theta) = i^{-n} \int_C e^{-ikacost\cos\alpha} \left\{ f_1'(\alpha) R_1(\alpha) \left[ \frac{dJ_1(kasin\theta\sin\alpha)}{d(kasin\theta\sin\alpha)} \cos\theta - itg\alpha J_1(kasin\theta\sin\alpha) \sin\theta \right] \right. \quad (73)$$

$$\left. + f_2'(\alpha) R_2(\alpha) \left( \frac{J_1(kasin\theta\sin\alpha)}{(kasin\theta\sin\alpha)} \cos\theta \right) \right\} d(\cos\alpha) - i \left[ h_{n-1}^{(1)}(ka) - \frac{n}{ka} h_n^{(1)}(ka) \right] \frac{dP_n^1(\cos\theta)}{d\theta}$$

$$K_n(\theta) = j_n(ka) \frac{P_n^1(\cos\theta)}{\sin\theta} + i \left[ j_{n-1}(ka) - \frac{n}{ka} j_n(ka) \right] \frac{\partial}{\partial \theta} \left[ P_n^1(\cos\theta) \right] \quad (74)$$

$$L_n'(\theta) = h_n^{(1)}(ka) \frac{dP_n^1(\cos\theta)}{d\theta} + i^{-n} \int_C e^{-ikacost\cos\alpha} \left[ f_1(\alpha) R_1(\alpha) \frac{J_1(kasin\theta\sin\alpha)}{(kasin\theta\sin\alpha)} \right. \quad (75)$$

$$\left. + f_2(\alpha) R_2(\alpha) \frac{dJ_1(kasin\theta\sin\alpha)}{d(kasin\theta\sin\alpha)} \right] d(\cos\alpha)$$



$$M_n'(\theta) = i^{-n} \int_C e^{-ik \cos \theta \cos \alpha} \left[ f_1'(\alpha) R_1(\alpha) \frac{J_1(k \sin \theta \sin \alpha)}{(k \sin \theta \sin \alpha)} + f_2'(\alpha) R_2(\alpha) \frac{dJ_1(k \sin \theta \sin \alpha)}{d(k \sin \theta \sin \alpha)} \right] d(\cos \alpha) - i \left[ h_{n-1}^{(1)}(ka) - \frac{n}{ka} h_n^{(1)}(ka) \right] \frac{P_n^1(\cos \theta)}{\sin \theta} \quad (76)$$

$$K_n'(\theta) = j_n(ka) \frac{dP_n^1(\cos \theta)}{d\theta} - i \left[ j_{n-1}(ka) - \frac{n}{ka} j_n(ka) \right] \frac{P_n^1(\cos \theta)}{\sin \theta} \quad (77)$$

dır. (70) ve (71) denklem sistemini çözmek gerekir. Her iki denklem de bilinmeyen katsayılar olan  $b_{nl}^+ = b_n$ ,  $c_{nl}^- = c_n$ 'yi ve  $\theta$ 'yı içeren,  $n$  üzerinden toplanmış ifadelerden ibarettir.  $\theta$  hem değişik mertebelerden Bessel fonksiyonlarının hem de Legendre polinomlarının argümanlarında geçtiğinden, çözüm için bu fonksiyonların ortogonalite bağıntıları kullanılamamaktadır. Bu yüzden,  $0 < \theta < \pi$  bölgesini  $N_0$  tane aralığa bölünüp, ayrı  $\theta$  değerleri için  $b_n$  ve  $c_n$ 'nin oluşturduğu birer lineer denklem elde edilmektedir.  $N_0$  sayısı, istenilen seviyede doğruluğu yakalanacak şekilde belirlenmektedir. Böylece, şu denklem sistemi elde edilir:

$$[L] \cdot [c_{nl}^-] + [M] \cdot [b_{nl}^+] = [A] \quad (78)$$

$$[L'] \cdot [c_{nl}^-] + [M'] \cdot [b_{nl}^+] = [B] \quad (79)$$

Burada  $L$ ,  $M$ ,  $L'$  ve  $M'$  matrisleri  $N_0 \times N_0$  boyutlarında ve  $A$  ve  $B$  matrisleri de  $1 \times N_0$  boyutundadır.

