

# Düşey girişimli basınç testlerinin modellenmesi ve parametre tahmini

İhsan Murat GÖK\*, Mustafa ONUR

İTÜ Maden Fakültesi, Petrol ve Doğal Gaz Mühendisliği Bölümü, 34469, Ayazağa, İstanbul

## Özet

*Bu çalışmada, düşey yöndeki geçirgenlik değerlerinin belirlenmesine de olanak tanıdığı için endüstride yaygın kullanım alanı bulan bir kuyunun farklı noktalarında yerel olarak yapılabilen düşey girişimli basınç-zaman seti verilerinden (örneğin çoklu-prob ve paker-prob testleri) kayaç özelliklerinin belirlenmesi problemi üzerinde durulmuştur. Yatay ve düşey yöndeki heterojenlikten etkilendiği bilinen düşey girişim testi basınç verilerinin yatay ve düşey yöndeki heterojenliğin çözümlenmesinde ne derece etkili olduğu bu çalışmada araştırılmıştır. Bunun için, düşey girişim testleri bu çalışmada geliştirilen üç boyutlu (3-B) r-θ-z tek-fazlı sayısal akış simülatörü ile modellenmiştir. Bu sayısal simülatöre ters problem metodolojisi üzerine kurulu doğrusal olmayan parametre tahmin yöntemi entegre edilmiştir. Doğrusal olmayan parametre tahmini, gradyent temelli Levenberg-Marquardt algoritması kullanılarak gerçekleştirilmiştir. Bu çalışmada geliştirilen model kullanılarak, sentetik olarak tasarlanmış bir paker problu ve bir çoklu problu düşey girişim testinin analizi sunulmuştur.*

**Anahtar Kelimeler:** Düşey girişimli basınç testi, heterojen kayaç özellikleri, rezervuar simülasyonu, doğrusal olmayan parametre tahmini.

## The modeling of the vertical interference test and parameter estimation

### Abstract

*In this study, determining heterogeneity in rock properties from vertical (multi-probe and packer-probe formation test) interference pressure data sets, which has a widespread usage in the industry for allowing particularly the determination of vertical permeabilities along the wellbore, was investigated. It is known that spatial pressure data sets of the vertical interference test contain information about heterogeneity in rock properties in both lateral and vertical directions. Thus, it was examined to what degree the heterogeneity in lateral and vertical directions can be resolved from vertical interference tests. Therefore, vertical interference tests were modeled with a three dimensional (r-θ-z) single-phase flow simulator developed in this study. The simulator was extensively verified by comparing its results with analytical solutions given in the literature and with the results of commercial simulator ECLIPSE 100, for a variety of cases. Non-linear parameter estimation capability based on this inverse problem theory has been integrated into this 3-D simulator to solve non-linear parameter estimation problem. Non-linear parameter estimation is achieved by using the well-known gradient-based Levenberg-Marquardt algorithm. The use of three different methods (finite difference, gradient simulator, and adjoint) for efficiently computing sensitivities coefficients required in the Levenberg-Marquardt algorithm has been investigated. Synthetic examples of multi-probe and packer-probe vertical interference test were shown by using model developed in this study.*

**Keywords:** Vertical interference pressure test, heterogeneous rock properties, reservoir simulation, non-linear parameter estimation.

\*Yazışmaların yapılacağı yazar: İhsan Murat GÖK. gok@itu.edu.tr, Tel: (212) 285 63 72.

Bu makale, birinci yazar tarafından İTÜ Maden Fakültesi'nde tamamlanmış olan "Düşey girişimli basınç testlerinin modellenmesi ve parametre tahmini" adlı doktora tezinden hazırlanmıştır. Makale metni 30.06.2004 tarihinde dergiye ulaşmış, 30.09.2004 tarihinde basım kararı alınmıştır. Makale ile ilgili tartışmalar 31.05.2006 tarihine kadar dergiye gönderilmelidir.

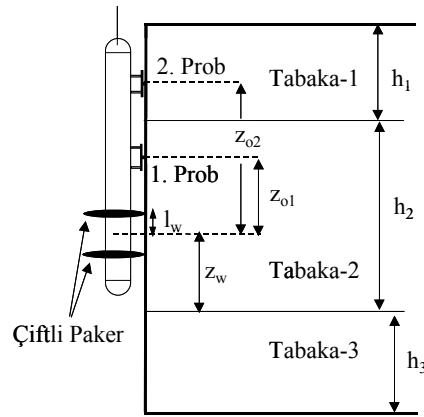
## Giriş

Düşey girişimli basınç testleri, düşey yöndeki geçirgenlik değerlerinin belirlenmesine de olanak tanıdığı için endüstride yaygın olarak kullanılan bir basınç testi türüdür (Goode ve Thambynayagam, 1990; Proett vd., 2001). Bu tür basınç testleri ile rezervuar içerisinde yer alan olası tabakaların düşey yönde birbiri ile hidrolik ilişki içerisinde olup olmadığı ve rezervuar üretim/enjeksiyon performansını önemli ölçüde kontrol eden düşey ve yatay yöndeki geçirgenlik ve gözeneklilik değerlerinin belirlenmesi olasıdır. Ayrıca, bu testler sırasında formasyon akışkan örnekleri alınabilir, formasyon hasarı ve formasyon ilk basınçları hakkında önemli bilgiler saptanabilmektedir.

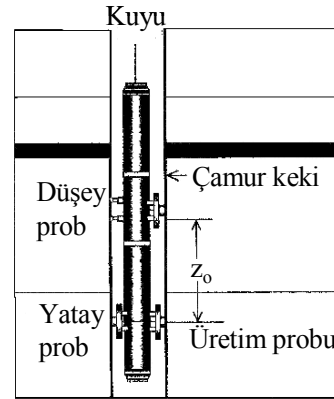
Düşey girişim testlerinde genelde iki farklı konfigürasyon kullanılabilir (Kuchuk, 1994; Onur ve Kuchuk, 1999; Onur ve Kuchuk 2000). Şekil 1’de gösterilen konfigürasyonda, genelde tabakalardan birine yerleştirilen çiftli paker aralığından belli bir süre boyunca üretim (veya enjeksiyon) yapılarak, çiftli paker aralığının ortasından düşey yönde  $z_{o1}$  (ve/veya  $z_{o2}$ ) kadar uzaklıkta bulunan “geçirimsiz” çamur kekini delerek formasyona içine yerleştirilen bir (ve/veya iki) düşey gözlem noktasında (probunda) sürekli olarak basınç kaydedilir. Ayrıca, çiftli-paker aralığına yerleştirilen bir basınç ölçer yardımıyla çiftli-paker aralığında üretim (veya enjeksiyon) sırasında basınç sürekli olarak kaydedilir. Dolayısıyla, Şekil 1’de gösterilen çiftli-paker ve çift gözlem noktalı bir düşey girişim testi sırasında, üç tip basınç-zaman verisi; çiftli-paker aralığı basınç-zaman verisi, 1. düşey gözlem noktası basınç-zaman verisi ve 2. düşey gözlem noktası basınç-zaman verisi eşzamanlı olarak kaydedilir.

