

## Korona başlangıç geriliminin yük benzetim yöntemiyle hesabı

Hayri YILDIRIM\*, Özcan KALENDERLİ

İTÜ Elektrik-Elektronik Fakültesi, Elektrik Mühendisliği Bölümü, 34469, Ayazağa, İstanbul

### Özet

*Bu çalışmada, atmosfer basınçlı havada çubuk-düzlem elektrot sisteminde, pozitif doğru gerilimde statik elektrik alan dağılımı, elektron çığı ve korona başlangıç gerilimi, gazlarda boşalma olaylarının sayısal benzetimi amacıyla geliştirilen ve Yük Benzetim Yöntemi'ne dayanan özgün bir yazılımla hesaplanmıştır. Yük Benzetim Yöntemi'nde elektrotların benzetiminde noktasal, çizgisel ve halkasal yükler kullanılmıştır. Elektron çığının halkasal yüklerle modellenmesinde elektronların geçiş süresi, yük yerleri ve yarıçapları yeni bir yöntemle hesaplanmıştır. Anoda yaklaştıkça elektrik alanın, dolayısıyla elektronların hızlarının artmasıyla çarpışma noktaları arasındaki uzaklıkların azalacağı ve çarpışma sayısının artacağı göz önünde tutularak korona başlangıç gerilimi daha doğru hesaplanmıştır. Sonuçlar, geliştirilen yazılımın başarımını ve önerilen yaklaşımın uygunluğunu ortaya koymaktadır.*

**Anahtar Kelimeler:** Elektrostatik alan hesabı, korona başlangıç gerilimi, yük benzetim yöntemi.

### Computation of corona inception voltage by charge simulation method

#### Abstract

*In this paper, numerical simulation of electrical discharge phenomena in gases has been made. Electric field distribution, electron avalanche and corona inception voltage of a rod-plane gap have been computed using a newly developed software. For electric field computations, Charge Simulation Method (CSM) has been used with point, line and ring charges. In the electron avalanche modeling, electron transit time has been computed in very small space intervals and summated, instead of dividing the distance between the critical field point and the collision point, by the electron velocity. So, radius and position of each ring charge and corona inception voltage have been computed more accurately by this new method. Collision points have been determined according to the value of integration of ionization coefficient. Then, ring charges with a homogeneous charge distribution have been positioned at these points. The charge quantity at these points is equal to the charge quantity of positive ions generated in this collision. The increase of electric field and the velocity of electrons, between critical field point and the anode have been taken into consideration. If the integration of ionization coefficient reaches a constant value of 18, then the applied voltage has been considered as the corona inception voltage. Results are in a good agreement with those found in the literature. So, the new electron avalanche modeling can be used for these computations.*

**Keywords:** Electrostatic field calculation, corona inception voltage, Charge simulation method

---

\*Yazışmaların yapılacağı yazar: Hayri YILDIRIM. hayri.yildirim@tesan.com.tr; Tel: (212) 454 60 00 dahili: 1333.

Bu makale, birinci yazar tarafından İTÜ Elektrik-Elektronik Fakültesi'nde tamamlanmış olan "Elektriksel boşalmaların yük benzetim yöntemiyle sayısal analizi" adlı doktora tezinden hazırlanmıştır. Makale metni 05.05.2003 tarihinde dergiye ulaşmış, 14.01.2004 tarihinde basım kararı alınmıştır. Makale ile ilgili tartışmalar 30.06.2005 tarihine kadar dergiye gönderilmelidir.

## Giriş

Günümüzde elektrik enerjisinin üretimi, iletimi ve dağıtımı ancak yüksek gerilim sistemleriyle yapılabilmektedir. Yüksek gerilim, elektostatik boyama ve ozon üretimi gibi birçok endüstriyel uygulamada da yaygın olarak kullanılmaktadır. Gerilimin yüksekliğine bağlı olarak statik elektrik alan şiddetinin büyük olması, yüksek gerilim iletkenleri çevresindeki yalıtıkanda elektriksel kısmi boşalmalara veya kısa devre arızalarına neden olmaktadır. Bu da, yüksek gerilim sistemlerinin güvenilirliğini azaltmakta, can ve mal kaybına neden olmaktadır.

Yüksek gerilim aygıtlarında, yalıtkanları elektriksel olarak zorlayan elektrik alan şiddeti büyüdükçe, elektrotlar arası açıklığın da büyük olması gereğinden dolayı bu aygıtlar büyük, ağır ve pahalı olmaktadır. Genellikle elektrik alan dağılımı düzgün olmayan bu aygıtlar, uygun tasarımla düzgün elektrik alan dağılımlı hale getirilerek boyutları ve ağırlıkları küçültülebilir. Bunun için sistemin elektrik alan dağılımı ve korona başlangıç geriliminin hesaplanması gerekmektedir.

## Amaç

Yüksek gerilimde temel elektrot sistemlerindeki statik elektrik alan şiddeti analitik bağıntılarla hesaplanabilirken sanayideki birçok sistemde karmaşık elektrot yapısından dolayı bu hesap ancak sayısal yöntemlerle yapılabilmektedir. Bu çalışmada, Yük Benzetim Yöntemiyle statik elektrik alanın ve korona başlangıç geriliminin hesabı için geliştirilen Korona 2002 yazılımı kullanılarak çubuk-düzlem elektrot sisteminde statik elektrik alan dağılımı ve korona başlangıç gerilimi yeni bir yöntemle hesaplanmıştır.

Karmaşık elektrot sistemlerinin analizi için geliştirilmeye açık bir temel yazılım niteliğinde tasarlanan Korona 2002, Microsoft Visual Basic 6.0 yazılım geliştirme ortamında özgün olarak tasarlanan görsel bir yazılımdır. Bu yazılımla çubuk-düzlem, silindir-düzlem ve küre-düzlem elektrot sistemlerinin statik elektrik alan dağılımları ve korona başlangıç gerilimlerinin hesabı ve analizi yapılabilmektedir.

## Gazlarda elektriksel boşalma olayı

Gazlar, yüksek gerilimde en yaygın kullanılan yalıtkanlardır. Gaz yalıtımlı bir elektrot sisteminde, uygulanan gerilim belli bir değeri aştığında, gaz içindeki serbest elektronlar elektrik alanından kazandıkları enerji ile hızlanarak anoda doğru hareket ederler. Elektronlar anoda ulaşınca kadar gaz atom veya molekülleriyle yaptıkları çarpışmalarda iyonlaşma ile kopardıkları yeni elektronlarla çığ gibi çoğalarak elektron çığını oluştururlar. Çığ anoda ulaştığında elektronlar anoda geçer, elektrotlar arasında pozitif iyonlardan oluşan bir uzay yükü kalır. Çığdaki elektron sayısı kritik bir değere ulaştığında anotta bir kısmi boşalma veya korona başlar. Uygulanan gerilimin koronanın başladığı andaki değerine korona başlangıç gerilimi denir. Gerilim daha da arttırılırsa gaz iletken hale geçerek delinir ve bu durumda uygulanan gerilime delinme gerilimi denir. Düzlemsel elektrot sistemi gibi düzgün elektrik alanlı sistemlerde korona başlangıç gerilimi delinme gerilimine eşit iken çubuk-düzlem elektrot sistemi gibi düzgün olmayan elektrik alanlı sistemlerde delinme gerilimi korona başlangıç geriliminden büyüktür.