Şimdi, araştırılan alan olan, havaya çıkan  $\vec{E}_6^t$  elektrik alan vektörünün kartezyen bileşenlerini yazmak için:  $\vec{E}_6^t = \vec{E}_6 + \vec{E}_6'$  ifadesi (63) ve

(64)'ten bulunur. Bu vektörlerde  $E_{6z}$  zaten bellidir. Ayrıca,

$$E_{6x}^t = E_{6\rho}^t \cos \phi - E_{6\phi}^t \sin \phi \quad (80)$$

$$E_{6y}^t = E_{6\rho}^t \sin \phi + E_{6\phi}^t \cos \phi \quad (81)$$

ifadeleri de  $\vec{E}_6^t$ 'nin diğer kartezyen bileşenlerini verir.

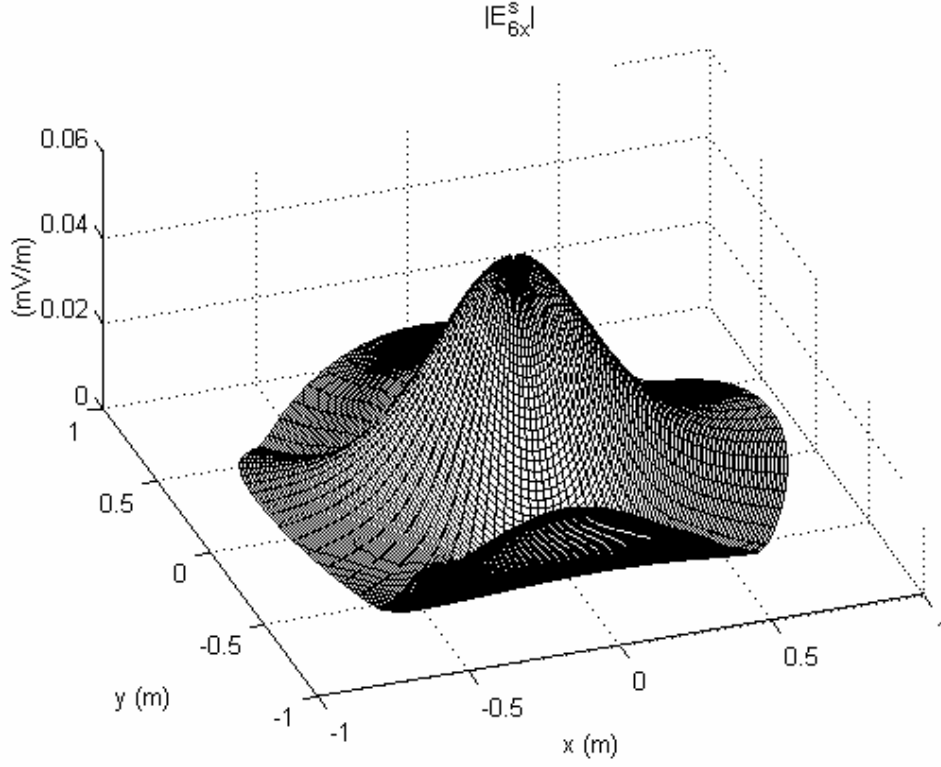
## Sonuçlar

Bütün sayısal sonuçlar yer yüzeyinden  $\Delta z = 20$  cm yukarda bir  $xy$  düzleminde ve küre merkezinin, yarıçap  $a$  olmak üzere,  $D = 1.1a$  derinliğinde olduğu durum için elde edilmiştir.