Şekil 2’de ise, endüstride daha az sıklıkla kullanılan çok-problu düşey girişim testine ait şematik gösterilmektedir (Zimmerman vd., 1990; Goode ve Thambynayagam, 1990; Proett vd., 2001, Onur vd., 2002). Bu tür girişim testlerinde, üretim probu (sink probe) olarak isimlendirilen bir prob yardımıyla üretim yapılırken, bu probtan aynı yatay düzlemde  $180^\circ$  uzaklıkta bulunan yatay gözlem probu ile üretim probundan

düşey yönde  $z_o$  kadar uzaklıkta bulunan bir düşey gözlem noktası probundan (bazı durumlarda, üretim probundan düşey yönde  $z_{o1}$  ve  $z_{o2}$  kadar uzaklıkta bulunan iki adet düşey gözlem probu da kullanılabilir) sürekli olarak basınçlar kaydedilir. İki gözlem probu kullanıldığında aralarında mesafe genelde 8 ft kadardır. Bu testlerde amaç, kaydedilmiş farklı basınç-zaman seti verilerinden, tabakalara ait yatay ve düşey yöndeki geçirgenlik değerleri ( $k_h$  ve  $k_v$  ile gösterilmektedir) ile tabakalara ait gözeneklilik ( $\phi$ ) değerlerinin belirlenmesidir.



Şekil 1. Tabakalı bir rezervuarda çift paker ve iki gözlem probu düşey girişi testine ait şema



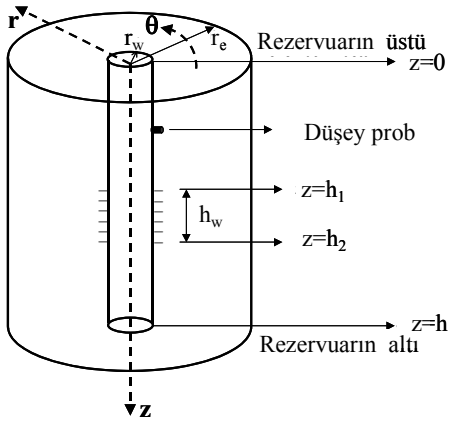
Şekil 2. Tabakalı bir rezervuarda çoklu-prob düşey girişim testine ait şema

Alışlagelmiş kuyu testlerine alternatif olarak önerilen ve yaygın uygulama alanı bulan, çok-problu veya paker-problu testlerden elde edilen farklı noktalardaki (uzaysal) basınç seti ölçümlerinin, hem düşey hem de yatay doğrultudaki kayaç heterojenliğine ait daha fazla bilgi ihtiva

ettiği, bir başka deyişle, daha çok etkilendiği bilinmektedir. Ancak, bu tür testlerden, yatay ve düşey yönde uzaysal heterojenliğin ne ölçüde çözümlenebileceği üzerinde literatürde detaylı çalışmalar bulunmamaktadır. Dolayısıyla, bu çalışmada, bu tür düşey girişim testlerinden elde edilen basınç verilerinden heterojenliğin ne ölçüde çözülebileceği detaylı olarak araştırılmıştır. Bu çalışmada, heterojenlik için iki farklı modelleme göz önünde bulundurulmuştur. Bu modellerden birinde, her tabakada farklı kayaç ve akışkan özelliklerine sahip bölgelerin bulunduğu diğerinde ise, daha küçük ölçekte, yani gridblok ölçeğinde kayaç özelliklerinin jeostatistiksel modellere uygun olarak değiştiği kabul edilmiştir.

### Matematiksel temeller

Heterojen sistemlerde düşey girişim testlerini modelleyebilmek ve bu tür sistemlerden elde edilen düşey girişim basınç testi verilerinden geçirgenlik ve gözeneklilik değerlerini ve dağılımlarını kestirebilmek, ancak sonlu farklar gibi sayısal yöntemler üzerine kurulu sayısal modellerle mümkün olabilmektedir. Bu çalışmada bu amacı gerçekleştirmek için, 3 boyutlu  $r$ - $\theta$ - $z$  tek-fazlı bir akış simülatörü geliştirilmiştir. Geliştirilen simülatöre ilişkin rezervuar/kuyu sisteminin geometrisi Şekil 3'te sunulmuştur.



Şekil 3. Silindir şeklinde bir rezervuardan düşey bir kuyuya kısmi bir aralıktan üretim yapılan sistemin gösterimi

Simülatörü geliştirirken yapılan temel varsayımlar; akışkan akışının tek fazlı, küçük ve sabit sıkıştırılabilirlikli olduğu, geçirgenlik asal bile-

şenlerinin  $r$ - $\theta$ - $z$  yönleri ile çakışık olduğu ve rezervuarın  $r$ - $\theta$  düzleminde yatay olduğudur. Ayrıca, gözenekliliğin ve geçirgenliğin basınçla değişmediği varsayılmıştır. Bu varsayımlar altında kütle korunumu prensibi ve Darcy denkleminin kullanımıyla elde edilen basıncın zamana ve konuma ( $r, \theta, z$ ) göre değişimini tanımlayan difüzyon denklemi, başlangıç ve sınır koşulları ile tanımlı başlangıç-sınır değer problemi aşağıdaki denklemlerle verilebilir:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[ r \frac{k_r(r, \theta, z)}{\mu} \frac{\partial p}{\partial r} \right] + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left[ r \frac{k_\theta(r, \theta, z)}{\mu} \frac{\partial p}{\partial \theta} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[ \frac{k_z(r, \theta, z)}{\mu} \left( \frac{\partial p}{\partial z} - \gamma \frac{\partial D}{\partial z} \right) \right] = c_1 \phi(r, \theta, z) c_t \frac{\partial p}{\partial t} \quad (1)$$

Başlangıç koşulu

$$p(r, \theta, z, t = 0) = p^0(r, \theta, z) \quad (2)$$

ve sınır koşulları

$$\left( \frac{\partial p}{\partial z} - \gamma \frac{\partial D}{\partial z} \right)_{r, \theta, z=0} = 0, \quad r_w \leq r \leq r_e, \quad 0 \leq \theta \leq 2\pi \quad (3)$$

$$\left( \frac{\partial p}{\partial z} - \gamma \frac{\partial D}{\partial z} \right)_{r, \theta, z=h} = 0, \quad r_w \leq r \leq r_e, \quad 0 \leq \theta \leq 2\pi \quad (4)$$

$$\left[ \frac{k_\theta(r, \theta, z)}{\mu} \frac{\partial p}{\partial \theta} \right]_{r, \theta=0, z} = \left[ \frac{k_\theta(r, \theta, z)}{\mu} \frac{\partial p}{\partial \theta} \right]_{r, \theta=2\pi, z}, \quad r_w \leq r \leq r_e, \quad 0 \leq z \leq h \quad (5)$$

$$p(r, \theta = 0, z) = p(r, \theta = 2\pi, z), \quad r_w \leq r \leq r_e, \quad 0 \leq z \leq h \quad (6)$$

$$\left( \frac{\partial p}{\partial r} \right)_{r=r_e, \theta, z} = 0, \quad 0 \leq z \leq h, \quad 0 \leq \theta \leq 2\pi \quad (7)$$

$$\left( \frac{\partial p}{\partial r} \right)_{r=r_w, \theta, z} = 0, \quad 0 \leq z \leq h_1, h_2 \leq z \leq h, \quad 0 \leq \theta \leq 2\pi \quad (8)$$

$$q_{sf}(t) = c_2 \int_0^{2\pi} \int_{h_1}^{h_2} \left( \frac{k_r}{\mu} r \frac{\partial p}{\partial r} \right)_{r=r_w, z, \theta} dz d\theta \quad (9)$$