## Elektriksel boşalma teorileri

Gazlarda boşalma olayları üzerindeki araştırmalar bir asırdır sürmektedir. 1900'lü yılların başında Townsend, yaptığı bir deney sonucunda morötesi ışıkla aydınlatılan elektrot yüzeyinden kopan elektronların, morötesi ışık kaynağı kaldırıldıktan sonra da hızla çoğalarak karşı elektroda ilerlediğini farketmiştir. Townsend'in adını taşıyan teorisini öne sürmesiyle başlayan deneysel çalışmalar, sonraki yıllarda teorik çalışmalar ve fiziksel parametrelerin ölçülmesi çalışmaları ile devam etmiştir. Townsend Teorisi bugün hala gazlarda boşalma olaylarının açıklanmasında temel oluşturmaktadır (Townsend, 1947).

Townsend Teorisinin düzgün olmayan alanlı ve büyük açıklıklı elektrot sistemlerindeki boşalma olaylarını açıklamakta yetersiz kalması araştırmacıları düzgün olmayan alanda boşalma olaylarının araştırılmasına yöneltmiştir. Bu çalışmalar sonunda 1939'da Loeb ve Meek ve bunlarla aynı anda Raether tarafından düzgün olmayan

alanlı elektrot sistemlerindeki elektriksel boşalma olaylarını daha iyi açıklayabilen Kanal Teorisi öne sürülmüştür (Loeb ve Meek, 1941).

Kanal Teorisinin öne sürülmesinden sonra, bir yandan deneysel çalışmalar devam ederken diğer yandan da bu teoriye göre delinme veya korona başlangıç ölçütünden yararlanarak teorik hesaplama yöntemleri geliştirilmiştir. Deneysel çalışmalardan ampirik bazı formüller de geliştirilmiştir (Pedersen, 1989). Ampirik formüllerin yeterli doğrulukta sonuç vermemesi ve sadece belirli durumlarda geçerli olması gibi olumsuzluklar nedeniyle çalışmalar, elektriksel boşalmanın fiziksel modelinin bilgisayarda sayısal yöntemlerle benzetilmesi üzerinde yoğunlaşmıştır (Loeb vd., 1950).

1970'lerde Nasser (1971) tarafından düzgün olmayan alanlı elektrot sistemlerindeki elektriksel boşalma olaylarını açıklayacak şekilde geliştirilen ve Townsend teorisinin tamamlayıcısı olan bu teori, bugün boşalma olaylarının fiziksel gelişimini açıklayabilen tek teori olarak araştırmaların merkezinde yer almaktadır.

### **Elektrik alan hesabında sayısal yöntemler**

Gazlarda elektriksel boşalma olaylarının araştırılmasında genellikle düzgün olmayan alanlı elektrot sistemleri kullanılmaktadır. Burada en büyük sorun, statik elektrik alan hesabının bir çok elektrot sistemi için analitik olarak yapılamıyor olmasıdır. Bu da, elektrik alan hesabında sayısal yöntemlerin kullanımını, dolayısıyla uygun bilgisayar yazılımlarının geliştirilmesini gerektirmektedir.

Statik elektrik alan hesabında kullanılan sayısal yöntemler içerisinde Sonlu Farklar Yöntemi (SFY), Sonlu Elemanlar Yöntemi (SEY), Monte Carlo Yöntemi (MCY), Yük Benzetim Yöntemi (YBY) ve Sınır Elemanları Yöntemi (SINEY) en yaygın kullanılan yöntemlerdir. Bunlardan Yük Benzetim Yöntemi (YBY), uygulaması kolay ve diğer sayısal yöntemlere göre daha küçük bir lineer denklem sistemi ile doğruluğu daha yüksek olan bir yöntem (Singer vd., 1974) olarak son yıllarda gittikçe önem kazanmakta ve gazlarda elektriksel boşalma olaylarının sayısal benzetiminde en çok kullanılan yöntem olarak

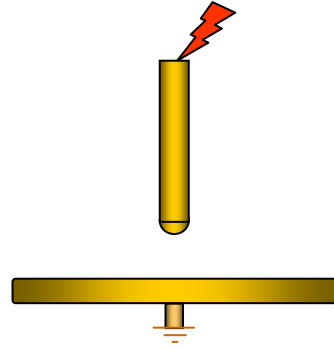
öne çıkmaktadır (Malik, 1989). YBY ile elektrik alan ve gazlarda boşalma olaylarının analizi için yazılım geliştirme çalışmaları tüm dünyada sürmektedir (Okubo vd., 1995).

### **Yük benzetim yöntemiyle potansiyel ve statik elektrik alan hesabı**

Çubuk-düzlem elektrot sisteminin statik elektrik alan dağılımının hesabı için Yük Benzetim Yöntemi kullanılmıştır (Yıldırım, 1992).

#### **Elektrot sistemi**

Yapılan uygulamadaki çubuk-düzlem elektrot sisteminde çubuk elektrot, sonsuz geniş düzlem dik yarıküresel uçlu silindirel bir çubuk olarak göz önüne alınmıştır. Düzlem elektrot ise sonsuz düzlem veya Şekil 1'deki gibi sonlu genişlikte dairesel disk elektrot olarak alınabilmektedir.



*Şekil 1. Çubuk-düzlem elektrot sistemi*

Düzlem elektrot üzerine, değiştirilebilen yarıçaplı yarıküresel iletken pürüz yerleştirilerek pürüzün etkisi analiz edilebilmektedir. Çözümlemede dairesel silindirik koordinat sistemi kullanılmıştır. Problemin eksenel simetrisi nedeniyle z ekseni çevresinde simetrik bir elektrik alan ve potansiyel dağılımı vardır. Dolayısıyla hesaplamalarda, sadece z-r düzlemi gözönüne alınarak problem iki boyutlu olarak incelenmiştir. Elektrot sisteminin simetri ekseni, silindirel koordinat sisteminin z eksenine çakıştırılmıştır. Sonuçlar literatürde geçen çalışmalarla karşılaştırılmıştır.