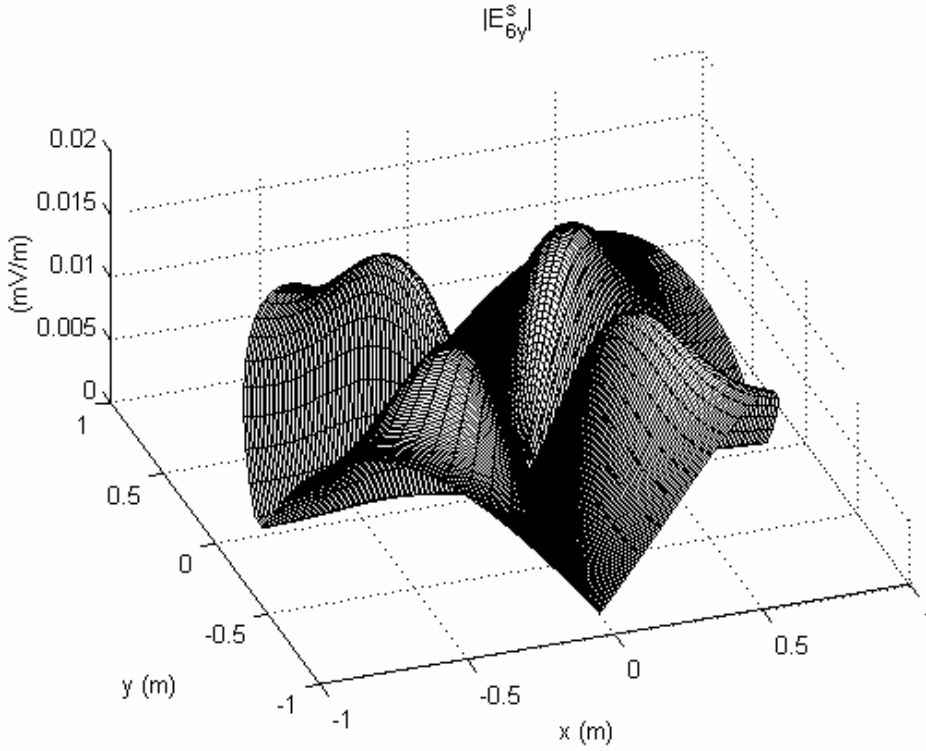
Şekil 7'de  $f = 170$  MHz'te  $|E_{6x}^t|$ , Şekil 8'de  $f = 170$  MHz'te  $|E_{6y}^t|$  (çapraz-polarizasyonlu alan), Şekil 9'da  $f = 100$  MHz'te  $|E_{6x}^t|$ , Şekil 10'da  $f = 100$  MHz'te  $|E_{6y}^t|$  (çapraz-polarizasyonlu alan) görülmektedir. Buradan,  $(x=0, y=0)$  noktasında çapraz-polarizasyonlu saçılan alanın genliğinin bir minimumu olduğu; gelen polarizasyondaki saçılan alanın genliğinin ise bir maksimumu olduğu gözlenmektedir. Çapraz - polarizasyonlu alanın genliği 4-maksimum göstermektedir. Bu maksimumlar  $x = \mp y$  doğruları üzerinde bulunmaktadır ve  $x$  ve  $y$  eksenlerine göre simetri arz etmektedirler.

Tablo 1'de çapraz-polarizasyonlu saçılan alanların genliklerinin maksimum değerleri çeşitli frekans, toprak tipi ve küre yarıçapları için listelenmiştir.

Tablo 2'de  $\rho_0$  değerleri (maksimumların  $(x=0, y=0)$  noktasına olan uzaklığı) aynı parametreler için listelenmiştir.

