

# Link ağırlık matrislerinin belirlenmesi için çekim modeli ve logit model yaklaşımı

Melih Naci AĞAOĞLU\*, Ergun GEDİZLİOĞLU

İTÜ İnşaat Fakültesi, İnşaat Mühendisliği Bölümü, 34469, Ayazağa, İstanbul

## Özet

Link ağırlık matrisleri, ulaştırma planlamasında çok önemli bir yere sahip olan, başlangıç-son matrisi tahmin modellerinde kullanılmaktadır. Trafik sayımlarını kullanarak başlangıç-son matrisi tahmini için önerilen yaklaşımlar iki grup altında toplanmaktadır. Birinci grup ulaştırma modellerini temel almaktadır. İkinci grup ise, istatistiksel sonuç çıkarma yaklaşımlarıdır. Her iki grup için günümüze dek önerilen modellerde link ağırlık matrisleri, orantılı atama veya denge ataması kullanılarak belirlenmektedir. Şehirler arasındaki trafiği belirlemek amacıyla başlangıç-son matrisi tahmin edilmek istendiğinde, sıkışma etkisi olmadığı için orantılı atama kullanılarak link ağırlık matrisleri belirlenebilmektedir. Bu çalışmada, başlangıç-son matrisi tahmininde ihtiyaç duyulan link ağırlık matrislerinin tahmini için “çekim modeli” ve “logit model” yaklaşımı önerilmektedir.

**Anahtar Kelimeler:** Link ağırlık matrisleri, başlangıç-son matrisi tahmini, trafik sayımları.

## Gravity model and logit model approach for determining link weight matrices

### Abstract

Link weight matrices have been used in the origin-destination estimation models. Both origin-destination matrix and traffic flows on network links are important information for transportation planning, traffic operation and control. Suggested approaches for estimation of origin-destination matrix are examined under two categories. First category is based on transportation models and second is statistical inference approaches. Link weight matrices have been determined using proportional or equilibrium assignment for suggested models in recent years. The treatment of congestion effects is an important property distinguishing various models for origin-destination matrix estimation. The models assume either that congestion can be treated exogenously (by proportional assignment) or endogenously (by equilibrium assignment). In proportional assignment case, it has been assumed that link counts and link weight matrices were independent from each other. The proportion of travelers choosing a route will not depend on congestion in the network but only on traveler and route characteristics. On the other hand, link weight matrices have been estimated under congestion effect in the equilibrium assignment. Link weight matrices have been determined using proportional assignment methods for inter-city traffic and using equilibrium assignment methods for urban traffic. In this work, gravity and logit model approach has been suggested to estimate link weight matrices for inter-city roads. Suggested models are based on proportional stochastic assignment methods and utility functions have been used instead of cost function.

**Keywords:** Link weight matrices, estimation of origin-destination matrix, link counts.

\*Yazışmaların yapılacağı yazar: Melih Naci AĞAOĞLU. nagaoglu@gop.edu.tr; Tel: (356) 252 16 16 dahili: 2648.

Bu makale, birinci yazar tarafından İTÜ İnşaat Fakültesi'nde tamamlanmış olan "Link ağırlık matrislerinin belirlenmesi için çekim modeli ve logit model yaklaşımı" adlı doktora tezinden hazırlanmıştır. Makale metni 23.11.2005 tarihinde dergiye ulaşmış, 19.12.2005 tarihinde basım kararı alınmıştır. Makale ile ilgili tartışmalar 30.11.2006 tarihine kadar dergiye gönderilmelidir.

## Giriş

Başlangıç-son matrisi ulaştırma analizinde çok önemli bir yere sahiptir. Bu matris ulaştırma analizi yapılacak olan alanın farklı bölgeleri arasındaki yolcu veya yük sayıları hakkında bilgi içermektedir. Ev veya yol görüşmelerinden toplanan bilgiler doğrultusunda direkt olarak ölçme yoluyla bu matrisin elde edilmesi masraflı, zor ve yolculuk yapanlar için zaman kaybına yol açan bir iştir. Bu problem nüfusta ve arazi kullanımındaki değişimlerin hızlı olduğu gelişmekte olan ülkelerde daha ciddi bir hal almakta ve verilerin geçerlilik süresini kısaltmaktadır. Dolayısıyla, şimdiki ve gelecekte başlangıç matrislerini tahmin etmek için düşük maliyetli metodların geliştirilmesi gerekliliği apaçık ortadadır. Bu nedenle, trafik sayım verileri ya da diğer elde edilmesi mümkün olan bilgiler kullanılarak başlangıç-son matrisi tahmini ulaştırma planlaması açısından önemlidir. Bu veriler yol seçim şekli ve yolculuk matrisinin birleştirilmesinin bir sonucu olarak düşünülebilir.