Yukarıdaki denklemlerde,  $k_r$  mD cinsinden  $r$  yönündeki geçirgenliği,  $k_\theta$  mD cinsinden  $\theta$  yönündeki geçirgenliği,  $k_z$  mD cinsinden  $z$  yönündeki geçirgenliği,  $\mu$  cp cinsinden akma direnci,  $\phi$  gözenekliliği,  $c_t$  psi<sup>-1</sup> cinsinden toplam sıkıştırılabilirliği,  $p$  psi cinsinden basıncı,  $\gamma$  psi/ft cinsinden akışkan gradyanını,  $r_w$  ft cinsinden kuyu yarıçapını,  $r_e$  ft cinsinden rezervuarın dış sınırını,  $q_{sf}$  bbl/gün cinsinden akış debisini,  $h_1$  ft cinsinden açık aralığın üst sınırını,  $h_2$  ft cinsinden açık aralığın alt sınırını,  $D$  ft cinsinden  $z$  yönünde derinliği göstermektedir. Bu çalışmada saha birimleri kullanılmıştır ve zaman değişkeni  $t$ 'nin geçtiği tüm denklemlerde,  $t$  saat cinsinden ve  $c_1=2.637 \times 10^{-4}$ ,  $c_2=1.127 \times 10^{-3}$  sabitine eşittir.

Denklem 1-9 arasında başlangıç ve sınır değeri problemi sonlu fark yöntemi kullanılarak ayrık bir formda yazılarak aşağıdaki şekilde bir matris-vektör problemi olarak ifade edilebilir.

$$A_{n+1} \bar{p}^{n+1} = \bar{d}^n \quad (10)$$

Denklem (10)'da  $A_{n+1}$  oluşan katsayı matrisini,  $\bar{p}^{n+1}$  bilinmeyen basınç vektörünü,  $\bar{d}^n$  bir önceki zaman değerinde sağ yan vektörünü göstermektedir.

Denklem 10'nun her zaman adımında çözülmesiyle her gridbloktaki basınç ve kuyudibi akış basıncı hesaplanmaktadır. Bu çalışmada Denklem 10'nun çözülmesi için diğer yöntemlere göre daha hızlı olmasından dolayı SSIP (Symmetric Strongly Implicit Procedure) matris çözümleyicisi (Welty ve Meijerink, 1981), geliştirilen simülörde matris çözümleyicisi olarak tercih edilmiştir. Geliştirilen simülör sonuçlarının analitik çözümlerden (Kuchuk ve Onur, 2003) elde edilen sonuçlar ve ticari simülör olan ECLIPSE 100'den (Schlumberger, 2002) elde edilen sonuçlar ile kıyaslanmıştır. Bu kıyaslamalar yapılırken birçok düşey girişim testi göz önünde bulundurulmuştur. Hem analitik çözümlerden hem de ECLIPSE 100'den elde edilen sonuçların bu çalışmada geliştirilen simülörün sonuçları ile uyumlu olduğu görülmüştür.

## Doğrusal olmayan parametre tahmini

Tüm optimizasyon yöntemlerinde, verilen bir model parametre seti değerleri için modelden hesaplanmış basınç-zaman verileri ile ölçülmüş basınç-zaman verileri arasındaki uyumsuzluğu (mismatch) tanımlayan bir hedef fonksiyon kullanılır. Bu çalışmada göz önünde bulundurulmuş şey girişim testi probleminde olduğu gibi, çakıştırmada birden fazla basınç-zaman seti verilerinin kullanılması olası olduğu ve her bir ölçüm basınç-zaman seti verileri için farklı ölçüm hatalarının olduğunun düşünülebileceği durumlarda, kullanılacak en temel ve klasik optimizasyon yöntemi ağırlıklı en küçük kareler olacaktır. Ağırlıklı en küçük kareler yöntemi için hedef fonksiyon aşağıdaki denklemle verilebilir (Bard, 1974):

$$S(\bar{m}) = \frac{1}{2} (\bar{d}_{cal}(\bar{m}) - \bar{d}_{obs})^T C_D^{-1} (\bar{d}_{cal}(\bar{m}) - \bar{d}_{obs}) \quad (11)$$

Burada,  $\bar{d}_{obs}$ , ölçülmüş basınç verilerini (örneğin paker aralığında veya gözlem probunda ölçülen basıncı) ihtiva eden  $N_d$  boyutlu bir vektördür.  $N_d$  ölçülmüş toplam basınç-zaman veri sayısını temsil etmektedir.  $\bar{d}_{cal}$ , ölçülmüş veri vektörü  $\bar{d}_{obs}$ 'ye karşılık verilen model parametre vektörü  $\bar{m}$  için simülörden hesaplanmış basınç verilerini içeren  $N_d$  boyutlu vektördür.  $C_D$ , basınç verilerine ait hata kovaryans matrisidir.  $\bar{m}$  ise,  $M$  boyutlu tahmin edilecek model parametrelerine ait vektördür. En genel (üç boyutlu anizotropik geçirgenlik) durumunda,  $\bar{m}$

$$\bar{m} = [\bar{\phi}, \bar{k}_r, \bar{k}_\theta, \bar{k}_z, \bar{S}, \bar{C}, \bar{P}^0, \bar{P}_{wf}^0]^T \quad (12)$$

şeklinde tanımlanır. Burada,  $\bar{\phi}$ ,  $N$  boyutlu simülör grid blok gözenekliliklerini içeren vektör,  $\bar{k}_r$   $N$  boyutlu simülör gridblok  $\ln(k_r)$  geçirgenliklerini içeren vektör,  $\bar{k}_\theta$   $N$  boyutlu simülör gridblok  $\ln(k_\theta)$  geçirgenliklerini içeren vektör,  $\bar{k}_z$   $N$  boyutlu simülör gridblok  $\ln(k_z)$  geçirgenliklerini içeren vektör,  $\bar{S}$ ,  $N_s$  boyutlu zar faktörlerini içeren vektör,  $\bar{C}$  ise  $N_c$  boyutlu kuyucu depolama katsayılarını içeren vektör,

$\bar{p}^0$   $N_p$  boyutlu ilk basınçları içeren vektör,  $\bar{p}_{wf}^0$  ise  $t=0$  anında ilk kuyudibi akış basınçlarını ihtiva eden  $N_w$  boyutlu vektördür.  $N$  toplam gridblok sayısını,  $N_s$  üretim aralığında ve/veya gözlem probu noktalarında tahmin edilecek toplam zar faktörü değerini,  $N_c$  üretim aralığında ve/veya gözlem probu noktalarında tahmin edilecek toplam kuyu içi depolama katsayısını,  $N_p$  formasyonda tahmin edilecek toplam ilk basınç değerini göstermektedir.  $N_w$  ise kuyuda tahmin edilecek toplam ilk kuyudibi akış basıncını göstermektedir.