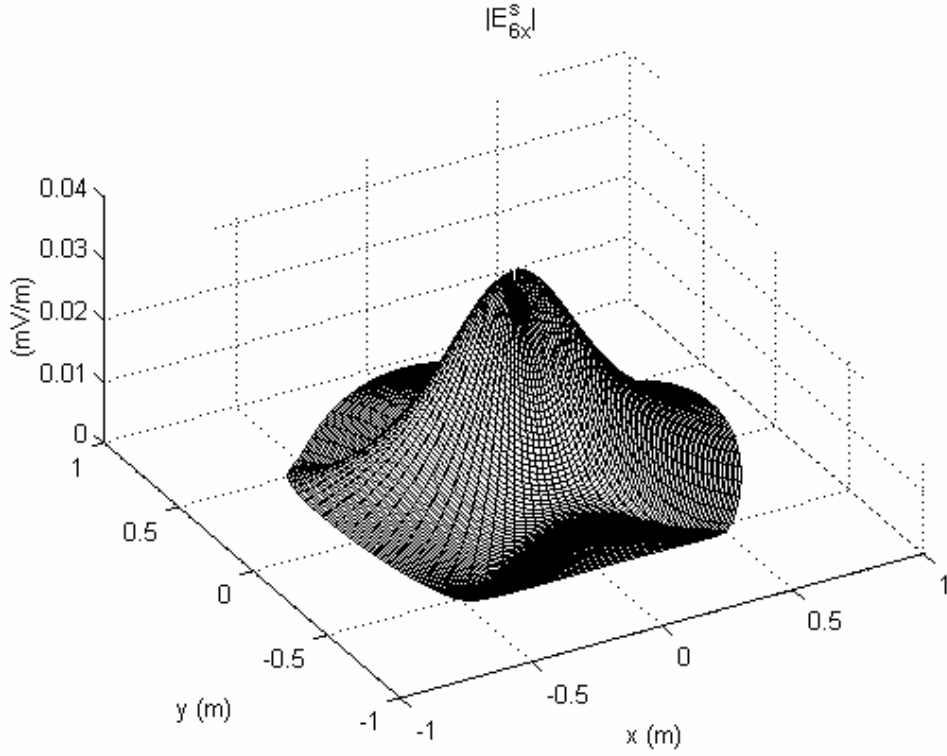


Şekil 7. Nemli toprakta  $a = 15$  cm yarıçaplı hedef varken gelen alanın polarizasyonundaki saçılan alanın genliği ( $f = 170$  MHz)

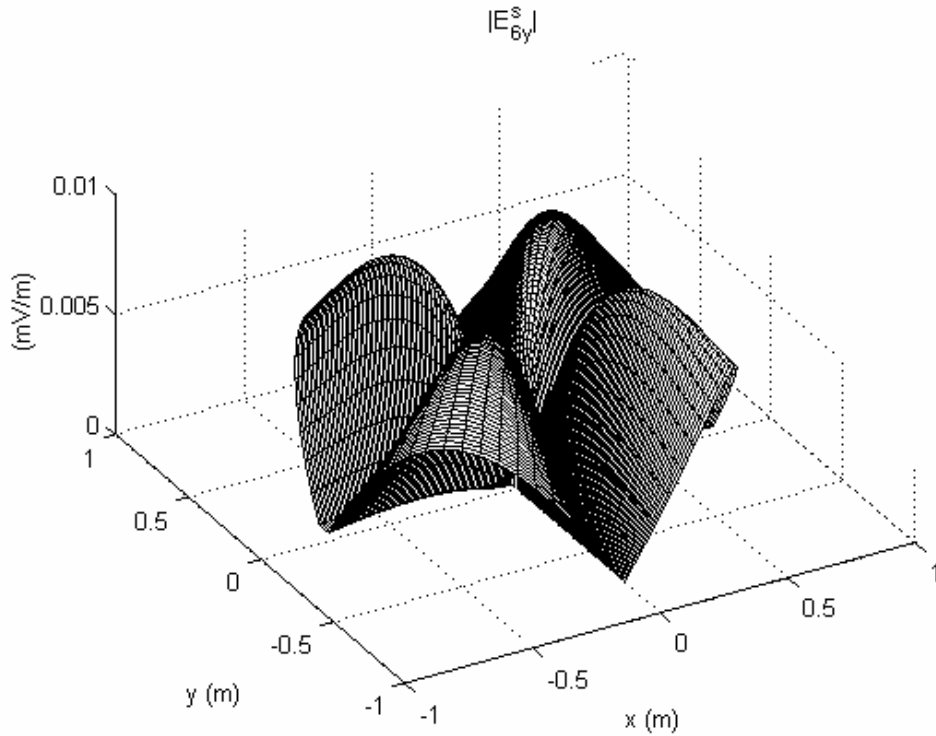


Şekil 8. Nemli toprakta  $a = 15$  cm yarıçaplı hedef varken çapraz polarizasyonlu saçılan alanın genliği ( $f = 170$  MHz)

Düzlemsel dalga



Şekil 9. Çamurda  $a = 15$  cm yarıçaplı hedef varken gelen alanın polarizasyonundaki saçılan alanın genliği ( $f = 100$  MHz)



Şekil 10. Çamurda  $a = 15$  cm yarıçaplı hedef varken çapraz polarizasyonlu saçılan alanın genliği ( $f = 100$  MHz)

