

## 3 boyutlu uzayda kaynak konumlandırması için en büyük olabilirlik yaklaşımı

Nihat KABAOĞLU\*, Selçuk PAKER, Hakan Ali ÇIRPAN

İTÜ Elektrik-Elektronik Fakültesi, Elektronik ve Haberleşme Mühendisliği Bölümü, 34469, Ayazağa, İstanbul

### Özet

*Bu çalışmanın amacı, anten dizilimi ile aynı düzlemde bulunmayan 3 boyutlu uzayda bulunan kaynakların konumlarının kestirimidir. Kaynak konumları, 2 boyutlu dikdörtgen anten diziliminde toplanan verileri kullanan en büyük olabilirlik kestirimcisi ile belirlenmiştir. En büyük olabilirlik kestirimcisi, diğer kestirim yöntemlerine göre bir çok avantaja sahip olmasına rağmen işlemsel yoğunluğu olan bir algoritmadır. Bu işlemsel yoğunluk, çok boyutlu arama probleminden kaynaklanmaktadır. Karşılaşılan işlemsel yoğunluk, özyinelemeli beklenti en büyükleme algoritmasının ilgilenilen probleme uyarlanmasıyla ortadan kaldırılmıştır. Ayrıca, geliştirilen kestirimcinin başarımının incelenebilmesi için yansız bir kestirimci için alt sınırı oluşturan Cramer-Rao Sınırları çıkarılmıştır. Benzetim örneklerinden kullanılan yöntemin özellikle yüksek sinyal gü-rültü oranlarında oldukça iyi sonuçlar verdiği gözlemlenmiştir.*

**Anahtar Kelimeler:** Kaynak yerelleştirme, en büyük olabilirlik, beklenti en büyükleme, Cramer-Rao sınırları.

### Maximum likelihood approach for localization of sources in 3-D space

#### Abstract

*Various estimation methods have been proposed for localization of passive sources till now. Most of these studies assumed, sources were at the same plane with antenna array. This assumption may be inappropriate for some applications in real world. The goal of this study is to estimate unknown locations of sources that is not at same plane with antenna array but in 3-D space. Locations of the sources are determined by maximum likelihood estimator that uses data collected by a 2-D rectangular array. Maximum Likelihood Method is chosen as the estimator since it has better resolution performance than the conventional methods in the presence of less number and highly correlated source signal samples and low signal to noise ratio. Besides these superiorities, stability, asymptotic unbiasedness, asymptotic minimum variance properties and bringing no restrictions on the antenna array are the additional reasons for the decision of this method. Despite these advantages, Maximum Likelihood Estimator has computational complexity. This problem arises from multidimensional search problem. Computational complexity was overcome by adapting iterative Expectation Maximization algorithm to the problem at hand. Furthermore, Cramer-Rao bounds that is the lower bound of any unbiased estimator are derived for analyzing the accuracy performance of the proposed algorithm. It was observed that the proposed algorithm gave satisfactory results especially for high signal to noise ratios.*

**Keywords:** Source localization, maximum likelihood, expectation maximization, Cramer-Rao bounds.

\*Yazışmaların yapılacağı yazar: Nihat KABAOĞLU. nihath@khas.edu.tr; Tel: (212) 533 65 32 dahili: 714.

Bu makale, birinci yazar tarafından İTÜ Elektrik-Elektronik Fakültesi'nde tamamlanmış olan "3-Boyutlu uzayda uzak alan ve yakın alan kaynak konumlandırması için en büyük olabilirlik kestirim yöntemleri" adlı doktora tezinden hazırlanmıştır. Makale metni 23.12.2004 tarihinde dergiye ulaştırılmış, 05.01.2005 tarihinde basım kararı alınmıştır. Makale ile ilgili tartışmalar 31.07.2006 tarihine kadar dergiye gönderilmelidir.

## Giriş

Son yirmi yılda, dizilim işleme araştırmalarında temel ilgi, pasif algılayıcı dizilimleri yardımıyla, yayılım yapan kaynakların yerleştirilmesi için algoritmalar geliştirmeye yönelmiştir. Bu tür problemler, radar, sonar, radyo astronomi, jeofizik, sismoloji, robotik ve biyomedikal gibi alanlarda bir çok uygulama bulmaktadır (Wong ve Zoltowski, 1996; Asono vd., 1999; Arslan ve Sakarya, 2000; Owsley, 2000). Bu alanda yapılan ilk çalışmaları oluşturan, dar bantlı uzak alan kaynakların varış yönlerinin kestirimi probleminin çözümü için sinyal işleme literatüründe oldukça fazla yöntem önerilmiştir (Feder ve Weinstein, 1988; Roy ve Kailath, 1989; Stoica ve Nehorai, 1989a; Stoica ve Nehorai, 1989b; Miller ve Fuhrmann, 1990; Stoica ve Nehorai, 1990, Ottersten vd., 1992; Weiss ve Friedlander, 1994; Friedlander ve Francos, 1995; Zeira ve Friedlander, 1995; Abatzoglou ve Steakley, 1996; Krim ve Viberg, 1996, Sheinvald vd., 1996; Gershman ve Böhme, 1997; Haardt, 1997, Kailath ve Poor, 1998; Çekli ve Akan, 2000; Pery ve Buckley, 2000). Bu çalışmalara ait daha geniş bir kaynak listesi Krim ve Viberg'de (1996) verilmiştir. Bu çalışmalarda anten dizilimine ulaşan dalgaların düzlemsel oldukları kabul edildiklerinden, kaynakların konumlarının belirlenebilmesi için yalnızca geliş açısını ya da geliş açılarını kestirmek yeterli olmuştur. Bazı kaynakların dizilime olan uzaklıklarının, dizilim sisteminin çapına kıyasla yeterince büyük olmadığı durumlarda, bu kaynaklardan yayılan dalga cephelemi algılayıcı dizilimi civarında düzlemsel değil küresel olur. Bu sebeple, küresel dalga cephelemine, düzlemsel dalga yaklaşıklığı ile yapılan konum kestirim teknikleri tatmin edici performans gösteremezler. Bu durumda, dalga cephelemine yayılımı için daha doğru bir yaklaşıklığa gereksinim duyulmaktadır. Bu da, dalga cephesi şeklinin kaynağın hem azimut açısı (3 boyutlu uzayda yükseklik açısı da dahil) hem de uzaklık parametreleriyle karakterize edilmesiyle mümkündür. Bu şekilde karakterize edilen dalga cephelemi yayılan kaynakların konumlarının belirlenmesi için önerilen yöntemler yakın alan varsayımına göre çalışan yöntemlerdir. Son zamanlarda, yakın alan kaynaklar için Çırpan ve Çekli (2001) ile Chen ve diğerleri, (2002) tarafından

En Büyük Olabilirlik (EBO) yöntemi, Starer ve Nehorai (1994) tarafından önerilen yol izleme yöntemi, Lee ve Tung (1995) tarafından önerilen kovaryans yaklaşıklık yöntemi, Huang ve Barkat (1991) tarafından önerilen MUSIC yöntemi, Meraim ve diğerleri. (1997) tarafından önerilen ikinci dereceden istatistik kullanan yüksek çözünürlüklü bir yöntem, Yuen ve Friedlander (1998) ile Haardt ve diğerleri (1997) tarafından önerilen yüksek dereceli ESPRIT ve Unitary ESPRIT yöntemleri, Chuberre ve diğerleri (1995) tarafından önerilen model uydurma yöntemi ve Lee ve diğerleri (2002) tarafından önerilen periyodik durağan kaynaklar için istatistik tabanlı yöntem gibi bir çok konum kestirim yöntemi sunulmuştur. Ancak, bu çalışmaların hepsinde kaynakların anten dizilimi ile aynı düzlemde oldukları kabul edilmiştir. Bu yaklaşım, gerçek hayattaki bazı uygulamalar için kısıtlayıcı olabilir.

Gerçek hayata uygulanabilirliği daha fazla olan, anten dizilimi ile aynı düzlemde olmayan kaynakların konumlarının belirlenebilmesi dizilim işleme alanında yapılabilecek çalışmalardan biridir. Bu varsayım dayalı yapılan çalışmaların da ilkleri, kaynakların uzaklık bilgileri olmaksızın sadece azimut açısı ve yükseklik açısının kestirimlerinin yeterli olduğu uzak alan yaklaşımına dayalıdır (Van der Veen vd., 1992; Swindlehurst ve Kailath, 1993; Zoltowski vd., 1996). 3 boyutlu uzayda konumlanmış yakın alan kaynakların yerleştirilmesi problemlerine çözümler öneren çalışmalar da yapılmıştır (Hung vd., 1996; Challa ve Shamsunder, 1998). Ancak, performanslarının incelenebilmesi bakımından, kullanılacak kestirimci seçenekleri ile kıyaslandığında bu çalışmaların yetersiz sayıda oldukları görülür.