Ağırlıklı en-küçük kareler yöntemine ek olarak, düşey girişim basınç testi verilerine koşullu geçirgenlik ve gözeneklilik dağılımları, son yıllarda yaygın kabul bulan Bayes olasılık teoremi üzerine kurulu ters problem metodolojisi kullanılarak da kestirilmiştir (Oliver, 1994; He vd., 1997; Zeybek ve Onur, 2003). Bu ters problem metodolojisi ile hem doğrudan ölçümler yolu ile elde edilen statik verilere (kuyu-logları ve karot analizlerinden elde edilen geçirgenlik ve gözeneklilik değerlerine ve bu özelliklerin jeostatistikten belirlenen uzaysal korelasyonlarına) hem de dolaylı ölçümlerden kuyu basınç testi verilerine koşullu geçirgenlik ve gözeneklilik değerlerinin kestirimi olasıdır.

Bayes parametre kestirim yönteminde, basınç verilerini sağlayan gözeneklilik/geçirgenlik sahaları aşağıda tanımlanan hedef fonksiyonun minimizasyonundan elde edilmektedir:

$$S(\bar{m}) = \frac{1}{2} \left[ (\bar{m} - \bar{m}_{prior})^T C_M^{-1} (\bar{m} - \bar{m}_{prior}) + (\bar{d}_{cal}(\bar{m}) - \bar{d}_{obs})^T C_D^{-1} (\bar{d}_{cal}(\bar{m}) - \bar{d}_{obs}) \right] \quad (13)$$

Denklem 13 ile verilen hedef fonksiyon ile her bir kayaç özelliği (yani,  $\ln(k_r)$ ,  $\ln(k_0)$ ,  $\ln(k_z)$  ve  $\phi$ ) durağan bölgesel rastlantısal normal değişkenler olarak düşünülebilmekte ve hatta değişkenler arasında korelasyonu modellemek olanaklı olmaktadır. Denklem 13'de,  $C_M$  önsel varyogram modelinden elde edilecek, önsel kovaryans matristir ve  $\bar{m}_{prior}$  ise değişkenlere ait önsel ortalama değerleridir. Önsel jeostatistiksel

modelin bilinmediği ve model parametrelerine ait ortalama değerlerde çok büyük oranda belirsizlik olduğu durumlarda, Denklem 13'deki ikinci terim atılabilir ve bu durumda, Denklem 13 ile tanımlı hedef fonksiyon, Denklem 11 ile tanımlanan ağırlıklı en küçük karelere ait hedef fonksiyonuna indirgenir. Denklem 13'ün, ağırlıklı en küçük karelere için tanımlanan hedef fonksiyonuna (Denklem 11) göre en önemli farkı, bilinmeyen model parametrelerine ait dağılımların ve önsel ortalama değerlerinin bilindiği durumlarda, bu bilginin çakışmaya dahil edilmesine olanak sağlamasıdır. Denklem 13'deki hedef fonksiyonu kullanılarak kestirilen parametrelerdeki belirsizliğin saptanabilmesi için maksimum sonsal kestirime ( $\bar{m}_\infty$ ) ait sonsal kovaryans matrisin hesaplanması gerekmektedir. Bu matris aşağıdaki şekilde tanımlanır:

$$C_{MP} = C_M - C_M G_\infty^T (G_\infty C_M G_\infty^T + C_D)^{-1} G_\infty C_M. \quad (14)$$

Yukarıdaki denklemde,  $G_\infty$  sonsal tahmin  $\bar{m}_\infty$ 'dan hesaplanan duyarlılık katsayılarına ait matrisi göstermektedir.

Bu çalışmada Denklem 11 veya 13'de tanımlanan hedef fonksiyonu, Levenberg-Marquardt algoritması ile etkin bir şekilde minimize edilmiştir (Levenberg, 1944; Marquardt, 1963). Gradyent-bazlı minimizasyon algoritmalarının kullanılırken her iterasyonda ölçüm verilerinin bilinmeyen parametrelere göre türevini ihtiva eden duyarlılık katsayısı matrisine ihtiyaç duyulmaktadır. Genelde, sonlu farklar üzerine kurulu sayısal modellerde duyarlılık katsayılarını hesaplamada kullanılacak üç farklı yöntem mevcuttur. Bunlar sonlu farklar (direk veya değiştirme yöntemi olarak da literatürde isimlendirilmektedir) yöntemi, gradyent simülasyon yöntemi ve adjoint yöntem olarak ifade edilmektedir.

Sonlu fark yöntemi parametre sayısının oldukça fazla olduğu durumlarda, gerektirdiği çok fazla ileri simülasyon hesaplaması nedeniyle, tercih edilemeyecek bir yöntemdir. Bundan dolayı bu yöntem bu çalışmada parametre tahmin edilirken kullanılmamıştır. Sadece gradyent simülasyon ve adjoint yöntemlerinin doğruluğunu sınamak için kullanılmıştır.

Gradyent simülator yöntemi, geçmiş verilere otomatik çakıştırma konusu kapsamında kullanılmak üzere Anterion ve diğerleri (1989) tarafından önerilmiştir. Yöntem, sonlu-fark denklemlerinin her bir model parametresine göre kısmi türevinin alınması esasına dayanır. Sonuçta elde edilen denklem, matris-vektör formunda aşağıdaki gibi verilir:

$$\left[ \nabla_{\vec{p}^{n+1}} (\vec{f}^{n+1})^T \right]^T \frac{\partial \vec{p}^{n+1}}{\partial m_j} = - \left[ \nabla_{\vec{p}^n} (\vec{f}^{n+1})^T \right]^T \frac{\partial \vec{p}^n}{\partial m_j} - \frac{\partial \vec{f}^{n+1}}{\partial m_j}. \quad (15)$$

Bu denklemde  $f$  akış terimlerine ait vektörü göstermektedir. Gradyent simülator yöntemi, toplam parametre sayısı  $M$ 'nin eldeki ölçüm verileri sayısı  $N_d$ 'den daha az olduğu durumlarda hesaplama zamanı açısından çekici hale gelmektedir.

$M$ 'nin  $N_d$ 'den büyük olduğu durumlarda duyarlılık katsayılarının hesaplanması için adjoint yöntem önerilmektedir. Adjoint yöntem, ilk olarak Chen ve diğerleri (1974) ve Chavent ve diğerleri (1975) tarafından kartezyen grid sistemlerinde tek fazlı akış sistemi göz önünde bulundurularak geliştirilmiştir. Adjoint denklem takımı öncelikle adjoint değişkenler için çözüldükten sonra, duyarlılık katsayı matrisi  $G$ 'de gerekli duyarlılık katsayıları aşağıdaki denklem yardımı ile hesaplanır:

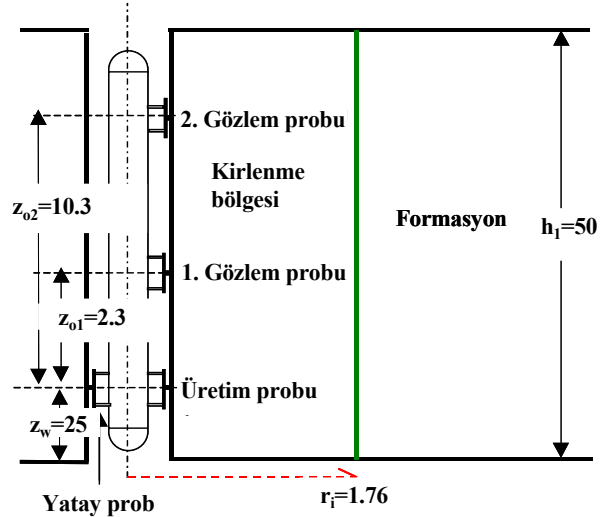
$$\nabla_{\vec{m}} J = \nabla_{\vec{m}} \beta + \sum_{n=1}^L \nabla_{\vec{m}} (\vec{f}^n)^T \vec{\lambda}^n \quad (16)$$

Yukarıdaki denklemde  $\lambda$  adjoint değişken vektörünü,  $J$  ve  $\beta$  akış terimlerine ait vektör  $f$ 'nin adjoint denklemlerinde fonksiyonunu göstermektedir.