#### **Benzetim yüklerinin hesabı**

YBY'nin temel ilkesi, elektroteknikten bilinen toplama ilkesine dayanır. Buna göre noktasal, çizgisel veya halkasal tipte çok sayıda elektrik

yükünün herhangi bir noktada oluşturduğu potansiyel, her bir yükün o noktada ayrı ayrı oluşturduğu potansiyellerin toplanmasıyla elde edilebilir. Buna göre, elektrot içine yerleştirilen  $n$  adet yükün, potansiyeli bilinen aynı sayıdaki sınır noktasında oluşturduğu potansiyel, değeri bilinen elektrot gerilimine eşit alınır;

$$[p]_{n,n} [q]_{n,1} = [V]_{n,1} \quad (1)$$

şeklinde elde edilen lineer denklem sisteminin örneğin Gauss indirgeme yöntemi gibi doğrudan bir yöntemle çözümüyle yükler hesaplanabilir. Burada  $[V]$  değeri bilinen elektrot potansiyellerini içeren sütun matris,  $[p]$  ise yüklerle sınır noktaları arasındaki uzaklıklara bağlı olarak yazılan potansiyel katsayıları matrisidir. Bu matris dolu ve asimetrik bir matris olduğundan, bunun tersini almak zordur. Dolayısıyla  $[p]$  matrisinin boyutu yeterli doğruluğun elde edilebildiği en küçük değerde olmalıdır.  $[q]$  ise değeri bilinmeyen yüklerden oluşan sütun matristir. Buna göre benzetim yüklerinin değeri;

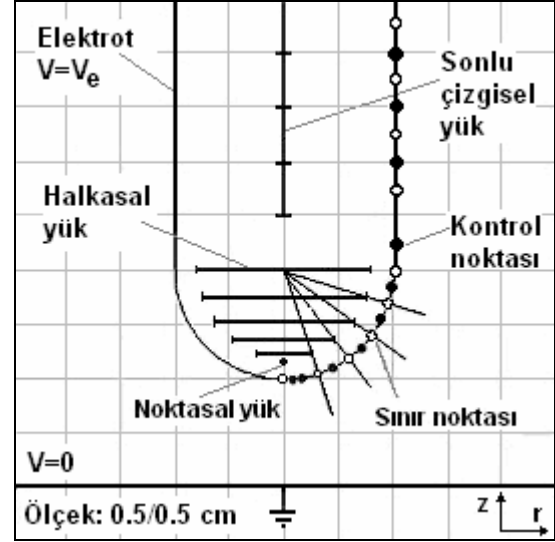
$$[q]_{n,1} = [p]_{n,n}^{-1} [V]_{n,1} \quad (2)$$

denklemleriyle hesaplanabilir.  $[q]$  sütun matrisi değişik tipte yükler içerebilir. Bu çalışmada, çubuğun ucuna yakın yerleştirilmiş bir adet noktasal yük, yarıküre bölgede halkasal yükler ve silindrisel çubuk eksenini boyunca yerleştirilen sonlu çizgisel yükler kullanılmıştır.  $[q]$ 'yu çözdükten sonra herhangi bir  $P$  noktasındaki potansiyel:

$$V = [p]_{1,n} [q]_{n,1} \quad (3)$$

denklemleriyle hesaplanabilir. Burada  $[p]$ ,  $1 \times n$  boyutunda bir satır matris ve  $[q]$  ise  $n \times 1$  boyutunda bir sütun matristir. Yükler hesaplandıktan sonra, elektrot yüzeyinde yüklerle aynı sayıda alınan kontrol noktasında bu yüklerle potansiyel yeniden hesaplanır. Elektrot potansiyeli ve hesaplanan potansiyel arasındaki fark olan potansiyel hatası yeteri kadar küçükse benzetim uygun demektir, aksi halde yük sayısı, yük yarıçapı veya sınır noktası yeri değiştirilerek hesaplar yeniden yapılır.

Sonsuz geniş düzlem elektrodun benzetiminde görüntü yönteminden yararlanılmıştır. Düzlemsel elektrot sonlu genişlikte ve yüksekliği, yarıçapı ve kalınlığı değiştirilebilen disk şeklinde ise bu elektrodun benzetimi halkasal yüklerle yapılmıştır (Şekil 2).



Şekil 2. Çubuk-düzlem elektrot sisteminde benzetim yüklerinin, sınır noktalarının ve kontrol noktalarının yerleştirilmesi

Halkasal yüklerin yarıçapı ile halkasal yük sayısının ve bu yüklerle ilişkili sınır noktalarının yerlerinin doğruluk üzerinde çok etkili olduğu görülmüştür. Halkasal yük sayısı arttırıldığında, yüklerin yarıçapını küçültmek gerekmektedir. En iyi sonuçlar, sınır noktalarının, merkezden çıkan ve halkasal yük ucundan geçen doğrunun elektrot sınırını kestiği noktada alınmasıyla elde edilmektedir. Kontrol noktaları ise iki sınır noktasının ortasında alınmaktadır. Halkasal yüklerin potansiyel ve alan bağıntılarındaki birinci ve ikinci tür komple eliptik integraller sayısal bir yöntemle hesaplanmıştır. Benzetimin doğruluğu bakımından, ortalama hatanın, verilen toleranstan küçük olması esas alınmıştır. Ayrıca benzetim uygun olduğunda toplam yük miktarının sabit kalması da diğer bir doğruluk ölçütü olarak kullanılmıştır.

#### Statik elektrik alan dağılımının hesabı

Statik elektrik alan dağılımı, eşpotansiyel çizgiler ve elektrik alan çizgilerinden oluşmaktadır.

Eşpotansiyel çizgileri bulmak için aynı potansiyeldeki noktaların  $z$  koordinatları iteratif bir yöntem olan Newton Raphson yöntemiyle belirlenerek bu noktalar bir çizgi ile birleştirilmiştir.

Elektrik alan çizgileri çizdirilirken, kritik alan çizgisinden başlayarak elektrot yüzeyinde ( $r, z$ ) noktasında elektrik alan şiddeti, alan şiddetinin  $r$  ve  $z$  bileşenleri hesaplanmıştır. Elektrik alan doğrultusunda seçilen 0.001 cm gibi belli bir  $ds$  uzaklığında gidilecek noktanın koordinatları, denklem (4) ve denklem (5) ile hesaplanmıştır.

$$r' = r + \left( \frac{E_r}{E} \right) . ds \quad (4)$$

$$z' = z + \left( \frac{E_z}{E} \right) . ds \quad (5)$$

Burada  $E_r$  ve  $E_z$ , elektrik alanın, sırasıyla  $r$  ve  $z$  bileşenleridir,  $r'$  ve  $z'$  ise elektrik alan doğrultusunda bir sonraki adımda gidilecek noktanın koordinatlarıdır. Bu şekilde diğer elektroda ulaşmaya kadar işlem tekrarlanır. Daha sonra eşpotansiyel çizgiler ile karesel bir göz oluşturacak şekilde belli bir aralık ile bir sonraki elektrik alan çizgisi çizdirilir. Elektrik alan çizgisi boyunca her noktada potansiyel de hesaplanarak, potansiyelin, örneğin elektrot potansiyelinin %10'u aralıklarla potansiyel değerlerindeki noktaların koordinatları iki boyutlu bir dizi değışkende saklanarak ve bu noktalar bir çizgi ile birleştirilerek aynı zamanda eşpotansiyel çizgiler de çizdirilebilir. Bu çalışmada statik elektrik alan çizgileri potansiyel değerlerine göre maviden kırmızıya doğru renklendirilmiştir. Böylece potansiyelin büyük olduğu bölgeler görsel olarak da belirlenebilmektedir.

Silindrsel koordinat sisteminde, herhangi bir  $P(r, z)$  noktasında statik elektrik alanın  $r$  ve  $z$  bileşeni noktasal, çizgisel veya halkasal yüke ilişkin potansiyel denkleminin sırasıyla  $r$  ve  $z$ 'ye göre kısmi türevinin alınmasıyla:

$$E_r = -dV/dr \quad (6)$$

$$E_z = -dV/dz \quad (7)$$

şeklinde elde edilir. Buradan statik elektrik alanın büyüklüğü:

$$E_p = \sqrt{E_r^2 + E_z^2} \quad (8)$$

bağıntısıyla hesaplanır.