Bu çalışmada, anten dizilimi ile aynı düzlem üzerinde bulunmayan, deterministik sinyaller yayılan dar bantlı yakın alan kaynakların konumlarının kestirimleri amaçlanmıştır. Kestirimci olarak ise, gerek kaynak sinyallerinin az sayıda ve yüksek ilintili olduğu durumlarda, gerekse Sinyal Gürültü Oranı (SGO)' nun düşük olduğu durumlarda, bu tür çalışmalarda kullanılmış diğer kestirim yöntemlerinden daha üstün bir çö-

zünürlük performansına sahip EBO kestirimcisi seçilmiştir. Bu üstünlüklerinin yanında, kararlılık, asimptotik yansızlık, asimptotik minimum değişinti özelliklerine de sahip olması, ayrıca, anten dizilimi üzerinde herhangi bir kısıtlama getirmemesi de yapılan tercihi belirleyen diğer etkenler olmuştur. Ancak, EBO kestirimcisi, bütün bu üstünlüklerine karşılık, işlemsel yoğunluğu olan bir kestirimcidir. Ele alınan çalışmadaki çok boyutlu arama probleminin neden olduğu bu olumsuzluk, özyineli Beklenti En Büyükleme (BEB) algoritması kullanılarak daha düşük boyutlu arama problemlerine dönüştürülerek ortadan kaldırılmıştır. İlgilenilen problem bu algoritma için yeniden formüle edilmiş ve böylece özyineli BEB algoritması probleme uyarlanmıştır. Ayrıca, kullanılan kestirimcinin başarımının incelenebilmesi için başlı başına bir çalışma konusu olabilecek Cramer-Rao sınır ifadelerinin türetilmesi de bu çalışmada yapılmıştır.

### Yakın alan sinyal modeli

$K \times L$  adet algılayıcıdan oluşan 2-boyutlu dikdörtgen anten diziliminde gözlemlenen  $\mathbf{x}(t_n) = [\mathbf{x}^T_{L_{min}}(t_n) \dots \mathbf{x}^T_{L_{maks}}(t_n)]^T$  sinyal vektörü,  $t_n, 1 \leq t_n \leq N$  olmak üzere,

$$\mathbf{x}(t_n) = \mathbf{A}(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\varphi}, \mathbf{r})\mathbf{s}(t_n) + \mathbf{n}(t_n) \quad (1)$$

formunda yazılabilir. Burada,  $\mathbf{x}(t_n)$  vektörü dizilimin yalnızca bir kolonuna ilişkin  $\mathbf{x}_l(t_n) = [x_{K_{min},l}(t_n) \dots x_{K_{maks},l}(t_n)]^T$  kolon çıkış vektörlerinden oluşmaktadır.  $\mathbf{s}(t_n) = [s_1(t_n) \dots s_d(t_n)]^T$  2-boyutlu anten dizilimine ulaşan  $d$  adet dar-bantlı sinyale ait vektörü,  $\mathbf{n}(t_n) = [\mathbf{n}^T_{L_{min}}(t_n) \dots \mathbf{n}^T_{L_{maks}}(t_n)]^T$  ise her bir elemanı  $\mathbf{n}_l(t_n) = [n_{K_{min},l}(t_n) \dots n_{K_{maks},l}(t_n)]^T$  gürültü vektörlerinden oluşan, sıfır ortalamalı ve uzamsal kovaryans matrisi  $\sigma^2 \mathbf{I}$  olan karmaşık toplamsal Gauss gürültü vektörünü,  $\mathbf{A}(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\varphi}, \mathbf{r}) = [\tilde{\mathbf{A}}_1(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\varphi}, r) \dots \tilde{\mathbf{A}}_d(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\varphi}, r)]$  ise, her bir elemanı yalnızca bir kaynağı temsil eden  $\tilde{\mathbf{A}}_i(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\varphi}, r) = [\mathbf{a}^T_{L_{min}}(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\varphi}, r) \dots \mathbf{a}^T_{L_{maks}}(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\varphi}, r)]^T$

vektörlerinden oluşan,  $\boldsymbol{\theta} = [\theta_1 \dots \theta_d]^T$ ,  $\boldsymbol{\varphi} = [\varphi_1 \dots \varphi_d]^T$ ,  $\mathbf{r} = [r_1 \dots r_d]^T$  bilinmeyen parametreye takımının işlevi olan 2 boyutlu dikdörtgen dizilime ait yönlendirme matrisini temsil etmektedir.  $\mathbf{a}_l(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\varphi}, r)$ 'ler ise,  $\mathbf{a}_{l,i}(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\varphi}, r) = [e^{j\tau_{K_{min},l}(i)} \dots e^{j\tau_{K_{maks},l}(i)}]^T$  vektörlerinin oluşturduğu,  $i$ 'inci kaynak için dizilimi oluşturan  $l$ 'inci kolona ilişkin yönlendirme vektörünü temsil etmektedir. Burada,  $\tau_{kl}(i)$  Kabaoğlu ve diğerleri, 2003'te tanımlandığı gibidir.

Kestirim probleminde amaç, verilen  $\mathbf{x}$  dizilim verilerinden kaynak konumlama parametreleri azimut açısı, yükseklik açısı ve uzaklığın elde edilmesidir. Diğer bir ifade ile,  $\{\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\varphi}, \mathbf{r}\} = \{(\theta_1, \varphi_1, r_1) \dots (\theta_d, \varphi_d, r_d)\}$  parametre takımının (1)'de verilen model kullanılarak kestirimidir. EBO algoritması, genel yapısı

$$[\hat{\boldsymbol{\theta}}, \hat{\boldsymbol{\varphi}}, \hat{\mathbf{r}}, \hat{\mathbf{s}}] = \arg \min_{\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\varphi}, \mathbf{r}, \mathbf{s}} \sum_{t_n=1}^N \|\mathbf{x}(t_n) - \mathbf{A}(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\varphi}, \mathbf{r})\mathbf{s}(t_n)\| \quad (2)$$

olan eniyileme probleminin çözülmesiyle arzu edilen parametreleri kestirir. Burada,

$$\mathbf{x} = [\mathbf{x}^T(1) \mathbf{x}^T(2) \dots \mathbf{x}^T(N)]^T$$

$$\mathbf{s} = [\mathbf{s}^T(1) \mathbf{s}^T(2) \dots \mathbf{s}^T(N)]^T \quad (3)$$

olarak tanımlanmıştır. (2)'nin deterministik EBO çözümü için (1) üzerinde aşağıdaki varsayımlar yapılmalıdır:

- VS1:**  $\mathbf{n}(t_n)$ , sıfır ortalamalı, kovaryans matrisi  $\sigma^2 \mathbf{I}$  olan, zamansal ve uzamsal beyaz Gauss gürültüsüdür.
- VS2:** Kaynak sinyalleri deterministik fakat bilinmeyen niceliklerdir.

### En büyük olabilirlik kestirimi

$\hat{\mathbf{s}}$  ve  $\{\hat{\boldsymbol{\theta}}, \hat{\boldsymbol{\varphi}}, \hat{\mathbf{r}}\}$  parametrelerinin EBO kestirimi (2)'de verilen maliyet fonksiyonunu en küçükleyen  $\mathbf{s}$  ve  $\{\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\varphi}, \mathbf{r}\}$  parametrelerinin seçimidir. Bu en küçükleme problemi iki adımda çözülür.

Önce,  $\{\theta, \phi, \mathbf{r}\}$  sabit tutularak (2)  $\mathbf{s}(t_n)$ ' e göre en küçüklenir.  $\mathbf{s}(t_n)$ ' e göre en küçükleme bir doğrusal en küçük kareler problemi olduğu için, bu ilk adım kapalı yapıda bir çözüm üretir. Ancak, ikinci kısmı oluşturan, (2)' nin  $\{\theta, \phi, \mathbf{r}\}$  parametrelerine göre en küçüklenmesi doğrusal olmayan bir en iyileme problemi üretir. Bu gözlemlere dayanarak deterministik EBO kestirim yaklaşımının adımları aşağıdaki gibi özetlenebilir:

**Adım 1:** Verilen  $\{\theta, \phi, \mathbf{r}\}$  için (2)' yi en küçükleyen  $\hat{\mathbf{s}}(t_n)$  değerleri

$$\hat{\mathbf{s}}(t_n) = \mathbf{A}^\dagger(\theta, \phi, \mathbf{r})\mathbf{x}(t_n) \quad (4)$$

dir. Burada,  $\mathbf{A}^\dagger(\theta, \phi, \mathbf{r})$ ,  $\mathbf{A}(\theta, \phi, \mathbf{r})$  dizilim yönlendirme matrisinin pseudo tersidir.