## Sentetik veriler kullanılarak yapılan uygulamalar

### Örnek uygulama-1

Daha önce belirtildiği gibi bu çalışmada, her tabakanın farklı kayaç ve akışkan özelliklerine sahip birden fazla bölgeden oluştuğunu kabul eden heterojen model uygulamalarında yer verilmiş ve bu tür sistemlerden parametre tahmini üzerinde durulmuştur. Bu tür modeller, genellikle sondaj akışkanının formasyona filtrasyonundan dolayı formasyonun yakın civarında mobilitesi



Şekil 4. Sentetik tek tabakalı, kompozit bir modelde çoklu-prob düşey girişim test şeması

ve storativitesi daha farklı kirlenmiş bölgelerin basınç testleri üzerinde etkisini çalışmak için kullanılabilir. İster su bazlı ister petrol bazlı çamur kullanılmış olsun, bu bölgeye filtre olan akışkanın akamazlığı ve sıkıştırılabilirliği formasyonun orjinal akışkanın akamazlığı ve sıkıştırılabilirliğinden ve hatta bu bölgedeki etken geçirgenlik formasyonunkinden farklı olacaktır. Bu problem, her tabakada farklı özelliklere sahip iki bölgeden oluştuğu düşünülerek modellenebilir ve parametre tahmini yapılabilir. Şekil 4'de bu uygulamada tasarlanmış çok-problu düşey girişim testi şematığı gösterilmiştir.

Bu uygulamada amaç, hangi basınç seti verilerinden kirlenmiş ve kirlenmemiş bölgelere ait parametrelerin güvenilir olarak bulunabileceğini araştırmaktır.

Şekil 4'teki gibi bir sistemi modellemek için kullanılan parametreler Tablo 1a ve Tablo 1b'de sunulmuştur. Şekil 4'den de görüleceği üzere bu uygulamada basıncın 4 ayrı noktada kaydedildiği kabul edilmiş ve bu proplara ait basınç davranışları Şekil 5'de sunulmuştur. Şekil 5'de gösterilen basınçları hesaplamak için toplam  $N = 19656$  ( $N_r = 26$ ,  $N_\theta = 12$ ,  $N_z = 63$ ) simülator bloğundan oluşan grid sistemi kullanılmıştır. Gerçek bir teste benzemesi açısından her bir probtan kaydedilen basınç setleri üzerine sıfır ortalamalı ve farklı varyanslı normal dağılımlı rasgele hata eklenmiştir.

Çeşitli veri setleriyle yapılan çakıştırma uygulamaları sonucunda elde edilen sonuçlar % 95 güvenilirlik aralıkları (Doğru vd., 1977) ile Tablo 2’de sunulmuştur. Tablo 2’de sunulan uygulamalarda ilk olarak, üretim, yatay ve düşey gözlem propları beraber kullanılmıştır (No:3, S+H+V1+V2). Tablo 2’de de görüleceği üzere hem yatay hem de düşey mobiliteler doğru değerlere oldukça yakındır. Buna karşın, toplam sıkıştırılabilirlik ve gözeneklilik değerleri doğru değerlerin oldukça uzağındadır. Ancak tahmin edilen sıkıştırılabilirlik ve gözeneklilik değerinin çarpımı, doğru değerlerin çarpımına oldukça yakındır. Bu parametreler (gözeneklilik ve sıkıştırılabilirlik) birbiri ile korelasyonlu olduğu için bağımsız olarak bu parametreleri bulmak mümkün değildir. Bundan dolayı, bundan sonraki uygulamalarda da analiz sonucu elde edilen gözeneklilik ve sıkıştırılabilirliğin çarpımı, doğru değerlerin çarpımı ile karşılaştırılacaktır.

Bundan sonraki iki uygulamadan (No:4, H+V1+V2; No:5, H+V1) elde edilen sonuçlar hem formasyona ait hem de kirlenme bölgesine ait parametrelerin doğru olarak tahmin edilebileceğini göstermiştir.

Son olarak, yalnız düşey gözlem proplarına ait basınç verileri (No:6, V1+V2) kullanılarak parametre tahmin işlemi gerçekleşmiştir. Elde edilen sonuçlar incelendiğinde, yalnız formasyona ait parametrelerin tahmin edilebildiği buna karşın kirlenmiş bölgeye ait parametrelerin gerçek değerlerinden oldukça uzak olduğu görülmüştür. Bu sonuç, yalnız düşey gözlem propuna ait basınç verilerin kullanılarak her iki bölgeye ait parametrelerin bulunamayacağını göstermiştir. Bu konuya ilişkin ayrıntılı bilgiler Gök ve diğerlerine (2003) ait çalışmada bulunabilir.

## Örnek uygulama-2

İkinci sentetik test uygulaması için göz önünde bulundurulmuş sistem tek tabakalı heterojen sisteme aittir. Şekil 6’da teste ait şematik ve simülatörde kullanılan model parametreleri ise Tablo 3’de verilmektedir. Şekil 6’da sunulan sistemi modellemek için  $N = 1550$  ( $N_r = 25$ ,  $N_\theta = 1$ ,  $N_z = 62$ ) simülatör bloğundan oluşan grid sistemi kullanılmıştır. Bu örnek uygulamada, sistem tek tabakalı heterojen ve anizotrop olarak tasarlanmıştır. Yatay ve düşey geçirgenlikler log normal dağılımlı heterojen saha, gözeneklilik ise normal dağılımlı heterojen saha olarak jeosta-tistiksel yöntemler kullanılarak türetilmiştir. Yatay yöndeki  $\ln k_h$  geçirgenlik sahası için ortalaması 2.99 (20 mD) ve varyansı 1.0 olan dağılım ve korelasyon uzunluğu 50 ft olan izotrop küresel varyogram kullanılmıştır. Düşey yöndeki geçirgenlik sahası için ise ortalaması 1.79 (6 mD) ve varyansı 0.5 olan dağılım ve korelasyon uzunluğu 27.5 ft olan izotrop küresel varyogram kullanılmıştır. Gözeneklilik için ortalaması 0.32 ve varyansı 0.0025 olan normal dağılım ve korelasyon uzunluğu 50 ft olan izotrop küresel varyogram kullanılmıştır. Yatay ve düşey geçirgenlikler arasında ve geçirgenlikler ile gözeneklilik arasında korelasyon olmadığı kabul edilmiştir. faktörüne ait önsel ortalama 5 ve varyansı 25 olarak kabul edilirken, kuyucu depolama katsayısına ait önsel ortalama  $4 \times 10^{-6}$  RB/psi ve varyansı  $5 \times 10^{-5}$  (RB/psi)<sup>2</sup> kabul edilmiştir.

Burada hem paker aralığında ölçülen basınç verileri hem de düşey gözlem probunda ölçülen basınç verileri kullanılarak her bir gridbloktaki yatay ve düşey geçirgenlik, gözeneklilik parametreleri, paker aralığında zar faktörü ve kuyucu depolama katsayısı değerleri tahmin edilmiştir.