Eşpotansiyel çizgiler elde edilirken elektrotlar arası açıklıkta  $z = 0$  düzleminde belli bir  $r$  koordinatı seçilir. Elektrot potansiyelinin belli bir yüzdesi potansiyel farklarıyla, aynı  $V_E$  potansiyelindeki  $P_E(r, z)$  noktasının  $z$  koordinatı iteratif bir yöntem olan Newton Raphson yöntemiyle belirlenir. Buna göre;

$$z_n = z_{n-1} - [(V_{n-1} - V_E) / (dV_{n-1}/dz)] \quad (9)$$

dir. Burada  $n$  iterasyon sayısıdır.  $V_{n-1}$ ,  $(n-1)$ . iterasyon adımında hesaplanan potansiyeli,  $z_{n-1}$  ise  $(n-1)$ . iterasyonda hesaplanan  $z$  koordinatını,  $z_n$  ise  $n$ . iterasyonda hesaplanan  $z$  koordinatını göstermektedir. Denklem (9) yeniden yazılırsa:

$$z_n = z_{n-1} - [(V_{n-1} - V_E) / E_{n-1}] \quad (10)$$

olur. Burada  $E_{n-1}$ ,  $P_E$  noktasında  $V_{n-1}$  potansiyeli için statik elektrik alanın  $z$  bileşenidir.

Yakınsama oluncaya kadar işlem tekrarlanır. Genellikle birkaç iterasyonda yakınsama elde edilir. Başka bir  $r$  değeri seçilerek eşpotansiyel çizginin diğer bir  $z$  noktası hesaplanır ve bu noktalar bir çizgi ile birleştirilerek eşpotansiyel çizgi elde edilir. Daha sonra eşpotansiyel çizgileri her noktada dik kesen ve bir elektrot yüzeyinden başlayıp diğer elektrot yüzeyinde son bulan statik elektrik alan çizgileri çizilerek statik elektrik alan dağılımı elde edilir.

### Kritik alan noktasının hesabı

Elektron çığı, pozitif çubuk-elektrot durumunda, çubuk elektrodun yarıküresel ucundaki maksimum alan noktası ile düzlem elektrot yüzeyi arasında  $z$  eksenini üzerinde bulunan kritik alan çizgisi üzerinde anottan belirli bir uzaklıkta kritik alan noktası adı verilen noktadan başlar ve anoda doğru ilerler. Bu çizgi üzerinde statik elektrik alanın  $r$  bileşeni sıfırdır. Bu yüzden

kritik alan noktası hesabında statik elektrik alanının sadece z bileşeni gözönüne alınır.

$$E_p^2 = E_z^2 = E^2 \quad (11)$$

Kritik alan noktasında  $r = 0$  olduğundan, z-koordinatını belirleyecek olan iteratif denklem,

$$z_n = z_{n-1} - \{(E_{n-1}^2 - E^2)/[d(E_{n-1})^2/dz + d(E_{n-1})^2/dr]\} \quad (12)$$

veya

$$z_n = z_{n-1} - \{(E_{n-1}^2 - E^2)/[2.E_{n-1}(dE_{n-1}/dz + dE_{n-1}/dr)]\} \quad (13)$$

dir. E'nin sadece z'ye göre türevi hesaba katıldığından:

$$z_n = z_{n-1} - \{(E_{n-1}^2 - E^2)/[2.E_{n-1} d(E_{n-1})/dz]\} \quad (14)$$

Burada  $E_{n-1}$ , iterasyonun (n-1)'inci adımındaki elektrik alan şiddetidir.

### Faydalanma faktörünün hesabı

Alan dağılımının düzgünlüğünü göstermek için, bir elektrot sisteminin ortalama alan şiddetinin maksimum alan şiddetine oranı olan faydalanma faktörü çok sık kullanılır. Faydalanma faktörü için ampirik bir formül

$$\eta = E_{ort}/E_{maks} = U/(a.E_{maks}) \quad (15)$$

dir. Burada U, elektrot sistemine uygulanan gerilim, a ise elektrot açıklığıdır. Faydalanma faktöründen yararlanarak korona başlangıç gerilimi, denklem (16) ile hesaplanabilir.

$$U_o = E_o . a . \eta \quad (16)$$

Burada  $E_o$  (kV/cm) korona başlangıcındaki elektrik alan şiddetidir.

### Korona başlangıç geriliminin hesabı

Korona başlangıç geriliminin hesabı için ana elektron çığının hesaplanması gerekmektedir. Elektron çığının benzetiminde en önemli büyüklük Townsend birinci iyonlaştırma sabitidir. Gazlarda iyonlaşma gazın basıncına bağlıdır. Bu nedenle Townsend birinci iyonlaştırma katsayısı

$\alpha$  ifadesi basınca bağlı olarak verilmiştir. Bu çalışmada hesaplar, pozitif doğru gerilimde normal ortam koşulları için (basınç 760 mmHg, sıcaklık 20 °C) yapılmıştır.

### Elektron çığının hesabı

Townsend birinci iyonlaştırma sabiti  $\alpha$ 'yla ilgili olarak birçok ampirik bağıntı vardır. Bu çalışmada, Schumann delinme ölçütü olarak bilinen:

$$\alpha/p = K.A. [(E/p) - (E_o/p_o)]^2 \quad (17)$$

bağıntısı kullanılmıştır (Khaled, 1974). Burada E ve  $E_o$  (kV/cm) cinsinden, p (Torr) cinsinden ve  $\alpha$  (1/cm) cinsindedir. Bu ifade:

$$A = 0.02345, K = 18, p = p_o = 760 \text{ Torr için:}$$

$$\alpha = 0.4221.(E - 24.4)^2 \quad (18)$$

olur. Buna göre elektron çığı, kritik alan çizgisi üzerinde statik elektrik alanın 24.4 kV/cm olduğu noktadan başlar ve anoda doğru hızla ilerler. Korona başlangıç gerilimi hesabında, kritik alan noktası hesaplandıktan sonra anot elektrot ile kritik alan noktası arasındaki çığ bölgesinde, çok küçük eşit aralıklarla çok sayıda noktada  $\alpha$  ve statik elektrik alanı hesaplanır. Her adımda, denklem (19) ile K hesaplanır.

$$K = \int_{Z_{kritik}}^a \alpha dz \quad (19)$$

K'nın değerine göre pozitif iyonların benzetimi için halkasal yüklerin yerleri belirlenir.