**Adım 2:**  $\hat{\mathbf{s}}(t_n)$  (2)' de yerine konur ve (2)  $\{\theta, \phi, \mathbf{r}\}$ ' lere göre çözülür. Bu çözüm

$$\{\hat{\theta}, \hat{\phi}, \hat{\mathbf{r}}\} = \arg \max_{\{\theta, \phi, \mathbf{r}\}} \text{tr}[\mathbf{A}(\theta, \phi, \mathbf{r})\mathbf{A}^\dagger(\theta, \phi, \mathbf{r})\mathbf{C}_x] \quad (5)$$

sonucunu üretir. Burada,

$$\mathbf{C}_x = \frac{1}{N} \sum_{t_n=1}^N \mathbf{x}(t_n)\mathbf{x}^H(t_n) \quad (6)$$

şeklinde tanımlıdır ve  $\mathbf{x}(t_n)$ ' in örnek kovaryans matrisini temsil etmektedir.

İkinci adımda, (5)' den elde edilen  $\{\theta, \phi, \mathbf{r}\}$ ' nin EBO kestirimi çok parametreliliği karışık bir en iyileme problemidir ve kapalı yapıda bir çözüm üretmez. Bu tür problemlerin çözümü genellikle, Scoring, Newton-Rapson ya da eğim (gradient) tabanlı sayısal yöntemlerle yapılır. Ancak, eldeki problem için, bu sayısal yöntemler işlemsel karmaşıklığa eğimli yöntemlerdir.

EBO problemleriyle olan ortaklığı, logaritmik olabilirlik fonksiyonundaki monotonluğu ve olası paralel işlemci uygulamalarında ayrı ayrı hesaplama yapma olanağı sunması bakımından, karşılaşılan problemin çözümü için, Dempster ve diğ. (1977)' de sunulan Özyineli BEB algoritmasını kullanmak uygun olur. Böylece, çok

boyutlu arama problemini daha düşük boyutlu arama problemlerine dönüştürerek, ortaya çıkacak işlemsel yoğunluktan kurtulmak mümkündür. BEB algoritması tam veri tanımı ile bu veriye ilişkin logaritmik olabilirlik işlevine ihtiyaç duyar. Tam veri şöyle tanımlansın: Her bir elemanı  $\mathbf{y}_i(t_n)$ , ortalaması  $\tilde{\mathbf{A}}_i(\theta, \phi, \mathbf{r})s_i(t_n)$  ve ortak değişinti matrisi  $\sigma^2\mathbf{I}/d$  olan,  $N$  örnekli  $d$  bağımsız kompleks Gauss vektöründen oluşan  $\{\mathbf{y}_i(t_n); 1 \leq i \leq d, 1 \leq t_n \leq N\}$  kümesidir. Bu tam veri tanımının ardında yatan düşünce şudur; Eğer biri gelen dalgaların her birini birbirinden bağımsız olarak gözlemleyebiliyorsa, bu dalgalara ait geliş açıları ve uzaklık bilgisini kestirmek kolay olur. Eksik veri ise gözlemler kümesinin kendisidir. BEB algoritmasının uygulanmasını kolaylaştırmak için tam veri öyle seçilmelidir ki, kendisine ait logaritmik olabilirlik işlevinin eksik veriden kestirilmesi ve en büyükleme zorlanmadan yapılabilir. Bu kolaylığı sağlaması için, tam veriyi eksik veriye dönüştüren çoktan teke bir  $g$  fonksiyonu

$$\mathbf{x}(t_n) = \sum_{i=1}^d \mathbf{y}_i(t_n), \quad 1 \leq t_n \leq N \quad (7)$$

şeklinde tanımlanabilir.

Gözlemlenen veriler (eksik veriler) yerine, algılayıcılara ayrı ayrı ulaştığı varsayılan veriler (tam veriler) kullanılarak ilgilenilen kestirim probleminin yeniden formüle edilmesi BEB algoritmasını kullanma imkanı sağlayacaktır. Eksiksiz veri için, doğal bir seçim,

$$\mathbf{y}_i(t_n) = \tilde{\mathbf{A}}_i(\theta, \phi, \mathbf{r})s_i(t_n) + \mathbf{n}_i(t_n), \quad 1 \leq i \leq d \quad (8)$$

şeklinde olabilir.  $\mathbf{n}_i(t_n)$ ,  $i$ ' inci sinyale ait Gauss gürültüsüdür.

Bu durumda, eksiksiz veri  $\mathbf{Y}$ ' ye ait logaritmik olabilirlik işlevi

$$L(\mathbf{Y}; \theta, \phi, \mathbf{r}, \mathbf{s}) = -\sum_{t_n=1}^N \sum_{i=1}^d \left| \mathbf{y}_i(t_n) - \tilde{\mathbf{A}}_i(\theta, \phi, \mathbf{r})s_i(t_n) \right|^2 \quad (9)$$

ifadesiyle verilir ve

$$\mathbf{Y} = [\mathbf{y}^T(1)\mathbf{y}^T(2)\dots\mathbf{y}^T(N)]^T \quad (10)$$

olarak tanımlanır. Tam veriye ait logaritmik olabilirlik işlevinde, kaynak parametrelerine ilişkin bilgilerin nasıl bağılaşmsız hale getirildiğine dikkat edilirse, yalnızca  $\mathbf{y}_i(k)$  vektörleri kullanılarak,  $(\theta_i, \varphi_i, r_i)$  ve  $s_i(1)\dots s_i(N)$ ' lerin kestirilebileceği görülür.

BEB algoritması iki aşamalı bir algoritmadır. Eldeki problem için  $(p+1)$ ' inci adımdaki öz-yineleme şu şekilde tanımlanabilir:

**Beklenti adımı:**

Bu adım, eksik veriye ve önceki  $(\{\theta^p, \varphi^p, r^p\}$  ve  $\mathbf{s}^p)$  kestirimlerine göre koşullandırılmış tam veriye ait logaritmik olabilirlik işlevinin koşullu beklenen değerini gerektirir. Şöyle hesaplanır:

$$L^{p+1}(\mathbf{Y}_i; \theta_i, \varphi_i, r_i, \mathbf{s}_i) = E[L(\mathbf{Y}_i; \theta_i, \varphi_i, r_i, \mathbf{s}_i) | \theta^p, \varphi^p, r^p, \mathbf{s}^p, \mathbf{x}] \quad (11)$$

**En büyükleme adımı:**

Bu adımda  $\{\theta^{p+1}, \varphi^{p+1}, r^{p+1}\}$  kestirimini elde etmek için beklenti adımında hesaplanan  $L^{p+1}(\mathbf{Y}_i; \theta_i, \varphi_i, r_i, \mathbf{s}_i)$ ,  $\{\theta, \varphi, r\}$ ' ye göre en büyüklenir.

$\mathbf{y}_i$ ,  $\tilde{\mathbf{A}}_i(\theta, \varphi, r)s_i(t_n)$  için yeterli bir istatistik olduğundan, beklenti adımı  $\mathbf{y}_i$ ' nin koşullu beklenen değeri  $E\{\mathbf{y}_i(t_n) | \theta^p, \varphi^p, r^p, \mathbf{s}^p, \mathbf{x}\}$ ' i bulmaya indirgenir. Bu bulunan değer de  $\mathbf{y}_i^{p+1}(t_n)$  ile gösterilir. Ayrıca, tam veri  $\mathbf{y}_i(t_n)$  ile eksik veri  $\mathbf{x}_i(t_n)$  arasında doğrusal bir dönüşüm ilişkisi olduğundan her ikisinin de dağılımı Gauss' tur ve beklenti adımındaki koşullu beklenti Rhodes (1971)'de verilen sonuçlar kullanılarak

$$\mathbf{y}_i^{p+1}(t_n) = \tilde{\mathbf{A}}_i(\theta^p, \varphi^p, r^p)s_i^p(t_n) + \frac{1}{d}[\mathbf{x}(t_n) - \mathbf{A}(\theta^p, \varphi^p, r^p)\mathbf{s}^p(t_n)] \quad (12)$$

ifadesiyle kolayca elde edilebilir. (12)'deki koşullu beklentinin iki terimli olduğu görülebilir. İlk terim  $\tilde{\mathbf{A}}_i(\theta^p, \varphi^p, r^p)s_i^p(t_n)$   $p$ ' inci adımdaki sinyal bileşenini, ikinci terim  $\mathbf{n}_i(t_n) = \frac{1}{d}[\mathbf{x}(t_n) - \mathbf{A}(\theta^p, \varphi^p, r^p)\mathbf{s}^p(t_n)]$  ise tüm gürültü bileşenlerinin eşit oranda dağıldığını göstermektedir.