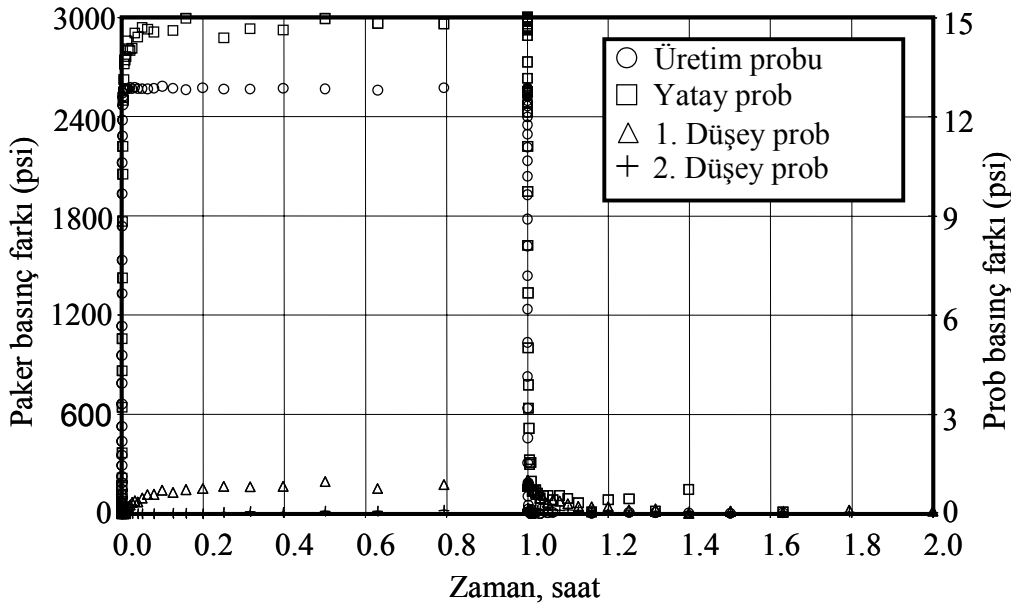
Tablo 1. Şekil 4’teki test şemasını modellemek için kullanılan parametreler ve değerleri

Parametreler	Formasyon	Kirlenme Bölgesi	Diğer Parametreler	Değerler
Yatay geçirgenlik (mD)	50	15	Kalınlık (ft)	50
Düşey geçirgenlik (mD)	5	1.5	İlk basınç (psi)	5000
Akmazlık (cp)	0.8	1	Kuyu yarıçapı (ft)	0.328
Gözeneklilik	0.15	0.15	Rezervuar yarıçapı (ft)	1000
Toplam sıkıştırılabilirlik (1/psi)	$1.0 \times 10^{-4}$	$3.0 \times 10^{-5}$	Zar faktörü	0
			Akış debisi (bbl/gün)	2
			Kuyucu depolanma katsayısı (bbl/psi)	$1.0 \times 10^{-8}$

Tablo 2. Çeşitli veri setleri ile yapılan parametre tahmini uygulamalarının sonuçları

No	Tanım	Kirlenme bölgesi			Formasyon				
		Yatay mobilite (mD/cp)	Düşey mobilite (mD/cp)	Gözeneklilik	Toplam sıkıştırılabilirlik (1/psi)	Yatay mobilite (mD/cp)	Düşey mobilite (mD/cp)	Gözeneklilik	Toplam sıkıştırılabilirlik (1/psi)
1	Doğru Değ.	15	1.5	0.15	$3 \times 10^{-5}$	62.5	6.25	0.15	$1 \times 10^{-4}$
2	Başlangıç Değ.	10	0.1	0.1	$1 \times 10^{-6}$	200	15	0.1	$1 \times 10^{-5}$
3	S+H+V1+V2	15.1	1.5	0.08	$6 \times 10^{-5}$	62.3	5	0.02	$7 \times 10^{-4}$
		(±0.02)	(±0.04)	(±3463)	(±2.7)	(±5.2)	(±2.1)	(±542)	(±18)
4	H+V1+V2	15.2	1.6	0.3	$1.4 \times 10^{-5}$	61.4	8.8	0.22	$1 \times 10^{-4}$
		(±0.06)	(±0.04)	(±786)	(±0.03)	(±0.4)	(±0.6)	(±506)	(±0.2)
5	H+V1	15.6	1.6	0.3	$1.4 \times 10^{-5}$	62.8	6.8	0.1	$1.7 \times 10^{-4}$
		(±0.5)	(±0.13)	(±4621)	(±0.2)	(±1.1)	(±0.8)	(±1035)	(±1.9)
6	V1+V2	86.8	0.06	0.001	$1.1 \times 10^{-5}$	62.2	5.1	0.34	$3.7 \times 10^{-5}$
		(±106)	(±1.9)	(±0.62)	(±0.005)	(±0.5)	(±4.0)	(±237)	(±1.9)

S: Sink prob , H: Yatay prob, V1: 1. Düşey prob, V2: 2. Düşey prob



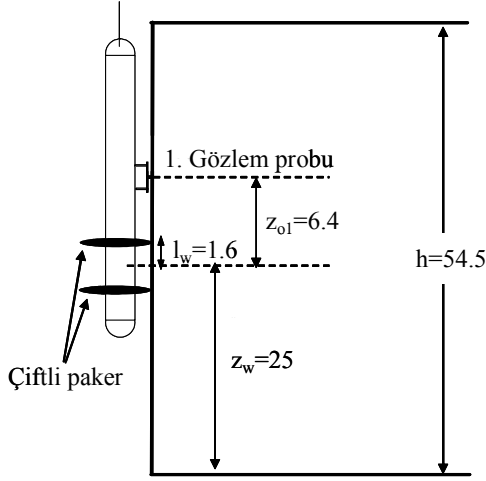
Şekil 5. Parametre tahmi için kullanılan basınç verileri

Diğer bir ifade ile bu uygulamada 236 tane basınç verisi kullanılarak 4652 tane parametre tahmin edilmiştir. Model parametrelerine ait önsel ortalamaları ilk tahmin değerleri olarak bu uygulama gerçekleştirilmiştir.

Şekil 7’de modelden elde edilen veriler ile gözlem verilerin zamanla değişimi sunulmuştur. Çizilen grafikte görüldüğü üzere, çakışma sonrası modelden elde edilen paketer ve düşey gözlem probu basınçlarının ölçülmüş basınç verileri ile uyumu oldukça iyi görünmektedir.

Şekil 8a ve 8b’de lnkh ve lnkv ye ait gerçek sahalardan sunulmuştur. Şekil 8c ve 8d’de sırasıyla parametre tahmini sonucu elde edilen lnkh ve lnkv’ye ait sahalardan sunulmuştur. Şekil 8e ve Şekil 8f’de ise kestirilen lnkh ve lnkv’ye ait sonsal kovaryans değerlerinin (Denklem 14’ten hesaplanmıştır) alansal değişimi sunulmuştur. Bu grafiklerin tamamında, kesikli çizgilerin arasında kalan bölümün üretim yapıldığı paketer aralığını (z yönünde üstten 28. – 35. gridler) göstermekte; düz çizgi ise probun bulunduğu gridi (z yönünde üstten 16. grid) göstermektedir.