Çığ başındaki elektron sayısı

$$n_e = \exp\left(\int_{Z_{kritik}}^a \alpha dz\right) \quad (20)$$

dir. Çığ başındaki pozitif iyon sayısı ise

$$n_+ = \exp\left(\int_{Z_{kritik}}^a \alpha dz\right)/2 \quad (21)$$

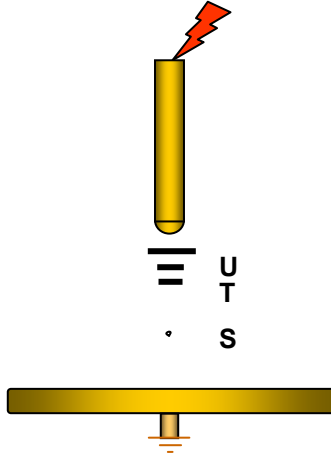
dir. Çığ boyunca oluşturulan toplam pozitif iyon sayısı ise:

$$n_+ = 1 + 2 + 4 + \dots + n_e/2 \quad (22) \quad \text{veya}$$

veya

$$n_+ = \exp\left(\int_{Z_{kritik}}^a \alpha dz\right) - 1 = n_e - 1 \quad (23)$$

dir. Uzay yükü dağılımının hesabında, pozitif iyonların hızının elektronların hızına göre 1000 kat daha küçük olmasından dolayı, elektronlar hızla anoda doğru ilerlerken pozitif iyonların uzayda hareket etmedikleri ve çarpışma anında iyonlaşma ile oluşturuldukları konumda hareketsiz durdukları kabul edilmiştir.



Şekil 3. Çubuk-düzlem elektrot sisteminde ana elektron çığının halkasal yüklerle benzetimi Burada S, çığın başladığı kritik alan noktasıdır, T, U, ... noktaları ise pozitif iyonların oluştuğu noktalarlardır.

Buna göre Şekil 3'teki elektrot sistemini göz önüne alırsak ve çığı başlatan elektronun anoda doğru gitmeye başladığı S noktasından başlarsak ilk iyon T noktasında meydana getirecektir. Bu noktada elektronların sayısı ikiye katlanacaktır, yani

$$\exp\left(\int_s^T \alpha dz\right) = 2 \quad (24)$$

olacaktır. U noktasında

$$\exp\left(\int_s^U \alpha dz\right) = 4 \quad (25)$$

$$\exp\left(\int_T^U \alpha dz\right) = 2 \quad (26)$$

dir. Bu noktada elektronların sayısı 4 ve yeni iyonların sayısı 2'dir. İyonlaşma işlemi anoda çok yakın bir yerde duruncaya kadar devam eder. İyonlaşmanın durduğu nokta olan çığ başında, üretilen pozitif iyonların sayısı

$$n_+ = 2^k/2 = 2^{k-1} \quad (27)$$

dir. Burada k öyle bir tamsayıdır ki, eğer:

$$\exp\left(\int_s^a \alpha dz\right) = 2^y \quad (28)$$

ise (y bir reel sayıdır) o zaman  $k \leq y \leq k+1$  olur, k son iyonlaşma adımıdır, (k+1) iyonlaşma adımı olanaksızdır, çünkü bu durumda anot üzerindeki bir noktaya gelinmektedir. Buna göre

$$2^k \leq \exp\left(\int_s^a \alpha dz\right) < 2^{k+1} \quad (29)$$

olur. k'nci adımın sonunda uzay yükleri ve statik elektrik alanın anotta oluşturduğu alan hesaplanır. Pozitif iyonlar, iyonlaşma yerlerindeki (Şekil 2'deki U, T, ...vb. noktaları gibi) halkasal yükler üzerinde düzgün yayılmıştır. Halkasal yükün yarıçapı elektronun difüzyon yarıçapına eşittir ve

$$r_y = (4.D_e.t)^{1/2} \quad (30)$$

bağıntısıyla hesaplanır. Burada  $D_e$ , havada normal basınç ve sıcaklıkta elektronun difüzyon katsayısıdır ve  $430 \text{ cm}^2/\text{s}$  ye eşittir, t ise elektron çığının başlangıç noktası ile gözönüne alınan iyonlaşma noktası (örn. U) arasında elektronun geçiş süresidir. Bu süre, kritik alan noktası ile çarpışma noktası arasındaki uzaklık (örn. S-U uzaklığı), hesaplanan ortalama hıza bölünerek elde edilir. Elektronun ortalama hızı  $v_e$  (cm/s),

$$v_e = [(2.74 E/p + 39.1).10^5] \text{ (cm/s)} \quad (31)$$

denklemleriyle hesaplanır. Bu bağıntıya göre sabit basınçta, ortalama hız statik elektrik alanı ile doğru orantılıdır. Halkasal yüklerin yarıçapının elektrik alan hesabında etkisi büyüktür. Bu durum, elektron çığının benzetiminde ve uzay yükü alanı hesabında noktasal yükler yerine halkasal yük kullanılmasıyla üstünlüklerinden biridir. Khalifa ve Abdel-Salam, elektron çığının ucundaki pozitif iyonların küresel bir bölge içinde olduklarını kabul ederek, difüzyon yarıçapını hesaplarken küresel difüzyon kabulü ile denklem (30)'da karekök içinde 4 yerine 6 almışlardır (Khalifa ve Abdel Salam, 1974).

Bu çalışmada elektron çığının benzetiminde kullanılan yöntem, Khaled'in uyguladığı yöntemden farklıdır (Khaled, 1974). Khaled, kritik alan noktası ile anot elektrot ucu arasında sadece 50 adet eşit aralıklı noktada  $\alpha$  ve statik elektrik alanı hesaplamıştır. Daha sonra çubuk ucundaki elektrik alanı hesaplamıştır. Halkasal yükler bu eşit aralıklı 50 adet noktaya yerleştirilmiştir. Gerçekten, elektrot ucuna doğru yaklaştıkça elektrik alan şiddeti artacak, dolayısıyla elektronların hızları artacak ve çarpışma noktaları arasındaki uzaklık azalacaktır. Bu çalışmada uygulanan yöntemde bu açıkça görülmüştür. Kritik alan noktası ile ilk çarpışma arasındaki uzaklık büyüktür. Anoda yaklaştıkça çarpışmalar arasındaki uzaklık gittikçe düşmüştür. Bu da korona başlangıç gerilimi hesabının doğruluğunu arttırmıştır. Ayrıca bu çalışmada denklem (30)'daki integral hesabı, Yamuk Yöntemi yerine hata oranı daha az olan Simpson Yöntemiyle yapılmıştır.

Bu çalışmada getirilen diğer bir yenilik, elektronların uçuş süresinin hesabı için, hızların hesabında uygulanan yöntemdir. Elektronların uçuş süresi hesaplanırken, kritik alan noktası ile çarpışma noktası arasındaki uzaklığın (örn. S-U uzaklığı) elektronun bu çarpışma noktasındaki hızına bölünmesi yerine, bu noktaya kadar çok küçük aralıklarla ilerlerken her aralıkta bu şekilde hesaplanan süreler toplanmıştır. Böylece halkasal yüklerin yarıçapı ve dolayısıyla korona başlangıç gerilimi daha doğru hesaplanmıştır.