Yakın alan kaynak sinyalleri için,  $\mathbf{y}_i^p(t_n)$ ' nin (9)'da yerine konmasıyla elde edilen tam veriye ait logaritmik olabilirlik işlevi  $\{\theta_i, \varphi_i, r_i\}$  ve  $s_i(t_n)$ 'lere göre en büyüklenir ve aşağıdaki sonuçlar elde edilir (Kabaoğlu vd., 2003):

$$\{\theta_i^{p+1}, \varphi_i^{p+1}, r_i^{p+1}\} = \arg \max_{\{\theta_i, \varphi_i, r_i\}} \frac{\tilde{\mathbf{A}}_i^H(\theta, \varphi, r)\mathbf{C}_{\mathbf{y}_i}^{p+1}\tilde{\mathbf{A}}_i(\theta, \varphi, r)}{|\tilde{\mathbf{A}}_i(\theta, \varphi, r)|^2} \quad (13)$$

$$s_i^{p+1}(k) = \frac{\tilde{\mathbf{A}}_i^H(\theta^{p+1}, \varphi^{p+1}, r^{p+1})\mathbf{y}_i^{p+1}(t_n)}{|\tilde{\mathbf{A}}_i(\theta^{p+1}, \varphi^{p+1}, r^{p+1})|^2} \quad (14)$$

(13) ve (14) ifadelerinde kullanılan tam veriye ait dış çarpım örnek ilinti matrisi

$$\mathbf{C}_{\mathbf{y}_i}^{p+1} = \frac{1}{N} \sum_{t_n=1}^N \mathbf{y}_i^p(t_n)\mathbf{y}_i^p(t_n)^H \text{ olarak tanımlıdır.}$$

Bu sonuçlar altında sunulan deterministik EBO algoritması aşağıdaki adımlardan oluşmaktadır:

1.  $(\{\theta^0, \varphi^0, r^0\}$  ve  $\mathbf{s}^0)$ ,  $p = 0$  için verilmekte
2.  $p = p + 1$  için
  - (12)' den  $\mathbf{y}_i^{p+1}(t_n)$ ' yi elde et
  - $\mathbf{C}_{\mathbf{y}_i}^{p+1}$ ' yi hesaplamak için  $\mathbf{y}_i^{p+1}(t_n)$ ' yi kullan, hesaplanan  $\mathbf{C}_{\mathbf{y}_i}^{p+1}$ ' yi (13)' de yerine koy ve (13)' ü  $\{\theta_i^{p+1}, \varphi_i^{p+1}, r_i^{p+1}\}$  için çöz
  - $\{\theta_i^{p+1}, \varphi_i^{p+1}, r_i^{p+1}\}$ kestirimlerini (14)' de yerine koy ve  $s_i^{p+1}(k)$ 'yi hesapla
3.  $\{\theta, \varphi, r\}$  ve  $\mathbf{s}$  yakınsayana kadar işlemlere devam et

Yeterince iyi ilk değerler için önerilen algoritma hızla  $\hat{\mathbf{s}}$  ve  $\{\hat{\boldsymbol{\theta}}, \hat{\boldsymbol{\varphi}}, \hat{\mathbf{r}}\}$  EBO kestirimlerine yakınsar. Bu modern eğitim tabanlı sayısal arama yöntemleri ile de yapılabilir. Ancak, BEB algoritması, ayrıca bir parametre eşleme işlemine ihtiyaç duymamaktadır. Önerilen algoritma çok parametrelili karışık en iyileme problemini  $d$  tane ayrı arama problemine dönüştürdüğü için, her bir EBO kestirimcisi kendi  $\hat{\boldsymbol{\theta}}_i, \hat{\boldsymbol{\varphi}}_i, \hat{\mathbf{r}}_i$  ve  $\hat{\mathbf{s}}_i$  parametrelerini ayrı ayrı en büyüklemetedir.

### Cramer-Rao sınırları

Bu çalışmada, yakın alan parametre kestirimcilerine ait başarımların analizi için CRS ifadeleri deterministik olabilirlik işlevi kullanılarak elde edilmiştir. CRS ifadelerinin elde edileceği parametre vektörü  $\boldsymbol{\eta} \in \mathbb{C}^{(N+3)d \times 1}$

$$\boldsymbol{\eta} = \begin{bmatrix} \mathbf{s}^T & \boldsymbol{\theta}^T & \boldsymbol{\varphi}^T & \mathbf{r}^T \end{bmatrix}^T \quad (15)$$

olarak tanımlanır. Burada,  $\mathbf{s} \in \mathbb{C}^{Nd \times 1}$  kaynak sinyal vektörü,  $\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\varphi}, \mathbf{r} \in \mathbb{R}^{d \times 1}$  yakın alan kaynak konumlandırma parametreleridir.  $\hat{\boldsymbol{\eta}}$ 'nin  $\boldsymbol{\eta}$  parametre vektörünün bir yansız kestirimi olduğunu düşünelim ( $E\{\hat{\boldsymbol{\eta}}\} = \boldsymbol{\eta}$ ). Bu durumda kestirimcinin ortak değişim matrisi

$$\mathbf{J}^{-1}(\boldsymbol{\eta}) \leq E\{(\boldsymbol{\eta} - \hat{\boldsymbol{\eta}})(\boldsymbol{\eta} - \hat{\boldsymbol{\eta}})^T\} \quad (16)$$

koşulunu sağlamaktadır.  $\mathbf{J}(\boldsymbol{\eta})$  Fisher Bilgi Matrisi (FBM) olarak adlandırılır ve CRS matrisi  $CRS(\boldsymbol{\eta})$ 'nin tersine eşittir:

$$\mathbf{J}(\boldsymbol{\eta}) = E\left\{\left(\frac{\partial L(\mathbf{x}; \boldsymbol{\eta})}{\partial \boldsymbol{\eta}}\right)\left(\frac{\partial L(\mathbf{x}; \boldsymbol{\eta})}{\partial \boldsymbol{\eta}}\right)^T\right\} \quad (17)$$

Kaynakların yaydığı sinyallerin rasgele olmadığı kabul edilerek, FBM'nin elde edilmesi için ihtiyaç duyulan olasılık yoğunluk işlevi problem için aşağıdaki gibi verilmektedir.

### Deterministik olabilirlik işlevi

$\mathbf{n}(t_n)$  gürültü vektörünün, uzamsal kovaryans matrisi  $\sigma^2 \mathbf{I}$  olan toplamsal Gauss gürültüsü varsayımları altında bilinmeyen  $\mathbf{s}$  ve  $\{\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\varphi}, \mathbf{r}\}$  parametrelerine göre indislenmiş  $\mathbf{x}$  algılayıcı çıkışlarının olasılık yoğunluk işlevi

$$f(\mathbf{x}; \mathbf{s}, \boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\varphi}, \mathbf{r}) = \pi^{-NKL} (\sigma^2 \det \mathbf{I})^{-NKL} \times \exp\left\{-\frac{1}{\sigma^2} \sum_{t_n=1}^N [\mathbf{x}(t_n) - \mathbf{A}(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\varphi}, \mathbf{r})\mathbf{s}(t_n)]^H\right\} \times \mathbf{I}^{-1}[\mathbf{x}(t_n) - \mathbf{A}(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\varphi}, \mathbf{r})\mathbf{s}(t_n)] \quad (18)$$

olarak yazılır. Gereksiz terimler atıldıktan sonra negatif logaritmik olabilirlik işlevi

$$L(\mathbf{x}; \mathbf{s}, \boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\varphi}, \mathbf{r}) = \sum_{t_n=1}^N [\mathbf{x}(t_n) - \mathbf{A}(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\varphi}, \mathbf{r})\mathbf{s}(t_n)]^H \times [\mathbf{x}(t_n) - \mathbf{A}(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\varphi}, \mathbf{r})\mathbf{s}(t_n)] \quad (19)$$

olarak elde edilir.