Tablo 1. Farklı frekans değerlerinde  $|E_y|$  'nin aldığı maksimum değerler ( $\mu V/m$ )

Toprak Tipi		Kuru toprak	Nemli toprak	Çamur
Frekans	Yarıçap	( $\epsilon_r = 4, \sigma = 4 \cdot 10^{-4}$ )	( $\epsilon_r = 16, \sigma = 3 \cdot 10^{-3}$ )	( $\epsilon_r = 30, \sigma = 2 \cdot 10^{-2}$ )
$f = 100$ MHz	a=15 cm	1.45	11.74	8.88
	a=7 cm	2.87	2.12	1.50
	a=5 cm	1.26	0.96	0.66
$f = 170$ MHz	a=15 cm	37.16	16.48	5.09
	a=7 cm	3.50	3.95	3.54
	a=5 cm	1.47	1.35	1.51
$f = 1$ GHz	a=15 cm	176.23	9.65	5.78
	a=7 cm	87.86	14.41	5.55
	a=5 cm	84.58	5.22	4.70

Toprak Tipi		Kuru toprak	Nemli toprak	Çamur
Frekans	Yarıçap	( $\epsilon_r = 4, \sigma = 4 \cdot 10^{-4}$ )	( $\epsilon_r = 16, \sigma = 3 \cdot 10^{-3}$ )	( $\epsilon_r = 30, \sigma = 2 \cdot 10^{-2}$ )
$f = 100$ MHz	a=15 cm	24.5	33.5	42
	a=7 cm	22	11	11
	a=5 cm	21	15	7
$f = 170$ MHz	a=15 cm	98	44	34.5
	a=7 cm	15	45.5	32.5
	a=5 cm	15	48	33.5
$f = 1$ GHz	a=15 cm	24.5	22.5	22.5
	a=7 cm	27	26	26
	a=5 cm	28	25.5	26

## Kaynaklar

- Akkaya, İ., (1978). Modal Electromagnetic Field Solutions for Axially Symmetrical, Linear, Homogeneous Media, *Bulletin of Technical University of İstanbul*, **30**, 2, 1-23.
- Akkaya, İ., (2002). *Applied Electromagnetic Theory Lecture Notes*, İTÜ, İstanbul.
- Cui, T. J. ve Chew, W. C., (1999a). Fast Evaluation of Sommerfeld Integrals for EM Scattering and Radiation by Three-Dimensional Buried Objects, *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, **37**, 2, March.
- Cui, T. J. ve Chew, W. C., (1999b). Fast Algorithm for Electromagnetic Scattering by buried 3-D Dielectric Objects of Large Size, *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, **37**, 5, Sept.
- Cui, T. J., Wiesbeck, W., ve Herschlein, A., (1998a). Electromagnetic Scattering by Multiple Three-Dimensional Scatterers Buried Under Multilayered Media, Part I: Theory, *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, **36**, 2, March.
- Cui, T. J., Wiesbeck, W., ve Herschlein, A., (1998b). Electromagnetic Scattering by Multiple Three-Dimensional Scatterers Buried Under Multilayered Media, Part II: Numerical Implementations and Results, *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, **36**, 2, March.
- El-Shenawee, Magda and Rappaport, C., Miller, E. L., ve Slevitch, M. B., (2001). Three-Dimensional Subsurface Analysis of Electromagnetic Scattering from Penetrable/PEC Objects Buried Under Rough Surfaces: Use of the Steepest Descent Fast Multipole Method, *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, **39**, 6, June.
- Harrington, R. F., (1961). *Time-Harmonic Electromagnetic Fields*, McGraw-Hill Inc., Newyork.
- Paik, J., Lee, C. P., ve Abidi, M. A., (2002). Image Processing-Based Mine Detection Techniques: A Review, *Subsurface Sensing Technologies and Applications*, **3**, 3, 153-202.
- Stratton, J. A. (1941). *Electromagnetic Theory* McGraw-Hill, Newyork.
- Türkoğlu, Ö. (2001). İnce Anten Dizisi Kullanarak Düzlemsel Yakın Alan Elde Edilmesi, *Doktora Tezi*, İ.T.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.