Her adımda denklem (19) ile hesaplanan K değeri  $2^k$  ( $k = 0, 1, 2, \dots$ ) 'ya eşit ise bu nokta

çarpışma noktası olarak alınmış ve bu çarpışmada oluşan pozitif iyonların benzetimi için halkasal yük bu noktaya yerleştirilmiştir. Halkasal yükün yük miktarı, bu çarpışmada oluşan pozitif iyonların yük miktarına eşit alınmaktadır. Buna göre k. adımda elektron sayısı, pozitif iyon sayısı, yük yarıçapı, yük miktarı ve yük koordinatı hesaplanmaktadır. Literatürde K değeri, uzay yükü alanının şiddetine bağlı olarak kanal boşalmasına geçiş için bir ölçüt olarak kullanılmıştır. Bu yarı ampirik ölçüt Raether, Loeb ve Meek (1941) tarafından,  $K \approx 18...20$  olarak verilmiştir. Bu şekilde her adımda çok küçük aralıklarla ilerleyerek anot yüzeyine ulaşıldığında hesaplanan K değeri 18'den küçük ise kritik çığ büyüklüğüne ulaşamadığı kabulü ile anoda uygulanan gerilim biraz arttırılarak işlemler yeniden yapılır. Buna karşılık hesaplanan K değeri 18 veya daha büyük ve henüz anot yüzeyine ulaşılmamış ise kritik çığ büyüklüğünün daha küçük bir gerilimde elde edilebileceği kabulü ile gerilim biraz azaltılarak işlemler yeniden yapılır. Anot yüzeyine ulaşıldığında hesaplanan K değerinin 18 olduğu durum elde edilinceye kadar işlemler tekrarlanır ve bu durum elde edildiğinde elektron çığında  $10^8$  adet elektron bulunacak ve anot elektrot ucundaki maksimum elektrik alan şiddeti, pozitif iyonlardan oluşan uzay yüklerinin etkisiyle 24.4 kV/cm'den küçük olacaktır ve anot ile çığ başı arasında iyonlaşma sona erecektir. Bu durumda anoda uygulanan gerilim korona başlangıç gerilimi olarak kabul edilir. Eğer korona başlangıç koşulu sağlanmamışsa tüm işlemler başka bir gerilim değeri ile tekrarlanır. Uygulanacak gerilimin, örneğin deneysel sonuçlarla önceden tahmini, hesabın daha kısa sürede yapılmasını sağlayacaktır.

### **Korona 2002 yazılımı**

Korona 2002, yüksek gerilimde çeşitli elektrot sistemlerinde, statik elektrik alan dağılımı ve korona başlangıç gerilimini hesaplamak amacıyla geliştirilmiş bir yazılımdır. Yazılımın ana ekranında elektrot açıklığı, elektrot yarıçapı, uygulanan gerilim, yük tipleri ve yük sayısının verilmesi, statik elektrik alan dağılımı ve korona başlangıç gerilimi hesabı için yeterli olmaktadır. Bu verilerle, yükler ve kontrol noktası



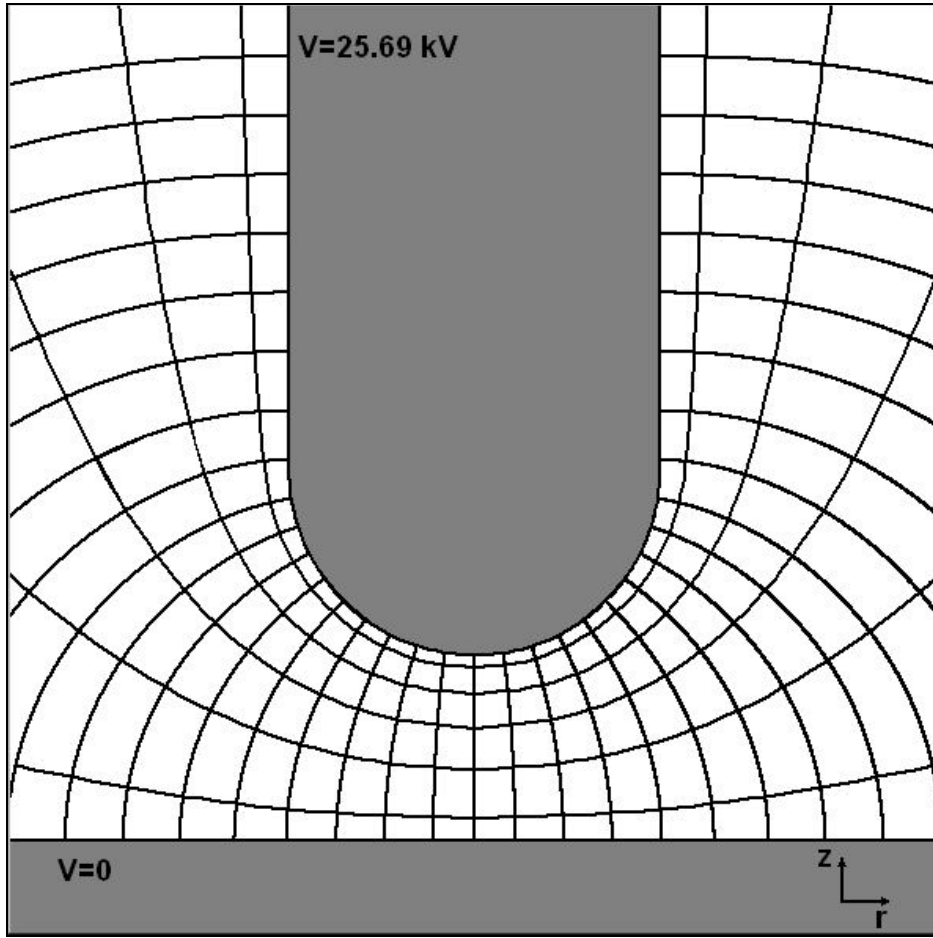
potansiyelleri hesaplandıktan sonra, potansiyel hatası yeteri kadar küçük ise elektrot çevresindeki yalıtkan ortamda herhangi bir noktadaki potansiyel ve elektrik alan Yük Benzetim Yöntemiyle hesaplanmaktadır.

Potansiyel hatası verilen toleranstan büyük ise, elektrodun hangi kısmında hata büyük ise o kısımdaki yük sayısı veya halkasal yüklerin yeri veya yarıçapı değiştirilerek hesaplar yeniden yapılmaktadır. Yeterli doğruluk elde edildiğinde eşpotansiyel çizgiler ve statik elektrik alan çizgilerinin çizdirilmesiyle statik elektrik alan dağılımı elde edilmektedir (Şekil 4).

Çubuk-düzlem elektrot sisteminde, çubuk yarıçapı  $r = 1$  cm için farklı elektrot açıklıklarında Korona 2002 ile hesaplanan korona başlangıç gerilimi, maksimum statik elektrik alan şiddeti,

faýdalanma faktörü ve çığ bölgesinin uzunluğu Tablo 1’de verilmiştir.

Çubuk-düzlem elektrot sisteminde Korona 2002 ile hesaplanan korona başlangıç geriliminin elektrot açıklığı ile değişimi Şekil 5’te görülmektedir. Şekil 5’ten görüldüğü gibi elektrot açıklığının, elektrot yarıçapının yarısına kadar olan bölgede korona başlangıç gerilimi daha hızlı artmaktadır. Bu bölge düzgün ve az düzgün alan bölgesidir. Elektrot açıklığı daha da artarsa, iyonlaşma bölgesi küçülmeğe ve korona başlangıç gerilimi daha yavaş artmaktadır. Elektrot açıklığı, elektrot yarıçapına eşit ve daha büyük olduğunda maksimum elektrik alan şiddeti yaklaşık sabit kalmaktadır. Böylece, bu bölgede iyonlaşma bölgesi de değişmezken, korona başlangıç gerilimi daha küçük bir eğimle lineer olarak artmaktadır.