Başlangıç-son matrisi, sayım yapılmış linki kullanan her başlangıç-son yolculuğu hakkında doğrudan bilgi edinilmesini sağlar. Trafik sayımları, veri kaynağı olarak çok caziptir. Bunun nedeni ise, genel olarak her durumda uygulanabilmesi, sayımın yapılmasının diğer veri toplama türlerine oranla pahalı olmaması ve otomatik sayım metodlarının kullanılması durumunda daha ileri ve doğru sonuçlar elde edilebilmesidir.

## Trafik sayımlarını kullanarak başlangıç-son matrisi tahmini

Düğüm ve linklerden oluşan, bir yol ağı tarafından birbirlerine bağlanan N bölgeye bölünmüş bir çalışma alanı düşünelim. Bu çalışma alanı için yolculuk matrisi  $N^2$  hücreden yada bölge içi yolculuklar dikkate alınmadığı durumda ise  $(N^2-N)$  hücreden oluşur.

Trafik sayımlarından bir ulaşım talep modeli tahmini için en önemli safha, her bir başlangıçtan her bir varışa olan yolculukların, takip ettiği yolların belirlenmesidir.  $P_{ij}^a$  değişkeni, i bölgesinden j bölgesine yapılan yolculukların a linkini tercih etme olasılığını yani link ağırlık matrislerini tanımlamak için kullanılır. Böylece belirli

bir a linki için ( $V_a$ ) akımı, bölgeler arasındaki bütün yolculukların bu linke olan katkılarının toplamı olmaktadır. Bu durum, matematiksel olarak (1) no'lu eşitlikte gösterilmiştir (Ortuzar ve Willumsen, 1990).

$$V_a = \sum_{ij} T_{ij} \cdot P_{ij}^a \quad 0 \leq p_{ij}^a \leq 1 \quad (1)$$

Burada;

a : Link numarası

i : Yolculuğun başlangıç noktası

j : Yolculuğun bitiş noktası

$V_a$  : a linki üzerindeki tahmin edilen akım (ta/sa)

$T_{ij}$  : i başlangıç ve j varış noktası arasındaki yolculuk miktarı (ta/sa)

$p_{ij}^a$  : i bölgesinden j bölgesine yapılan yolculukların a linkini tercih olasılığıdır.

$p_{ij}^a$  matrisi, yolculuk atama teknikleri tarafından belirlenmektedir. Basit olarak “ya hep ya hiç” atamasından, daha karmaşık “denge” atamalarına kadar sınıflandırılabilen, çeşitli yolculuk atama teknikleri kullanılmaktadır (Abrahamsson, 1998).

Trafik sayımlarını kullanarak başlangıç-son matrisi tahmini için önerilen yaklaşımlar iki grup altında toplanmaktadır. Birinci grup ulaştırma modellerini temel almaktadır. İkinci grup ise, istatistiksel sonuç çıkarma yaklaşımlarıdır.

## Atama türleri

Trafik sayımlarını kullanarak başlangıç-son matrisi tahminindeki en önemli nokta kullanılan atama tekniğidir. Yani i bölgesinden j bölgesine olan yolculukların ulaştırma ağı üzerinde hangi yolu kullanarak gerçekleşeceği. Sıkışma etkisinin var olup olmadığına bağlı olarak atama matrisi belirlenir. Trafik sayım verilerini kullanarak başlangıç-son matrisi tahmini için atama metodları, orantılı atama ve denge ataması olmak üzere iki ana grup altında sınıflandırılmaktadır (Robillard, 1975).