Şekil 6. Tek tabakalı heterojen sistemde çift paker problu düşey girişim test şematiği

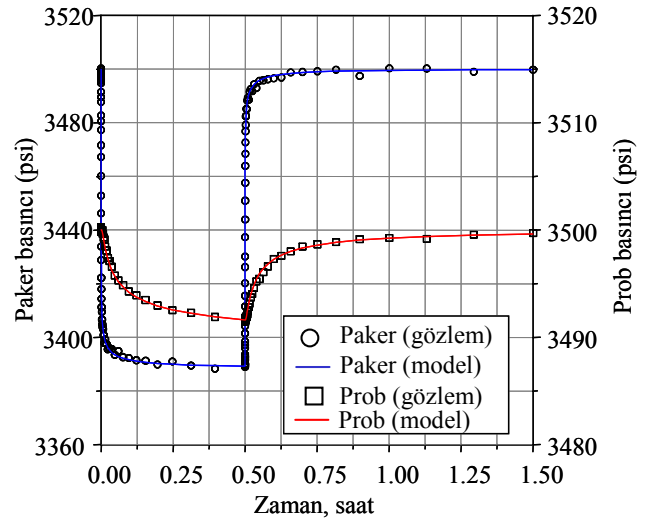
Tablo 3. Şekil 6'daki test şemasını modellemek için kullanılan parametreler ve değerleri

Parametreler	Değerler
Gözeneklilik	Heterojen
Yatay geçirgenlik (mD)	Heterojen
Düşey geçirgenlik (mD)	Heterojen
Toplam sıkıştırılabilirlik (1/psi)	$2.5 \times 10^{-5}$
Akmazlık (cp)	0.387
Kuyu yarıçapı (ft)	0.354
Rezervuar yarıçapı (ft)	1000
Kuyuiçi depolanma katsayısı (bbl/psi)	$4.0 \times 10^{-6}$
Zar faktörü	5
Akış debisi (bbl/gün)	20
Rezervuar ilk basıncı (psi)	3500
Kuyudibi akış basıncı (psi)	3500

Şekil 8a, 8c ve 8e beraber değerlendirildiğinde, doğru değerlere en yakın kestirilen değerlerin paker aralığının içerisindeki bölgedeki değerler olduğu görülebilmektedir. Ayrıca, paker aralığı ile prob arasındaki bölgedeki kestirilen  $\ln k_h$  değerlerin de doğru değerlere yakın olduğu görülmektedir. Yaklaşık olarak 15. gridbloktan (yaklaşık 40 ft) sonra kestirilen değerler önsel ortalamalara, hesaplanan sonsal kovaryans değerleri ise önsel modele ait varyanslara eşit olmaktadır.

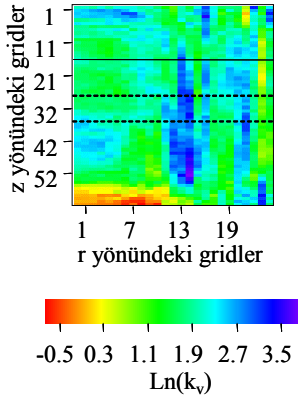
Şekil 8b, 8d ve 8f beraber değerlendirildiğinde doğru değerlere en yakın kestirilen değerlerin paker aralığının üst sınırı ile probun bulunduğu

gridin arasında  $r$  yönünde 3. ve 5. gridler olduğu görülmektedir. Tabakanın üst ve alt sınırlarına yakın gridbloklarda sonsal kovaryansın değeri, yaklaşık olarak önsel modele ait varyansın değerine eşittir. Yaklaşık olarak 9. gridbloktan (yaklaşık 5 ft) sonra hesaplanan sonsal kovaryans değerleri ise önsel modele ait varyanslara eşit olmaktadır. Bunlara ilaveten bu uygulamada üretimin olduğu paker aralığındaki zar faktörü ile kuyuiçi depolama sabitide regrasyona dahil edilmiştir. Kuyuiçi depolama sabiti  $C = 4 \times 10^{-6}$  RB/psi bulunurken (doğru değer aynı), zar faktörü  $S = 2.6$  olarak tahmin edilmiştir (doğru değer 5.0). Her iki parametre içinde bulunan sonsal kovaryans değerleri 0'a çok yakındır.

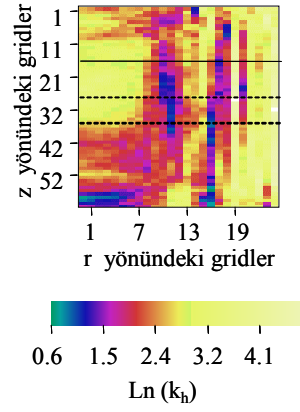


Şekil 7. Parametre tahmini uygulaması sonucu elde edilen model verilerinin gözlem verileri ile uyumu

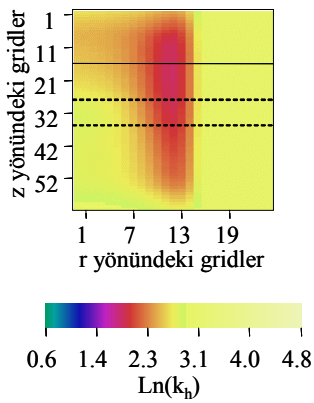
Bu uygulamada bilinmeyen parametre vektörünün içerisinde her bir gridbloktaki gözeneklilik verileri de dahil edilmiştir. Kestiriminden sonra elde edilen sonsal kovaryansın alansal değişiminde kovaryans değerinin hemen hemen her yerde 1'e eşit olduğu görülmüştür. Kestirilen gözeneklilik değerleri, önsel modele ait varyans değerinin de çok küçük olmasından dolayı önsel ortalamadan sapmamaktadır. Diğer bir ifade ile, gözenekliliğe ait doğru değerler, paker basıncının gözenekliliğe duyarlılığı gözlemlenmiş olmasına rağmen sistemin bir çok yerinde tahmin edilememiştir. Bundan dolayı gözenekliliğe ait grafikler burada gösterilmemiştir.



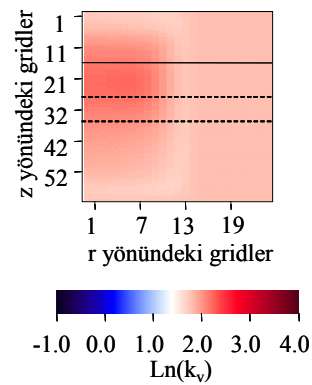
Şekil 8a. Gerçek  $lnk_h$  sahası



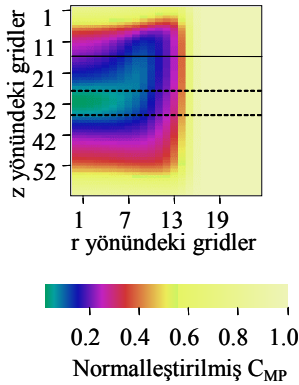
Şekil 8b. Gerçek  $lnk_v$  sahası



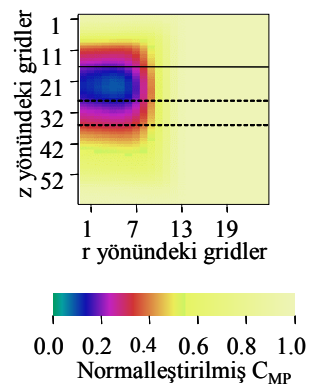
Şekil 8c. Uygulama sonucu elde edilen  $lnk_h$  sahası