### Türevlerin elde edilmesi

$\boldsymbol{\eta}' = \left[ \mathbf{s}_r^T(1) \mathbf{s}_c^T(1) \dots \mathbf{s}_r^T(N) \mathbf{s}_c^T(N) \boldsymbol{\theta}^T \boldsymbol{\varphi}^T \mathbf{r}^T \right]^T$  olarak tanımlı olmak üzere, deterministik olabilirlik işlevinin  $\boldsymbol{\eta}'$ 'lara göre türevlerinin alınmasıyla FBM' i oluşturulur.

$$\begin{aligned} \mathbf{s}_r(t_n) &= \text{Re}\{[s_1(t_n) \dots s_d(t_n)]^T\} \\ \mathbf{s}_c(t_n) &= \text{Im}\{[s_1(t_n) \dots s_d(t_n)]^T\} \end{aligned} \quad (20)$$

$L(\mathbf{x}; \boldsymbol{\eta}')$ 'nin kısmi türevleri alınarak aşağıdaki ifadeler elde edilir.

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial \mathbf{s}_r(t_n)} &= \frac{\partial}{\partial \mathbf{s}_r(t_n)} \left( \text{sabit} - \frac{1}{\sigma^2} \sum_{t_n=1}^N \mathbf{n}^H(t_n) \mathbf{n}(t_n) \right) \\ &= \frac{1}{\sigma^2} (\mathbf{A}^H(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\varphi}, \mathbf{r}) \mathbf{n}(t_n) - \mathbf{A}(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\varphi}, \mathbf{r}) \mathbf{n}^*(t_n)) \\ &= \frac{2}{\sigma^2} \text{Re}\{\mathbf{A}^H(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\varphi}, \mathbf{r}) \mathbf{n}(t_n)\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial L}{\partial \mathbf{s}_r(t_n)} &= \frac{\partial}{\partial \mathbf{s}_r(t_n)} \left( \text{sabit} - \frac{1}{\sigma^2} \sum_{t_n=1}^N \mathbf{n}^H(t_n) \mathbf{n}(t_n) \right) \\
 &= \frac{1}{\sigma^2} \left( -j \mathbf{A}^H(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\varphi}, \mathbf{r}) \mathbf{n}(t_n) + j \mathbf{A}(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\varphi}, \mathbf{r}) \mathbf{n}^*(t_n) \right) \\
 &= \frac{2}{\sigma^2} \text{Im} \left( \mathbf{A}^H(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\varphi}, \mathbf{r}) \mathbf{n}(t_n) \right) \\
 \frac{\partial L}{\partial \theta_i} &= \frac{\partial}{\partial \theta_i} \left( \text{sabit} - \frac{1}{\sigma^2} \sum_{t_n=1}^N \mathbf{n}^H(t_n) \mathbf{n}(t_n) \right) \\
 &= \frac{2}{\sigma^2} \sum_{t_n=1}^N \text{Re} \left( \mathbf{s}^H(t_n) \frac{\partial \mathbf{A}^H(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\varphi}, \mathbf{r})}{\partial \theta_i} \mathbf{n}(t_n) \right) \\
 \frac{\partial L}{\partial \varphi_i} &= \frac{\partial}{\partial \varphi_i} \left( \text{sabit} - \frac{1}{\sigma^2} \sum_{t_n=1}^N \mathbf{n}^H(t_n) \mathbf{n}(t_n) \right) \\
 &= \frac{2}{\sigma^2} \sum_{t_n=1}^N \text{Re} \left( \mathbf{s}^H(t_n) \frac{\partial \mathbf{A}^H(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\varphi}, \mathbf{r})}{\partial \varphi_i} \mathbf{n}(t_n) \right) \\
 \frac{\partial L}{\partial r_i} &= \frac{\partial}{\partial r_i} \left( \text{sabit} - \frac{1}{\sigma^2} \sum_{t_n=1}^N \mathbf{n}^H(t_n) \mathbf{n}(t_n) \right) \\
 &= \frac{2}{\sigma^2} \sum_{t_n=1}^N \text{Re} \left( \mathbf{s}^H(t_n) \frac{\partial \mathbf{A}^H(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\varphi}, \mathbf{r})}{\partial r_i} \mathbf{n}(t_n) \right) \quad (21)
 \end{aligned}$$

Logaritmik olabilirlik işlevinin yakın alan parametrelerine göre kısmi türevleri derli toplu bir halde yazılırsa

$$\frac{\partial L}{\partial \boldsymbol{\tau}} = \frac{2}{\sigma^2} \sum_{t_n=1}^N \text{Re} \left( \mathbf{s}(t_n)^H \mathbf{D}_{\boldsymbol{\tau}}^H \mathbf{n}(t_n) \right) \quad (22)$$

elde edilir. Burada,

$$\mathbf{S}(t_n) = \text{diag}[s_1(t_n) \dots s_d(t_n)]$$

$$\mathbf{s}(t_n) = \begin{bmatrix} \mathbf{S}(t_n) & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{S}(t_n) & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{S}(t_n) \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{D}_{\boldsymbol{\tau}} = \left[ \frac{\partial \tilde{\mathbf{A}}_1}{\partial \theta_1} \dots \frac{\partial \tilde{\mathbf{A}}_d}{\partial \theta_d} \quad \frac{\partial \tilde{\mathbf{A}}_1}{\partial \varphi_1} \dots \frac{\partial \tilde{\mathbf{A}}_d}{\partial \varphi_d} \quad \frac{\partial \tilde{\mathbf{A}}_1}{\partial r_1} \dots \frac{\partial \tilde{\mathbf{A}}_d}{\partial r_d} \right]$$

$$\tilde{\mathbf{A}}_i = \tilde{\mathbf{A}}_i(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\varphi}, \mathbf{r}) \quad (23)$$

olarak verilmektedir.

### Fisher bilgi matrisinin hesaplanması

CRS ifadelerine ulaşabilmek için Stoica ve Nehorai (1989a)' da verilen aşağıdaki varsayımlara ihtiyaç duyulmaktadır:

$$\begin{aligned}
 E\{\mathbf{n}(t_n) \mathbf{n}^H(t_n)\} &= \sigma^2 \mathbf{I} \\
 E\{\mathbf{n}(t_n) \mathbf{n}^T(t_m)\} &= 0 \\
 E\{\mathbf{n}^H(t_n) \mathbf{n}(t_n) \mathbf{n}^T(t_m)\} &= 0 \quad (24)
 \end{aligned}$$

Bu varsayımlar (21) ve (22) numaralı eşitliklerle birlikte kullanıldığında, FBM'nin elemanları aşağıdaki şekilde elde edilir.

$$\begin{aligned}
 E\left\{ \left( \frac{\partial L}{\partial \mathbf{s}_r(t_n)} \right) \left( \frac{\partial L}{\partial \mathbf{s}_r(t_n)} \right)^T \right\} &= \frac{2}{\sigma^2} \text{Re} \left\{ \mathbf{A}^H(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\varphi}, \mathbf{r}) \right\}_{\times \mathbf{A}(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\varphi}, \mathbf{r})} \delta_{n,m} \\
 E\left\{ \left( \frac{\partial L}{\partial \mathbf{s}_r(t_n)} \right) \left( \frac{\partial L}{\partial \mathbf{s}_c(t_n)} \right)^T \right\} &= -\frac{2}{\sigma^2} \text{Im} \left\{ \mathbf{A}^H(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\varphi}, \mathbf{r}) \right\}_{\times \mathbf{A}(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\varphi}, \mathbf{r})} \delta_{n,m} \\
 E\left\{ \left( \frac{\partial L}{\partial \mathbf{s}_c(t_n)} \right) \left( \frac{\partial L}{\partial \mathbf{s}_c(t_n)} \right)^T \right\} &= \frac{2}{\sigma^2} \text{Re} \left\{ \mathbf{A}^H(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\varphi}, \mathbf{r}) \right\}_{\times \mathbf{A}(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\varphi}, \mathbf{r})} \delta_{n,m} \quad (25) \\
 E\left\{ \left( \frac{\partial L}{\partial \mathbf{s}_r(t_n)} \right) \left( \frac{\partial L}{\partial \boldsymbol{\tau}} \right)^T \right\} &= \frac{2}{\sigma^2} \text{Re} \left\{ \mathbf{A}^H(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\varphi}, \mathbf{r}) \right\}_{\times \mathbf{D}_{\boldsymbol{\tau}} \mathbf{s}(t_n)} \\
 E\left\{ \left( \frac{\partial L}{\partial \mathbf{s}_c(t_n)} \right) \left( \frac{\partial L}{\partial \boldsymbol{\tau}} \right)^T \right\} &= \frac{2}{\sigma^2} \text{Im} \left\{ \mathbf{A}^H(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\varphi}, \mathbf{r}) \right\}_{\times \mathbf{D}_{\boldsymbol{\tau}} \mathbf{s}(t_n)} \\
 E\left\{ \left( \frac{\partial L}{\partial \boldsymbol{\tau}} \right) \left( \frac{\partial L}{\partial \boldsymbol{\tau}} \right)^T \right\} &= \frac{2}{\sigma^2} \sum_{t_n=1}^N \text{Re} \left\{ \mathbf{s}^H(t_n) \mathbf{D}_{\boldsymbol{\tau}}^H \mathbf{D}_{\boldsymbol{\tau}} \mathbf{s}(t_n) \right\}
 \end{aligned}$$

### Yakın alan parametreleri için Cramer Rao sınır ifadeleri

Sadece yakın alan parametrelerine ait sınırları elde etmek için özellikle FBM' ni aşağıdaki şekilde bölümlensin:

$$\mathbf{J}(\boldsymbol{\eta}) = \left[ \begin{array}{cccc|cc} \mathbf{A}_r & -\mathbf{A}_c & \dots & \dots & \mathbf{0} & \boldsymbol{\Lambda}_r(1) \\ \mathbf{A}_c & \mathbf{A}_r & & & \vdots & \boldsymbol{\Lambda}_c(1) \\ \vdots & & \ddots & & \vdots & \vdots \\ \vdots & & & \mathbf{A}_r & -\mathbf{A}_c & \boldsymbol{\Lambda}_r(N) \\ \mathbf{0} & \dots & \dots & \mathbf{A}_c & \mathbf{A}_r & \boldsymbol{\Lambda}_c(N) \\ \hline \boldsymbol{\Lambda}_r^T(1) & \boldsymbol{\Lambda}_c^T(1) & \dots & \boldsymbol{\Lambda}_r^T(N) & \boldsymbol{\Lambda}_c^T(N) & \mathbf{J}(\boldsymbol{\tau}) \end{array} \right] \quad (26)$$

(26)'ya ait alt matrisler şu şekilde oluşturulmuştur:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{A}_r &= \frac{2}{\sigma^2} \text{Re}\{\mathbf{A}^H(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\varphi}, \mathbf{r})\mathbf{A}(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\varphi}, \mathbf{r})\} \\
 \mathbf{A}_c &= \frac{2}{\sigma^2} \text{Im}\{\mathbf{A}^H(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\varphi}, \mathbf{r})\mathbf{A}(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\varphi}, \mathbf{r})\} \\
 \boldsymbol{\Lambda}_r(t_n) &= \frac{2}{\sigma^2} \text{Re}\{\mathbf{A}^H(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\varphi}, \mathbf{r})\mathbf{D}_\tau \mathbf{S}(t_n)\} \\
 \boldsymbol{\Lambda}_c(t_n) &= \frac{2}{\sigma^2} \text{Im}\{\mathbf{A}^H(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\varphi}, \mathbf{r})\mathbf{D}_\tau \mathbf{S}(t_n)\} \\
 \mathbf{J}(\boldsymbol{\tau}) &= \frac{2}{\sigma^2} \sum_{t_n=1}^N \text{Re}\{\mathbf{S}^H(t_n)\mathbf{D}_\tau^H \mathbf{D}_\tau \mathbf{S}(t_n)\}
 \end{aligned} \tag{27}$$

Bölütlenmiş FBM' nin tersinin elde edilebilmesi için bölütlenmiş matris tersi önermesine ihtiyaç duyulmaktadır (Scharf, 1991). Bu önerme doğrultusunda, yakın alan parametrelerine ait olan sınır ifadeleri toplu halde aşağıdaki gibi bulunur:

$$\text{CRS}^t(\boldsymbol{\tau}) = \mathbf{J}(\boldsymbol{\tau}) - \boldsymbol{\Lambda}^T \begin{bmatrix} \mathbf{A}_r & -\mathbf{A}_c & \cdots & \cdots & \mathbf{0} \\ \mathbf{A}_c & \mathbf{A}_r & & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & & \mathbf{A}_r & -\mathbf{A}_c \\ \mathbf{0} & \cdots & \cdots & \mathbf{A}_c & \mathbf{A}_r \end{bmatrix} \boldsymbol{\Lambda} \tag{28}$$

Burada  $\boldsymbol{\Lambda} = [\boldsymbol{\Lambda}_r^T(1) \ \boldsymbol{\Lambda}_c^T(1) \ \cdots \ \boldsymbol{\Lambda}_r^T(N) \ \boldsymbol{\Lambda}_c^T(N)]^T$  olarak verilmiştir.

Sonuç olarak, sadece yakın alan parametrelerine  $(\boldsymbol{\tau} = [\boldsymbol{\theta}^T \ \boldsymbol{\varphi}^T \ \mathbf{r}^T]^T)$  ait CRS ifadeleri

$$\text{CRS}^t(\boldsymbol{\tau}) = \frac{2}{\sigma^2} \sum_{t_n=1}^N \text{Re}\left\{ \mathbf{S}^H(t_n) \mathbf{D}_\tau^H \left[ \mathbf{I} - \mathbf{A}(\mathbf{A}^H \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^H \right] \times \mathbf{D}_\tau \mathbf{S}(t_n) \right\} \tag{29}$$

$$\mathbf{A} = \mathbf{A}(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\varphi}, \mathbf{r})$$

olarak bulunur.

(29) numaralı ifadeyi ve bölütlenmiş matris önermesini tekrar kullanarak yakın alan parametrelerinin her birine ait sınırlar aşağıdaki ifadelerin matris terslerinin alınmasıyla ayrı ayrı

$$\begin{aligned}
 \text{CRB}^{-1}(\boldsymbol{\theta}) &= \mathbf{T} \\
 \text{CRB}^{-1}(\boldsymbol{\varphi}) &= \mathbf{U} \\
 \text{CRB}^{-1}(\mathbf{r}) &= \mathbf{H} - \boldsymbol{\alpha}^T \boldsymbol{\mu}^{-1} \boldsymbol{\alpha}
 \end{aligned} \tag{30}$$

olarak elde edilirler. Burada:

$$\text{CRB}^{-1}(\boldsymbol{\tau}) = \begin{bmatrix} \mathbf{C} & \mathbf{D} & \mathbf{E} \\ \mathbf{D}^x & \mathbf{F} & \mathbf{G} \\ \mathbf{E}^x & \mathbf{G}^x & \mathbf{H} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\mu} & \boldsymbol{\alpha} \\ \boldsymbol{\alpha}^T & \mathbf{H} \end{bmatrix} \tag{31}$$

$$\text{CRB}^{-1}(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\varphi}) = \boldsymbol{\mu} - \boldsymbol{\alpha} \mathbf{H}^{-1} \boldsymbol{\alpha}^T = \begin{bmatrix} \mathbf{T} & \mathbf{V} \\ \mathbf{V}^x & \mathbf{U} \end{bmatrix}$$

olarak tanımlanmışlardır.

### Benzetim örneği

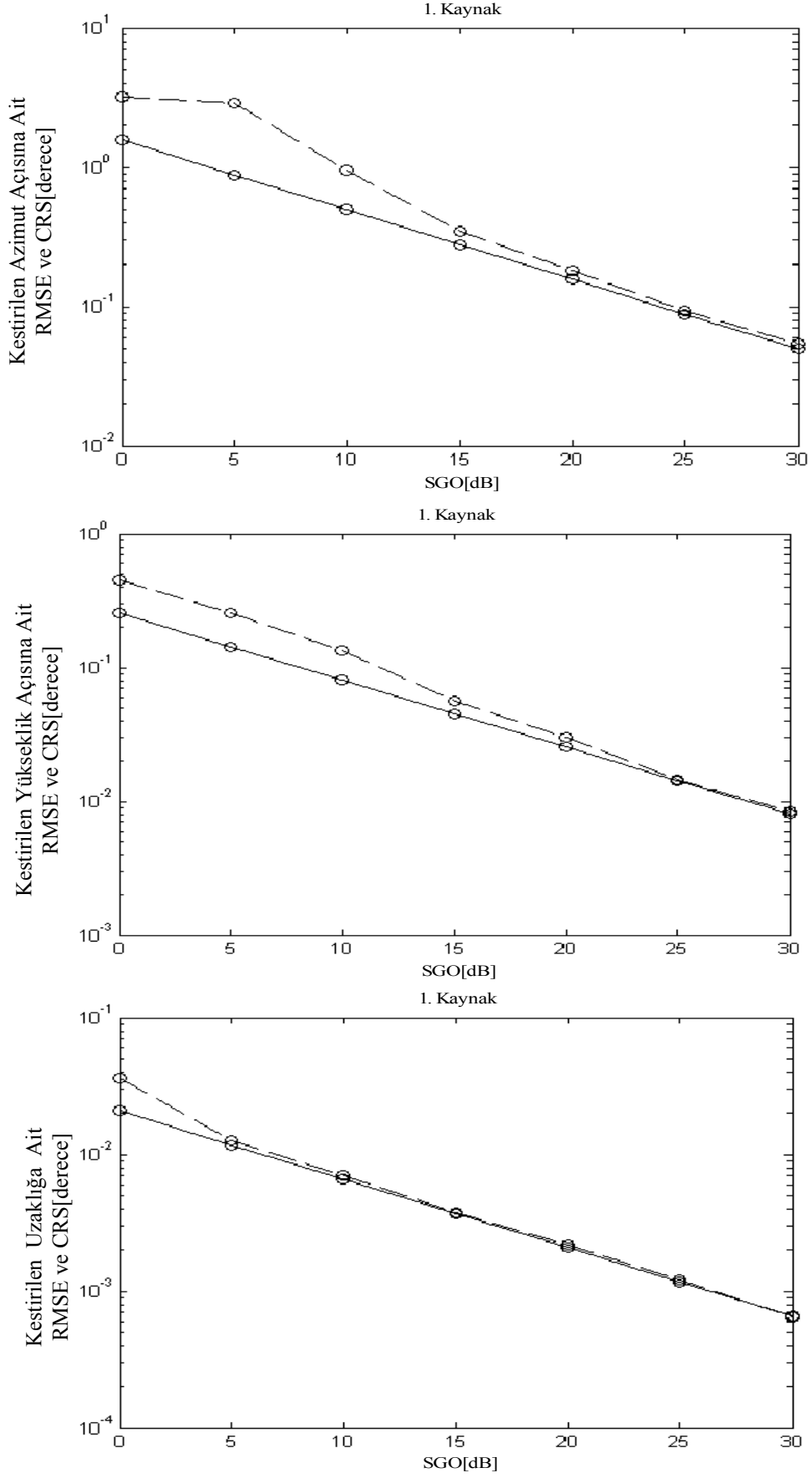
$\{\theta_1, \varphi_1, r_1\} = \{45^\circ, 30^\circ, 1.5\lambda\}$ ,  $\{\theta_2, \varphi_2, r_2\} = \{45^\circ, 35^\circ, 1.5\lambda\}$  olarak konumlandırılmış iki kaynağın yerlerini belirleyen parametreleri kestirebilmek için, elemanlar arası uzaklığı  $\Delta = \lambda/2$  olan  $K=L=5$  olan düzgün bir düzlem anten dizilimi kullanılmıştır. Tüm benzetimler için anlık kesitler  $N=100$  olarak seçilmiştir. Tasarlanan en büyük olabilirlik kestirimcisi farklı Sinyal Gürültü Oranları (SGO) için test edilmiştir. Sonuçlar Şekil 1 ve Şekil 2'de sunulmuştur.

### Sonuçlar

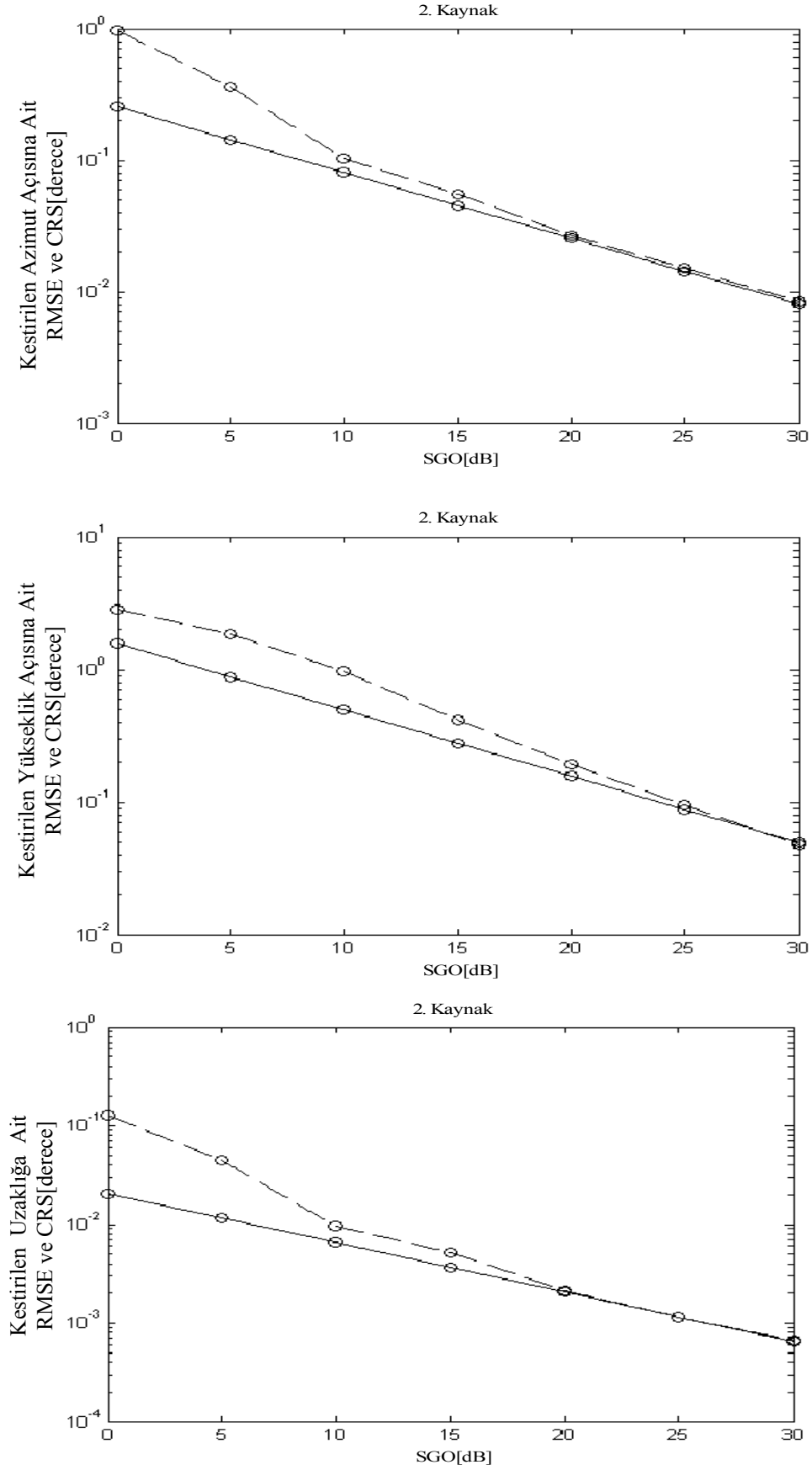
Benzetim sonuçlarına bakıldığında ve denenen daha bir çok senaryoda, yüksek SGO' ları için elde edilen Ortalama Karesele Hatanın Karekök (RMSE: Root Mean Square Error) değerleri, elde edilen CRS değerlerine yakın çıkmaktadır. Ayrıca, bu benzetim örneği ile azimut açısı ve uzaklığı aynı olan yükseklik açıları  $5^\circ$  farklı olan birbirine çok yakın bu iki kaynağın konumlarının sunulan algoritma tarafından düşük sinyal gürültü oranları için oldukça küçük hata değerleri ile oldukça başarılı bir şekilde kestirildiği, özellikle yüksek sinyal gürültü oranlarında kestirim hatasının sıfıra yakın değerler aldığı görülmüştür.



### 3 boyutlu uzayda kaynak konumlandırması



Şekil 1. Birinci kaynağa ait kestirilen kaynak konum parametreleri ve CRS ifadeleri



Şekil 2. İkinci kaynağa ait kestirilen kaynak konum parametreleri ve CRS ifadeleri

## Kaynaklar

- Abatzoglou T. J. ve Steakley B. C., (1996). Comparison of maximum likelihood estimators of mean wind velocity from Radar/Lidar returns, *IEEE 13th Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers*, 156-160.
- Arslan G. ve Sakarya, F.A., (2000). A unified neural-network-based speaker localization technique, *IEEE Transactions on Neural Networks*, **11**, 4, 997-1002.
- Asono, F., Asoh, H. ve Matsui, T., (1999). Sound source localization and signal separation for Office robot Jijo-2, *Proceedings of the IEEE International Conference on Multisensor Fusion and Integration for Intelligent Systems*.
- Çekli E. ve Akan A., (2000). Anten dizimlerinde geliş açısı kestirimi için zaman-sıklık ESPRIT yöntemi, *IEEE Sinyal İşleme ve Uygulamaları Kurultayı*, 681-686.
- Challa, R. N. ve Shamsunder, S., (1998). Passive near-field localization of multiple non-gaussian sources in 3-D using cumulants, *Signal Processing* **65**, 39-53.
- Chen, J.C., Hudson, R.E. ve Kung Y., (2002). Maximum-likelihood source localization and unknown sensor location estimation for wide-band signals in the near-field, *IEEE Transaction on Signal Processing*, **50**, 8, 1843-1853.
- Chubierre, H., Filleul, T. ve Fuchs J.J., (1995). Near-field sources localization: A model fitting approach, *IEEE, International Conference on Acoustic, Speech, and Signal Processing*, Detroit, USA, 3555-3558.
- Çırpan, H. A. ve Çekli, E., (2001). Unconditional maximum likelihood for near-field source localization, *Proc. Of The 8th IEEE International Conference on Electronics, Circuits and Systems*, 753-756.
- Dempster, A.P., Laird, N.M. ve Rubin, D.B., (1977). Maximum likelihood from incomplete data via the EM algorithm, *Journal of Royal Statistical Society Series B*, **B-39**, 1-37.
- Feder, M. ve Weinstein, E., (1988). Parameter estimation of superimposed signals using the EM algorithm, *IEEE Transaction on Acoustic, Speech, and Signal Processing*, **36**, 4, 477-489.
- Friedlander, B., Francos J. M., (1995). Estimation of amplitude and phase parameters of multicomponent signals, *IEEE Transaction on Signal Processing*, **43**, 4, 917-926.
- Gershman, A. B. ve Böhme J. F., (1997). A note on most favorable array geometries for DOA estimation and array interpolation, *IEEE Signal Processing Letters*, **4**, 8, 232-235.
- Haardt M., (1997). Efficient one, two and multidimensional high resolution array signal processing, *Ph.D. Dissertation*, Technische Universität München.
- Haardt, M., Challa, R.N. ve Shamsunder S., (1997). Improved bearing and range estimation via high-order subspace based Unitary ESPRIT, *Proceeding of Asilomar Conference on Signals, Systems, and Computers*, **1**, 380-384.
- Huang, Y.D. ve Barkat, M., (1991). Near-field multiple source localization by passive sensor array, *IEEE Transaction on Antennas and Propagation*, **39**, 7, 968-975.
- Hung H., Change S. ve Wu C., (1996). 3-D Music with polynomial rooting for near-field source localization, *International Conference on Acoustic, Speech, and Signal Processing*, Atlanta, Georgia, **6**, 3065-3069.
- Kabaoğlu, N., Çırpan, H., Çekli, E. ve Paker, S., (2003). Deterministic maximum likelihood approach for 3-D near-field source localization, *International Journal of Electronics and Communication*, **57**(5), 345-350.
- Kailath T. ve Poor H. V., (1998). Detection of stochastic processes, *IEEE Transaction on Information Theory*, **44**, 6, 2230-2259.
- Krim, H. ve Viberg, M., (1996). Two decades of array processing research: The parametric approach, *IEEE Signal Processing Magazine*, **13**, 4, 67-94.
- Lee, J.H., Chen, Y.M. ve Yeh, C.C., (1995). A covariance approximation method for near-field direction finding using uniform linear array, *IEEE Transaction on Signal Processing*, **43**, 5, 1293-1298.
- Lee, J.H. ve Tung, C.H., (2002). Estimating the bearings of near-field cyclostationary signals, *IEEE Transaction on Signal Processing*, **50**, 1, 110-118.
- Meraim, K. A., Hua, Y., ve Belouchrani, A., (1997). Second-order near-field source localization: algorithm and performance analysis, *Proceeding of 30th Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers*, **2**, 723-727.
- Miller, M. I. ve Fuhrmann, D. R., (1990). Maximum-likelihood narrow-band direction finding and the EM algorithm, *IEEE Transaction on Acoustics, Speech and Signal Processing*, **38**, 9, 1560-1577.

- Ottersten, B., Viberg, M., ve Kailath, T., (1992). Analysis of subspace fitting and ML techniques for parameter estimation from sensor array data, *IEEE Transaction on Signal Processing*, **40**, 3, 590-600.
- Owsley, N.L., 2000. Array phonocardiography, *The IEEE Symposium on Adaptive Systems for Signal Processing, Communications, and Control*, 31-36.
- Perry, R. ve Buckley, K., (2000). Maximum likelihood source localization using the EM Algorithm to Incorporate Prior Distribution, *First IEEE Sensor Array and Multichannel Signal Processing Workshop*, 351-355.
- Rhodes I. B., (1971). A tutorial introduction to estimation and filtering, *IEEE Transaction on Automatic Control*, **16**, 6, 688-706.
- Roy, R., ve Kailath, T., (1989). ESPRIT-Estimation of signal parameters via rotational invariance techniques, *IEEE Transaction on Acoustic, Speech, and Signal Processing*, **37**, 7, 984-995.
- Scharf, L., L., (1991). *Statistical Signal Processing: Detection, Estimation and Time Series Analysis*, Addison Wesley Publication.
- Sheinvald, J., Wax, M., ve Weiss, A. J., (1996). On maximum likelihood location of coherent signals, *IEEE Transaction on Signal Processing*, **44**, 10, 2475-2482.
- Starer, D. ve Nehorai, A., (1994). Passive localization of near-field sources by path following, *IEEE Transaction on Signal Processing*, **42**, 3, 677-680.
- Stoica, P. ve Nehorai, A., (1989a). Music, maximum likelihood, and Cramer-Rao bound, *IEEE Transaction on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, **37**, 5, 720-741.
- Stoica, P. ve Nehorai, A., (1989b). Music, maximum likelihood, and Cramer-Rao bound: Further results and comparisons, *IEEE Transaction on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, **38**, 12, 2140-2150.
- Stoica, P. ve Nehorai, A., (1990). Performance comparison of subspace rotation and MUSIC methods for direction estimation, *IEEE Fifth ASSP Workshop on Spectrum Estimation and Modeling*, 357-361.
- Swindlehurst, A. L. ve Kailath, T., (1993) Azimuth/elevation direction finding using regular array geometries, *IEEE Transaction on Aerospace and Electronic Systems*, **29**, 1, 145-156.
- Van der Veen, A. J., Ober, P. B. ve Deprettere, E. D., (1992). Azimuth and elevation computation in high resolution DOA estimation, *IEEE Transaction on Signal Processing*, **40**, 7, 1828-1832.
- Weiss, A. J. ve Friedlander B., (1994). Preprocessing for direction finding with minimal variance degradation, *IEEE Transaction on Signal Processing*, **42**, 6, 1478-1485.
- Wong, K.T. ve Zoltowski, M.D., (1996). Orthogonal velocity-hydrophone ESPRIT for Sonar Source Localization, *Proceedings of the Conference OCEANS'96. MTS/IEEE. 'Prospects for the 21st Century'*, 1307-1312.
- Yuen, N. ve Friedlander, B., (1998). Performance analysis of higher-order ESPRIT for localization of near-field sources, *IEEE Transaction on Signal Processing*, **46**, 3, 709-719.
- Zeira A. ve Friedlander B., (1995). Array processing using parametric signal models, *IEEE International Conference on Acoustic, Speech, and Signal Processing*, 1667-1680.
- Zoltowski, M. D., Haardt M. ve Mathews C. P., (1996). Closed-form 2-D angle estimation with rectangular arrays in element space or beamspace via unitary ESPRIT, *IEEE Transaction on Signal Processing*, **44**, 2, 316-328.