## Orantılı atama

Bu durumda, trafik oranları ( $P_{ij}^a$ ) ve trafik hacimlerinin ( $V_a$ ) birbirinden etkilenmediği varsa-

yılır. Link hacimleri ( $V_a$ ), başlangıç-son akımlarıyla ( $T_{ij}$ ) orantılıdır. Yolcular herhangi bir yolu sıkışma etkisini göz önüne almadan seçerler. Bu durumda “Ya hep ya hiç” atama metodu veya orantılı stokastik atama metotları kullanılabilir. Toplam trafik, maliyeti minimize edecek şekilde yol ağı üzerine atanmak suretiyle elde edilir.

### Denge ataması

Bu durumda ise sıkışma etkisi önemlidir ve daha gerçekçi bir yaklaşımdır. Denge ataması Wardrop’un denge prensipleri ile ifade edilir.

Wardrop’un 1. Prensibine göre tıkanmış ulaştırma ağlarında, denge koşulları altında trafik o şekilde dağılır ki herhangi bir başlangıç-son çifti tarafından kullanılan bütün yollardaki maliyetler birbirine eşit ve minimumdur.

Kullanılmayan yollardaki maliyetler ise kullanılan yollardaki maliyetlere eşit ya da daha büyüktür (Wardrop, 1952).

### Link ağırlık matrislerinin belirlenmesi

Başlangıç-son tahmin modellerinde önceden belirlenmesi gereken en önemli nokta link ağırlık matrisleridir.

Başlangıç-son matrisi tahmininde kullanılmak üzere link ağırlık matrislerinin tahmininin belirlenmesi amacıyla, bugüne dek yapılan çalışmalarda atama tekniklerine ve başlangıç bilgisinin mevcut olup olmadığına göre sınıflandırılan modeller kullanılmıştır.

Erlander ve diğerleri, 1979 ile Fisk ve Boyce, 1983’te yolculuk dağıtımı ve ataması aşamalarının kombine edildiği bir model kullanmıştır. Modelde denge ataması kullanılarak link ağırlık matrisleri belirlenmiştir.

Van Zuylen ve Willumsen (1980), orantılı atama metotlarını kullanarak maksimum entropi ve minimum bilgi prensiplerini temel alan bir model geliştirmiştir. Spiess (1987), orantılı atama metotlarını kullanarak maksimum olasılık tekniklerini temel alan bir model önermiştir. Bell

(1991), genelleştirilmiş en küçük kareler modelini orantılı atama kabulü ile kullanmıştır. Maher (1983), Bayesian istatistiksel yaklaşımı ve orantılı atama kabulü ile başlangıç-son matrisi tahmin modeli önermiştir. Jörnsten ve Nguyen, (1979) ile Willumsen, (1984), denge atamasını temel alan maksimum entropi modelini kullanmıştır. Kawakami ve diğerleri, (1992), yolculuk dağıtımı, türel ayırım ve atama aşamalarının birleştirildiği denge atamasını kullanan bir model geliştirmiştir. Spiess, (1990), denge ataması ve gradyan yaklaşımını temel alan bir model önermiştir.

Bu çalışmada tıkanıklık etkisinin olmadığı şehirlerarası yollar için link ağırlık matrisleri tahmin edilmeye çalışılmaktadır. Bu matrislerin çoklu güzergah durumu için şehirlerarası yollar dikkate alınarak tahmin edilmesinde “ya hep ya hiç” atama metodu veya orantılı stokastik atama metotları kullanılmaktadır. Burada önerilen metotlar orantılı stokastik atama modellerine benzemektedir. Orantılı stokastik atama modellerinde iki düğüm noktası arasındaki herhangi bir güzergahın link tercih olasılığı, bu güzergahı kullanmanın maliyetinin, diğer güzergahlarda dahil olmak üzere toplam maliyete bölünmesi ile elde edilmektedir. Belirli bir varış noktasında biten i-j yolculukları bu noktaya gelen tüm çıkış noktaları arasında paylaştırılmaktadır (Dial, 1971).

İki düğüm noktası arasında birden fazla güzergah olduğunda link ağırlık matrislerinin belirlenmesi zorlaşmaktadır. Buna karşılık, “ya hep ya hiç” atamasına göre yolculuklar ağ üzerine atandığında link ağırlık matrisleri içerisindeki elemanlar “1” ve “0” dışında bir değer alamayacağından bu matrislerin belirlenmesi kolay olmaktadır. Bu durumda iki düğüm noktası arasında araçlar tarafından tercih edilebilecek bir tane güzergah olmakta ve bütün araçlar bu güzergahı kullanmaktadır. Doğal olarak bu güzergahı oluşturan linklerin ağırlık matrisi içerisindeki değerleri “1” olmaktadır. Eğer ele alınan link bu güzergahın parçası değilse matris içerisindeki değeri “0” olacaktır.