Şekil 4. Çubuk-düzlem elektrot sisteminde Korona 2002 yazılımı ile hesaplanan, korona başlangıç geriliminde statik elektrik alan dağılımı ( $r = 1$  cm,  $a = 1$  cm,  $U = 25.69$  kV)

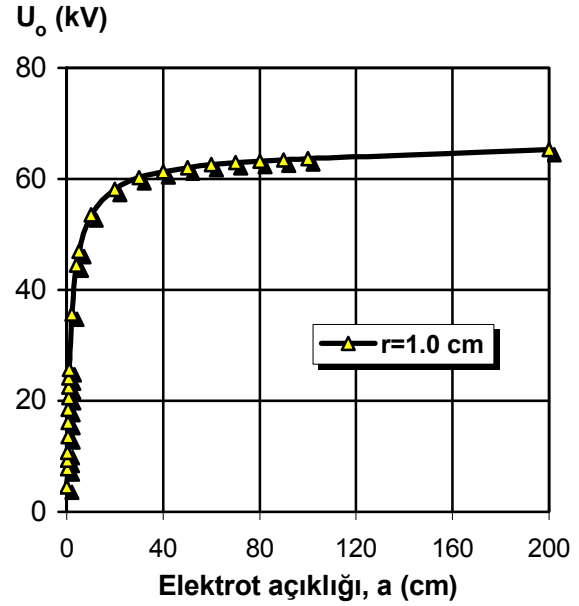
Tablo 1. Çubuk-düzlem elektrot sisteminde 1 cm çubuk yarıçapı için farklı elektrot açıklıklarında Korona 2002 ile hesaplanan, korona başlangıç gerilimi, maksimum statik elektrik alan şiddeti, faydalanma faktörü ve çığ bölgesi uzunluğu

A (cm)	$U_0$ (kV)	$E_0$ (kV/cm)	$\eta$ (%)	Çığ Bölgesi (cm)
0.1	4.498	49.944	90.06	0.100
0.2	7.737	46.909	82.47	0.200
0.25	9.252	46.475	79.63	0.250
0.3	10.711	46.271	77.16	0.300
0.4	13.491	46.273	72.89	0.400
0.5	16.076	46.492	69.16	0.500
0.6	18.443	46.717	65.80	0.600
0.7	20.555	46.821	62.72	0.516
0.8	22.435	46.840	59.87	0.466
0.9	24.154	46.387	57.86	0.444
1	25.690	46.381	55.39	0.430
2	35.698	46.285	38.56	0.394
4	44.493	46.237	24.06	0.384
5	46.983	46.240	20.32	0.383
10	53.490	46.243	11.57	0.382
20	58.170	46.171	6.30	0.380
30	60.190	46.169	4.35	0.381
40	61.311	46.169	3.32	0.380
50	62.028	46.168	2.69	0.380
60	62.545	46.165	2.26	0.384
70	62.918	46.148	1.95	0.385
80	63.195	46.146	1.71	0.384
90	63.420	46.142	1.53	0.387
100	63.600	46.136	1.38	0.380
200	65.269	46.797	0.70	0.400

Korona 2002 ile, çubuk elektrot ucundaki maksimum alanın, sabit elektrot açıklığında elektrot yarıçapıyla, sabit elektrot yarıçapı ve sabit gerilimde elektrot açıklığı ile değişimi hesaplanarak grafikleri çizdirilebilmektedir. Faydalanma faktörünün küçük olduğu (düzgün olmayan alan) durumlarda  $E_{maks}$  elektrot açıklığı ile değişmiyip sadece çubuk uç yarıçapının fonksiyonudur ve yarıçap büyüdükçe  $E_{maks}$  küçülmektedir. Elektrot yarıçapı çok büyük alınırsa düzgün alan durumu elde edilir.

Şekil 6'da, çubuk elektrot yarıçapı 1 cm olan çubuk-düzlem elektrot sisteminde korona baş-

langıç geriliminde maksimum alan şiddetinin elektrot açıklığı ile değişimi verilmiştir.

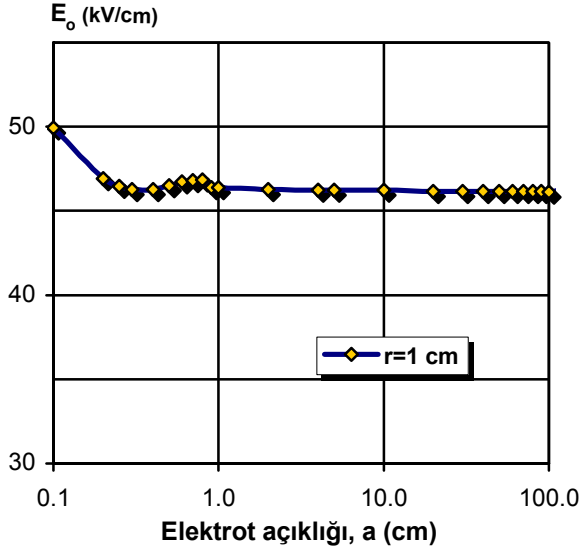


Şekil 5. Çubuk-düzlem elektrot sisteminde korona başlangıç geriliminin elektrot açıklığı ile değişimi ( $r = 1$  cm)

Elektrot yarıçapı sabit iken elektrot açıklığı küçüldükçe, yani faydalanma faktörü büyüdükçe (az düzgün alan)  $E_{maks}$  düşerek bir minimuma ulaşır. Elektrot açıklığı daha da küçültülürse  $E_{maks}$  tekrar yükselerek düzgün alan eğrisiyle birleşir. Bunun sebebi, faydalanma faktörünün % 24'ten büyük olması durumlarında çığ bölgesinin büyümesi ve bu yüzden koronayı başlatmak için daha küçük bir gerilimin yeterli olmasıdır. Fakat faydalanma faktörü daha da büyütülürse çığın başladığı nokta katot üzerine ulaşacaktır ve çığın gelişme bölgesi elektrot açıklığı kadar olacaktır. Bu yüzden elektrot açıklığı küçülürken çığın yeterli büyüklüğe ulaşabilmesi için daha büyük bir elektrik alanı ve uygulanan gerilim gerekir. Dolayısıyla korona başlangıç gerilimi artar.

Bir elektrot sisteminde aynı faydalanma faktörü için potansiyel dağılımı benzerdir fakat aynı statik elektrik alan değeri için çığ bölgesi her iki durumdaki yarıçapların oranıyla orantılıdır ve bu yüzden daha büyük yarıçaplar için çığ bölgesi büyür. Bundan dolayı da çığın büyümesi

ve koronayı başlatabilmesi için daha uzun bir yol, başka bir deyişle daha küçük bir gerilim gerekir.