Şekil 8d. Uygulama sonucu elde edilen  $lnk_v$  sahası



Şekil 8e. Kestirilen  $lnk_h$ 'ye ait sonsal kovaryansın alansal değişimi



Şekil 8f. Kestirilen  $lnk_v$ 'ye ait sonsal kovaryansın alansal değişimi

## Sonuçlar

Düşey girişimli basınç testlerine koşullama, ka-yaç özelliklerindeki heterojenliği hem düşey hem de yatay yönde konumsal olarak güvenilir olarak çözümlenmede ne ölçüde başarılı olunabi-

leceği çalışmada ayrıntılı olarak araştırılmıştır. Bu çalışma sonucunda, paker aralığı ve gözlem noktası prob basınç verilerine, birlikte koşullamanın yapılması durumunda, paker aralığının tam karşısında ve prob ile pakerin üst sınırı ara-

sındaki gridbloklardaki yatay geçirgenliğin doğru olarak çözülebileceği görülmüştür. Buna ilaveten, prob ile pakerin üst sınırı arasındaki gridblokların düşey geçirgenliğinin doğru olarak kestirilebileceği görülmüştür.

Her tabakanın farklı kayaç ve akışkan özelliklerine sahip birden fazla bölgeden oluştuğunu kabul eden heterojen model uygulamalarında bu uygulamada yer verilmiş ve bu tür sistemlerden parametre tahmini üzerine durulmuştur. Bu tür modeller, genellikle sondaj akışkanının formasyonuna filtrasyonundan dolayı formasyonun yakın civarında mobilitesi ve storativitesi daha farklı kirlenmiş bölgelerin basınç testleri üzerinde etkisini çalışmak için kullanılabilir. Bu çalışmada böyle bir sistemde çok-problu bir düşey girişim testi tasarlanmış ve hangi basınç seti verilerinden hangi bölgelere ait hangi parametrelerin güvenilir olarak bulunabileceği araştırılmıştır. Bu çalışma sonucunda, üretim probu veya onun tam karşısındaki yatay prob verilerinin herhangi bir düşey gözlem probuna ait basınç seti ile birlikte analizi hem kirlenmiş hem de kirlenmemiş bölgeye ait tüm parametrelerin saptanmasına yetecektir. Buna karşın, sadece düşey gözlem probu verilerinin kullanılması yalnız kirlenmemiş bölgeye ait özelliklerin saptanmasına yardımcı olacaktır. Diğer bir ifade ile düşey gözlem problemlerinde ölçülen basınç verileri kirlenmiş bölgenin özelliklerinden fazla etkilenmemektedir.

## Teşekkür

Bu çalışmanın gerçekleştirilmesinde gerekli maddi katkıyı sağladığı için TÜBİTAK ve İTÜ Araştırma Fonuna desteklerinden dolayı teşekkür ederiz. Ayrıca bu çalışmada geliştirilen simülasyonu test etmek için kullanılan ECLIPSE 100 simülatörünü verdiği için Schlumberger şirketine teşekkür ederiz

## Kaynaklar

- Anterion, F., Eymard, R., ve Karcher, B., (1989). Use of parameter gradients for reservoir history matching, *10th SPE Reservoir Simulation Symp.*
- Bard, Y., (1974). *Nonlinear Parameter Estimation*, Academic Press, San Diego, 56.
- Chavent, G.M., Dupuy, M., Lemmonier, P., (1975). History matching by use of optimal control

- theory, *Society Petroleum Engineers Journal*, February, 74-86.
- Chen, W.H., Gavalas, G.R., Seinfeld, J.H., Wasserman, M.L., (1974). A new algorithm for automatic history matching, *Society Petroleum Engineers Journal*, December, 593-608.
- Dogru, A.H., Dixon, T.N. ve Edgar, T.F., (1977): Confidence limits on the parameters and predictions of slightly compressible, single phase reservoirs, *Society Petroleum Engineers Journal*, February, 42-56.
- Goode, P.A., Thambynayagam, R.K.M., (1990). Analytic models for a multiple probe formation tester, *the 1990 SPE Annual Technical Conference and Exhibition*, New Orleans, LA, USA, September 23-26, SPE 20737.
- Gök, I. M., Onur, M., Hegeman, P. S., Kuchuk, F. J., (2003). Effect of an invaded zone on pressure transient data from multiprobe and packer-probe wireline formation testers in single and multi-layer systems, *the 2003 SPE Annual Technical Conference*, Denver, CO, USA, October 5-8.
- He, N., Reynolds, A. C., ve Oliver, D. S., (1997). Three-dimensional reservoir description from multiwell pressure data and prior information, *Society Petroleum Engineers Journal*, **2**, 312-327.
- Kuchuk, F. J., (1994). Pressure behavior of MDT packer module and DST in crossflow-multilayer reservoirs, *Journal of Petroleum Science and Engineering*, **11**, 123-135.
- Kuchuk, F. J. ve Onur, M., (2003). Estimating permeability distribution from 3D interval pressure transient tests, *Journal of Petroleum Science and Engineering*, **39**, 1-2, 5-27.
- Levenberg, K., (1944). A Method for the solution of certain nonlinear problems in least squares, *Quarterly of Applied Mathematics*, **2**, 164-168.
- Marquardt, D. W., (1963). An algorithm for least squares estimation of nonlinear parameters, *SIAM Journal*, **11**, 431-441.
- Oliver, D. S., (1994). Incorporation of transient pressure data into reservoir characterization, *In Situ*, **18**, 243-275.
- Onur, M., Hegeman, P.S., Kuchuk, F.J., (2002). Pressure-Pressure convolution analysis of multiprobe and packer-probe wireline formation tester data, *2002 SPE Annual Technical Conference and Exhibition*, San Antonio, TX, USA, September 29 - October 2, SPE 77343.
- Onur, M., Kuchuk, F.J., (1999). Integrated nonlinear regression analysis of multiprobe wireline formation tester packer and probe pressures and flow rate measurements, *1999 SPE Annual*

- Technical Conference and Exhibition*, Houston, TX, USA, October 3-6 SPE 56616.
- Onur, M. ve Kuchuk, F.J., (2000). Nonlinear regression analysis of well-test pressure data with uncertain variance, *the 2000 SPE Annual Technical Conference and Exhibition*, Dallas, TX, USA, Oct. 1-4, SPE 62918.
- Proett, M. A., Gilbert, G. N., Chin, W. C., Monroe, M. L., (2001). New wireline formation testing tool with advanced sampling technology, *Society Petroleum Engineers Reservoir Engineering and Evaluation*, April, 76.
- Schlumberger GeoQuest, (2002). Eclipse 100 Reference Manual, Version 2002.
- Welty, D. H. ve Meijerink, J. A., (1981). An Improved Formulation and Solution Method for Single Phase Flow Problems, *Society Petroleum Engineers Journal*, June, 289-295.
- Zeybek, A. D., ve Onur, M., (2003). Conditioning fractal (fBm/fGn) porosity and permeability fields to multiwell pressure data, *Math Geology*, **35**, 5, 577-612.
- Zimmerman T., MacInnis, J vd., (1990). Application of emerging wireline formation technologies, *the Eighth Offshore Southeast Conference*, Singapore, December 4-7, OSEA-90105.