Birden fazla güzergah olduğu durumda hangi güzergahın ve bu güzergahı oluşturan linklerin,

ne kadar olasılıkla tercih edileceğinin bilinmesi gereklidir. Sonuçta iki düğüm noktası arasında tercih edilebilecek ne kadar güzergah varsa, bu güzergahların tercih edilme olasılıkları toplamı "1" olacaktır.

Aşağıda link ağırlık matrislerinin belirlenmesi için iki tane model önerilmektedir.

### Çekim modeli yaklaşımı

Burada, çekim modeli kullanılarak ulaştırma ağındaki iki düğüm noktası arasında çoklu güzergah olması durumunda, güzergahların her birinin hangi olasılıkla seçileceğinin bulunması için bir yaklaşım önerilmektedir.

Çekim metodu Newton'un çekim kanunu esas alınarak yani iki kütle arasındaki çekim kuvveti, kütlelerin büyüklüğü ile doğru orantılı fakat arasındaki mesafe ile ters orantılı olduğu göz önüne alınarak geliştirilmiştir. Bu yaklaşım ulaştırma mühendisliği açısından ele alınırsa, iki bölge arasında oluşacak trafik akımlarının bölgelerin aktiviteleri ile doğru orantılı buna karşılık bölgeler arasındaki mesafe ile ters orantılı olacağını göstermektedir. Dolayısıyla çekim metodu aşağıdaki şekilde ifade edilebilir.

$$T_{ij} = \frac{\alpha P_i P_j}{d_{ij}^2} \quad (2)$$

Burada ;

$P_i$  : i(başlangıç) bölgesinin nüfusu

$P_j$  : j(son) bölgesinin nüfusu

$d_{ij}$  : i ve j bölgeleri arasındaki mesafe

$\alpha$  : Orantılılık faktörü

$T_{ij}$  : i ve j noktaları arasındaki trafik hacmidir.

Bu model ilk defa Casey tarafından kullanılmıştır. Model daha sonraları geliştirilerek bölge nüfusları yerine, bölgelerden çıkan ve bölgelere varan toplam yolculuklar dahil edilmiştir (Casey, 1955).

$$T_{ij} = \frac{\alpha O_i D_j}{d_{ij}^n} \quad (3)$$

Burada ;

$O_i$  : i (başlangıç) bölgesinden yaratılan yolculuk

$D_j$  : j (son) bölgesine çekilen yolculuk

$d_{ij}$  : i ve j bölgeleri arasındaki mesafe

$\alpha$  : Orantılılık faktörü

n : (0,6-3,5) arasında bir katsayı

$T_{ij}$  : i ve j noktaları arasındaki trafik hacmi

Sonradan, i ve j bölgeleri arasındaki mesafe yerine genelleştirilerek  $f(c_{ij})$  formunda bir direnimsizlik fonksiyonu konulmuştur. Bu durumda çekim modelinin en son hali aşağıdaki gibidir:

$$T_{ij} = \alpha O_i D_j f(c_{ij}) \quad (4)$$

Buradaki direnimsizlik fonksiyonu yerine genelleştirilmiş maliyet yada süre konulabilir. Örnek olarak :  $c_{ij} = a_1.t_{ij} + a_2.d_{ij} + p_j$

$a_1$  : Zaman değeri

$a_2$  : Mesafeye bağlı bir değer

$p_j$  : Park maliyeti

Çekim modeli kullanılarak link ağırlık matrislerinin belirlenmesi yaklaşımı için (2) no'lu eşitlikteki formül kullanılmaktadır. İki düğüm noktası arasında birden fazla güzergah olduğu durumda her güzergah için güzergahı kullanmanın faydasını ifade eden yararlılık fonksiyonu yazılmaktadır. Bu yaklaşımda kullanılan yararlılık fonksiyonu, her bir farklı güzergah için çekim modelinin değiştirilmiş bir formu kullanılarak elde edilmektedir. Başlangıç ve son düğüm noktalarına ilaveten ara düğüm noktalarında (z) çekim modeline dahil edilmektedir. Yararlılık fonksiyonu eşitlik (5)'te verilmektedir.

$$U_k = \sum_z \frac{P_i \cdot P_z}{d_{(i-z)_k}^2} \quad (5)$$

Burada;

$U_k$  : i başlangıç noktasından j varış noktasına yapılan yolculuklar için k güzergahının yararlılık fonksiyonu

k : i başlangıç ve j varış noktası arasındaki güzergah numarası

z : i başlangıç ve j varış noktası arasındaki düğüm noktaları (varış noktası dahil)

$d_{(i-z)_k}$  : k güzergahı kullanılarak i başlangıç ve z ara düğümü arasındaki mesafe

$P_i$  : i başlangıç noktasındaki düğümün nüfusu

$P_z$  : z ara düğümün nüfusu

Eşitlik (5)'te verilen yararlılık fonksiyonu bütün güzergahlar için yazılarak iki düğüm noktası arasında herhangi bir güzergahı kullanmanın faydası bulunmuş olmaktadır. Bu yararlılık fonksiyonu, iki düğüm noktası için mevcut bütün güzergahların yararlılık fonksiyonları toplamına bölünmektedir. Böylece eşitliğin payına yazılan yararlılık fonksiyonunun ait olduğu güzergahın tercih edilme olasılığı bulunmuş olmaktadır. Matematiksel olarak eşitlik (6)'da gösterilmektedir.

$$P_{ij}^k = \frac{\sum_z \frac{P_i \cdot P_z}{d_{(i-z)_k}^2}}{\sum_k \sum_z \frac{P_i \cdot P_z}{d_{(i-z)_k}^2}} \quad (6)$$

Burada;

$P_{ij}^k$  : i başlangıç noktasından j varış noktasına yapılan yolculukların k güzergahını tercih etme olasılığı

k : i başlangıç ve j varış noktası arasındaki güzergah numarası

z : i başlangıç ve j varış noktası arasındaki düğüm noktaları (varış noktası dahil)

$d_{(i-z)_k}$  : k güzergahı kullanılarak i başlangıç ve z ara düğümü arasındaki mesafe

$P_i$  : i başlangıç noktasındaki düğümün nüfusu

$P_z$  : z ara düğümünün nüfusu

Çekim modeli kullanarak, iki düğüm noktası arasında birden fazla güzergahın bulunduğu durumda, link ağırlık matrislerinin bulunması Şekil 1'deki 4 düğüm noktası ve 8 linke sahip bir ulaştırma ağı örneğinde gösterilmiştir. Düğüm

noktalarındaki illerin nüfusları ve iller arasındaki uzaklıklar aşağıda Tablo 1 ve Tablo 2'de verilmiştir

Tablo 1. Düğüm noktalarındaki illerin nüfusları

Düğüm Noktası	Nüfus
A	50
B	100
C	40
D	60

Tablo 2. Düğüm noktaları arasındaki uzaklıklar

Düğüm Çiftleri	Uzaklık (km)
A-B	80
B-C	70
A-D	100
D-C	150

1 no'lu şekil incelendiğinde A düğüm noktası ile C düğüm noktası ve B düğüm noktası ile D düğüm noktası arasında 2 tane güzergah olduğu görülmektedir. Bunlar;

A → C Arası için:

1. Güzergah A → B → C

2. Güzergah A → D → C

1. Güzergahın yararlılık fonksiyonu :

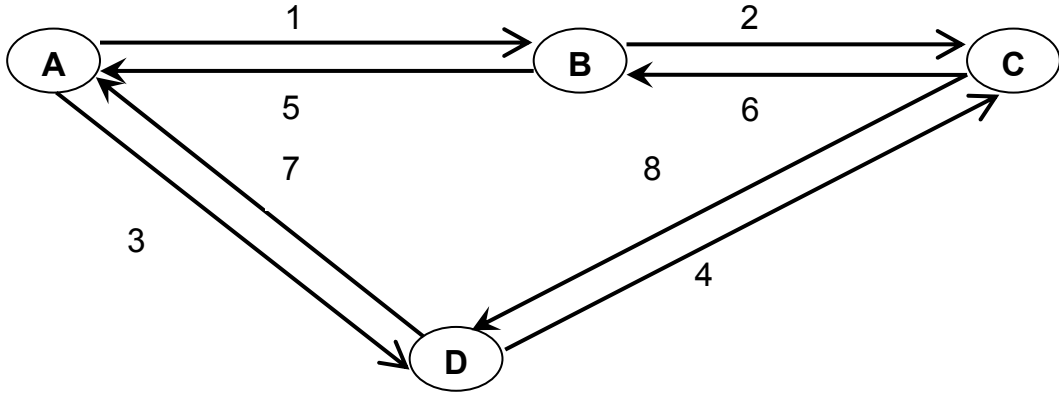
$$U_1 = \frac{P_A \cdot P_B}{d_{(A-B)_1}^2} + \frac{P_A \cdot P_C}{d_{(A-C)_1}^2}$$

$$U_1 = \frac{50 \cdot 100}{(80)^2} + \frac{50 \cdot 40}{(150)^2} = 0.87$$

2. Güzergah için yararlılık fonksiyonu :

$$U_2 = \frac{P_A \cdot P_D}{d_{(A-D)_2}^2} + \frac{P_A \cdot P_C}{d_{(A-C)_2}^2}$$

$$U_2 = \frac{50 \cdot 60}{(100)^2} + \frac{50 \cdot 40}{(250)^2} = 0.332$$



Şekil 1. Dört düğüm noktası ve sekiz linke sahip ulaştırma ağı

Bulunan bu yararlılık fonksiyonları (6) no'lu eşitlikte yerine yazılırsa;

$$P_{AC}^1 = \frac{0.87}{0.87 + 0.332} = 0.72$$

$$P_{AC}^2 = 1 - 0.72 = 0.28$$

Sonuç olarak 1 no lu güzergahın tercih olasılığı 0.72, 2 no' lu güzergahın tercih olasılığı ise 0.28 olarak bulunmuş olur.

B → D Arası için:

1. Güzergah B → A → D

2. Güzergah B → C → D

1. Güzergahın yararlılık fonksiyonu :

$$U_1 = \frac{P_B \cdot P_A}{d_{(B-A)_1}^2} + \frac{P_B \cdot P_D}{d_{(B-D)_1}^2}$$

$$U_1 = \frac{100.50}{(80)^2} + \frac{100.60}{(180)^2} = 0.97$$

2. Güzergah için yararlılık fonksiyonu :

$$U_2 = \frac{P_B \cdot P_C}{d_{(B-C)_2}^2} + \frac{P_B \cdot P_D}{d_{(B-D)_2}^2}$$

$$U_2 = \frac{100.40}{(70)^2} + \frac{100.60}{(220)^2} = 0.94$$

Bulunan bu yarar fonksiyonları çekim modelinde yerine yazılırsa;

$$P_{AC}^1 = \frac{0.97}{0.97 + 0.94} = 0.51$$

$$P_{AC}^2 = 1 - 0.51 = 0.49$$

Sonuç olarak 1 No.lu güzergahın tercih edilme olasılığı 0.51, 2 No.lu güzergahın tercih edilme olasılığı ise 0.49 olarak bulunmaktadır.

Link ağırlık matrisleri bulunan değerlere göre yazılırsa ;

$$P_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0.72 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.51 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$P_5 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0.51 \\ 0.72 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$P_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0.72 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0.49 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$P_6 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.72 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0.49 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$P_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0.28 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0.51 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$P_7 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.28 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0.51 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$P_4 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0.28 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.49 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$P_8 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.49 \\ 0.28 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Yukarıda yazılan link ağırlık matrisleri incelense iki düğüm noktasını birleştiren linkin bir yönü için yazılan matrisin transpozesi alındığında diğer yön için olan link ağırlık matrisini verdiği görülmektedir.

### LOGIT model yaklaşımı

Logit model ulaşırma planlamasının türel ayırım aşamasında kullanılan bir tüketici davranışı modelidir. Bu modelin genel formu aşağıdaki gibidir.

$$P(i) = \frac{e^{U_i}}{\sum_i e^{U_i}} \quad (7)$$

Burada;

i : Ulaşım türü numarası

U : Yarar Fonksiyonu

P(i) : i ulaşım türünün seçilme olasılığı

$U_i$  yarar fonksiyonu, tüketicilerin i ulaşım türünü seçmek için göz önünde bulunduracakları kriterleri içermek zorundadır. Hangi türün tüketiciye olan faydası fazla ise o tür seçilmektedir. Bu kriterler, kullanıcının karakteristikleri, yolculuğun karakteristikleri ve ulaştırma sistemi karakteristikleri olarak üç grup altında toplanabilirler. Bunlar aşağıda gösterilmiştir (Tunç, 2003).

#### 1- Kullanıcının karakteristikleri

- Otomobilden yararlanma olanağı
- Otomobil sahipliği
- Aile yapısı
- Gelir durumu
- Kent merkezine uzaklık

#### 2- Yolculuğun karakteristikleri

- Yolculuk amacı
- Yolculuğun zamanı

#### 3- Ulaştırma sistemi karakteristikleri

- Maliyet
- Süre
- Konfor ve uygunluk
- Güvenlik
- Güvenirlilik/düzenlilik

Eğer bir ulaşırma ağı için yalnızca iki farklı ulaşım türü varsa, (7) No.lu formül (8) No.lu eşitlik şekline dönüşür.

$$P_1 = \frac{e^{U_1}}{e^{U_1} + e^{U_2}} \quad (8)$$

Burada;

$U_1, U_2$  : Sırasıyla 1 ve 2 no'lu ulaşım türlerinin yararlılık fonksiyonu

$P_1$  : 1 no'lu ulaşım türünün seçilme olasılığı

Ulaştırma planlamasının türel ayırım aşamasında bu model kalibre edilerek hangi ulaşırma türünün hangi oranla seçileceği belirlenmektedir. İki ulaşım türü için kalibrasyon kolay olmasına kar-

şılık ikiden fazla yani çoklu türel ayırım modellerinin kalibrasyonu için maksimum olasılık yöntemi kullanılmaktadır.

Logit modeli başlangıç son matrislerinin tahmini probleminde gerek duyulan link ağırlık matrislerinin bulunması için kullanabiliriz.

Link ağırlık matrislerinin amacı iki düğüm noktası arasında sürücüler tarafından tercih edilebilecek birden fazla güzergah varsa, hangi güzergahın hangi oranla seçileceğinin matris formunda gösterilmesidir.

Yukarıda anlatılan, çekim modeli ile link ağırlık matrislerinin tahmini bölümünde, (5) no'lu eşitlikte gösterilen yararlılık fonksiyonu, Logit model yaklaşımında da kullanılmaktadır. Bu denklem yardımıyla hesaplanan, yararlılık fonksiyonlarının eşitlik (8)'de yerine yazılmasıyla, güzergahların tercih olasılıkları belirlenmektedir.

Şekil 1'deki ulaştırma ağı örneğindeki link ağırlık matrisleri, logit modele göre hesaplanmıştır.

Çekim modeli yaklaşımında bulunan yararlılık fonksiyonları değişmeyeceğinden, bu yaklaşımda da aynı değerler kullanılmıştır. Bu yararlılık fonksiyonları Logit modelde yerine yazılırsa;

A → C Arası için:

1. Güzergah A → B → C

2. Güzergah A → D → C

$$P_1 = \frac{e^{U_1}}{e^{U_1} + e^{U_2}}$$

$$P_2 = 1 - P_1$$

$$P_1 = \frac{e^{0.87}}{e^{0.87} + e^{0.332}} = 0.63$$

$$P_2 = 1 - 0.63 = 0.37$$

Sonuç olarak 1 no lu güzergahın tercih olasılığı 0.63, 2 no' lu güzergahın tercih olasılığı ise 0.37 olarak bulunmuş olur.

B → D Arası için:

1. Güzergah B → A → D

2. Güzergah B → C → D

$$P_1 = \frac{e^{U_1}}{e^{U_1} + e^{U_2}}$$

$$P_2 = 1 - P_1$$

$$P_1 = \frac{e^{0.97}}{e^{0.97} + e^{0.94}} = 0.50$$

$$P_2 = 1 - 0.50 = 0.50$$

Sonuç olarak 1 ve 2 No.lu güzergahın tercih olasılığı 0.50 olarak bulunmaktadır.

Link ağırlık matrisleri bulunan değerlere göre yazılırsa ;

$$P_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0.63 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.5 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$P_5 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0.5 \\ 0.63 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$P_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0.63 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0.5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$P_6 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.63 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0.5 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$P_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0.37 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0.5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$



$$P_7 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.37 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0.5 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$P_4 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0.37 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.5 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$P_8 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.5 \\ 0.37 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Yine aynı şekilde bir yön için yazılan matrisin transpozesi alındığında diğer yön için olan link ağırlık matrisini vermektedir.

## Sonuçlar

Çalışma kapsamında önerilen çekim modeli ve logit model, tıkanıklık etkisi olmayan ulaştırma ağlarında çoklu güzergah durumunda link ağırlık matrislerinin belirlenmesini kolaylaştırmaktadır. Bu modeller sayesinde, ulaştırma ağındaki iki düğüm noktası arasında taşıtlar tarafından tercih edilebilecek birden fazla güzergah olması durumunda, hangi güzergahın hangi oranda tercih edileceği tahmin edilmektedir.

Güzergahın çekim kapasitesini belirlemek amacıyla, ekonomik bir kriter olan nüfus kullanılmıştır. Düğüm noktalarındaki illerin nüfus bilgileri elde edilmesi kolay bilgiler olduğu için, illerde güzergahların tercih olasılıkları değiştiğinde güncellenmesi kolay olacaktır.

## Kaynaklar

- Abrahamsson, T., (1998). Estimation of origin-destination matrices using traffic counts-a literature survey, IIASA interim report, Laxenburg, Austria.
- Bell, M.G.H., (1991). The estimation of origin-destination matrices by constrained generalized least squares, *Transportation Research*, **B25**, 13-22.

- Casey, H.S., (1955). Applications to traffic engineering of the law of retail gravitation, *Traffic Quarterly*, **IX**, 1, 23-35.
- Dial, R.B., (1971). A probabilistic multi-path traffic assignment model which obviates path enumeration, *Transportation Research*, **5**, 2, 83-11.
- Erlander, S., Nguyen, S. ve Stewart, N., (1979). On the calibration of the combined distribution / assignment model, *Transportation Research*, **B13**, 259-267.
- Fisk, C.S. ve Boyce, D.E., (1983). A note on trip matrix estimation from link traffic data, *Transportation Research*, **B17**, 245-250.
- Jörnsten, K. ve Nguyen, S. (1979). On the estimation of trip matrix from network data, Technical Report LiTH-MAT-R-79-36, Department of Mathematics, University of Linköping, Linköping, Sweden.
- Kawakami, S., Lu, H. ve Hirobata, Y., (1992). Estimation of origin-destination matrices from link counts considering the interaction of the traffic modes, *Papers in Regional Science*, **71**, 2, 139-152.
- Maher, M., (1983). Inferences on trip matrices from observations on link volumes: a Bayesian statistical approach, *Transportation Research*, **B17**, 435-447.
- Ortuzar, J.D.D. ve Willumsen, L.G., (1990). *Modeling Transport*, 239-297, J. Wiley & Sons, England.
- Robillard, P., (1975). Estimating the O-D matrix from observed link volumes, *Transportation Research*, **9**, 123-128.
- Spiess, H., (1987). A maximum likelihood model for estimating origin-destination matrices, *Transportation Research*, **B21**, 395-412.
- Spiess, H., (1990). A descent based approach for the OD matrix adjustment problem, Special Publication. 693, Centre de recherche sur les transports Université de Montréal, Montréal, Kanada.
- Tunç, A., (2003). *Trafik mühendisliği ve uygulamaları*, Asil Yayın Dağıtım, Feryal Matbaacılık, Ankara
- Van Zuylen, H.J. ve Willumsen, L.G., (1980). The most likely trip matrix estimated from traffic counts, *Transportation Research*, **B14**, 281-293.
- Wardrop, J., (1952). Some theoretical aspect of road traffic research, *Proceedings Institute Civil Engineers Part II*, 325-378.
- Willumsen, L.G., (1984). Estimating time-dependent trip matrices from traffic counts, *In Proc. of Ninth International symposium on transportation and traffic theory*, Hollanda.