Şekil 6. Çubuk-düzlem elektrot sisteminde korona başlangıç geriliminde, Korona 2002 ile hesaplanan maksimum elektrik alan şiddetinin elektrot açıklığı ile değişimi ( $r=1.0$  cm)

## Sonuçlar ve değerlendirme

Bu çalışmada, çubuk-düzlem elektrot sisteminde statik elektrik alan dağılımı ve maksimum alan şiddeti hesaplanmış, ana elektron çığı halkasal yüklerle modellenerek korona başlangıç gerilimi hesabı açıklanmıştır. Elektrik alan hesabında sayısal yöntem olarak Yük Benzetim Yönteminin kullanılması, diğer sayısal yöntemlerden Sonlu Farklar ve Sonlu Elemanlar Yöntemine göre hesabın doğruluğunu arttırmış ve Sınır Elemanları Yöntemine göre de yazılım geliştirme ve uygulama kolaylığı sağlamıştır.

Yöntemin uygulandığı çubuk-düzlem elektrot sistemi, çevresi açık ve sınırsız yalıtkan bölgesi elektrot sistemidir. Bu tür elektrot sistemlerinin Sonlu Elemanlar Yöntemiyle elektrik alan hesabında, elektrot çevresinin kapalı bir bölge olması veya bölgenin sınırlandırılması zorunluluğu vardır. Bu sınırlandırmadan dolayı bir hata ortaya çıkmaktadır. Yük benzetim yönteminde böyle bir sınırlandırmaya gerek yoktur. Yük benzetim yönteminin ilkesi sayısal olmakla beraber potansiyel ve statik elektrik alanı analitik ifade-

lerle hesaplanmaktadır. Buna karşılık, benzetimde kullanılacak yük tipi için potansiyel ve elektrik alan ifadelerinin bilinmesi gerekmektedir. Yöntemde ortaya çıkan lineer denklem sisteminin katsayılar matrisi dolu bir matristir. Dolayısıyla Gauss İndirgeme yöntemi gibi doğrudan bir yöntemle çözülebilir. Sonlu Farklar ve Sonlu Elemanlar yöntemlerinde ise katsayılar matrisi bol sıfırlı bir matris olduğundan ancak iteratif yöntemlerle çözülebilmektedir.

Yük benzetim yönteminin (YBY) diğer üstünlükleri ise, ileri matematik bilgisi gerektirmemesi ve çözüm süresinin küçük olmasıdır. YBY'nin doğruluğu, diğer sayısal yöntemlere göre yüksektir. Yük tipi seçimi elektrot şekline göre yapılmalıdır. Uygun yük tipi, yük yeri ve sınır noktası yeri seçimi için deneyim gerekmektedir.

Korona başlangıç gerilimini hesaplamak için, ana elektron çığının benzetimi de YBY ile yapılmıştır. Literatürde, sayısal yöntemlerin kullanılmadığı ilk çalışmalarda, elektron çığının elektrik alan hesabında, korona başlarken pozitif uzay yüklerinin, çığın uç kısmında bir küre içinde toplandığı ve bu kürenin yüzeyindeki alanın çubuk elektrot ucundaki statik elektrik alanın büyüklüğü ile aynı olduğu kabulü yapılmaktadır. Bu kabulün yapılmasının nedeni, uzay yüklerinin elektrik alan şiddetinin hesabında küresel elektrodun bağıntısını kullanarak alan hesabında kolaylık sağlamak içindir. Bu durumda bir yaklaşıklık yapılmış olmaktadır. Bu çalışmada, bu kabulün yerine, elektriksel boşalma gelişiminin gerçeğe daha yakın benzetimi yapılmıştır.

Gelecekte yapılması önerilen çalışmalar şunlardır:

- YBY'de yük yerleri ve sayısının seçimi için yapay sinir ağları ve bir optimizasyon yöntemi kullanılabilir.
- Karmaşık elektrot sistemlerinde ve farklı gazlarda ve gaz karışımlarında korona başlangıç gerilimi hesabı yapılabilecek şekilde yazılım geliştirilebilir.
- Poisson denklemi çözülerek korona V-I karakteristikleri hesaplanabilir.

- Fotoelektronların etkisi de hesaba katılarak, ikincil çığın benzetimi ile delinme gerilimi hesabı yazılıma eklenebilir.
- Yazılımda, elektrot şekli çizimi için grafik çizim bölümü eklenebilir veya diğer CAD programları ile veri alışverişi yapılabilir.

Yapılan çalışmanın ve geliştirilen yazılımının, gazlarda elektriksel boşalma konusunun daha iyi analiz edilmesi ve anlaşılmasına katkıları olması beklenmektedir.

### Semboller

- $a$  :Elektrot açıklığı (cm)  
 $\alpha$  :Townsend birinci iyonlaştırma katsayısı (1/cm)  
 $D_e$  :Elektronun difüzyon katsayısı (cm<sup>2</sup>/s)  
 $E$  :Elektrik alan şiddeti(kV/cm)  
 $\eta$  :Faydalanma faktörü  
 $p$  :Basınç (Torr)  
 $r$  :Elektrot yarıçapı (cm)  
 $r$  :Halkasal yük yarıçapı (cm)  
 $U_o$  :Korona başlangıç gerilimi (kV)  
 $V$  :Elektriksel potansiyel (V)  
 $v_e$  :Elektronun ortalama hızı (cm/s)

### Kaynaklar

- Khaled, M., (1974). New method for computing the inception voltage of a positive rod-plane gap in atmospheric air, *ETZ-A*, 95, 369-373.  
Khalifa, M., Abdel Salam, M., (1974). Improved calculation of corona pulse characteristics, *IEEE*

- Transactions on Power Apparatus And Systems*, 2, 93, 720-726.  
Loeb, L. B., Meek, J. M. (1941). *The mechanism of the electric spark*, Stanford University Press, California, USA.  
Loeb, L. B., Parker, J. H., Dodd, E. E. ve English, W. N., (1950). The Choice of suitable gap forms for the study of corona breakdown and the field along the axis of a hemispherically capped cylindrical point-to-plane gap, *The Review of Scientific Instruments*, 1, 21, 42-47.  
Malik, N. H., (1989). A review of the charge simulation method and its applications, *IEEE Transactions on Electrical Insulation*, 1, 24, 3-20.  
Nasser, E., (1971). *Fundamentals of gaseous ionization and plasma electronics*, New York, Wiley-Interscience, USA.  
Okubo, H., Maehara, H., Kato, K., Hikita, M., Kito, Y., (1995). Electric field calculation combined with a CAD system for the personal-computer, *European Transactions on Electrical Power Engineering*, 3, 227-233.  
Pedersen, A., (1989). On the electrical breakdown of gaseous dielectrics, *IEEE Transactions on Electrical Insulation*, 5, 24, 721-39.  
Singer, H., Steinbigler, H., Weiss, P., (1974). A charge simulation method for the calculation of high voltage fields, *IEEE Transactions on Power Apparatus And Systems*, 93, 1600-1668.  
Townsend, J. (1947). *Electrons In Gases*, Hutchinson's scientific and technical publications, London, UK.  
Yıldırım, H., (1992). Elektrostatik alanların yük benzetim yöntemiyle incelenmesi, *Yüksek Lisans Tezi*, İ.T.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü.