

Kompozit plakların dinamik nonlinear davranışı

Hakan TANRIÖVER*, Erol ŞENOCAK

İTÜ Makina Fakültesi, Makina Mühendisliği Bölümü, Gümüşsuyu, 34439, İstanbul

Özet

Bu çalışma kapsamında Galerkin yöntemi kullanılarak kompozit plakların dinamik nonlinear davranışları üzerine analizler gerçekleştirildi. Birinci dereceden kayma şekil değiştirmesi teorisi ve von Karman tipi nonlinearlik kullanıldı ve olayı yöneten diferansiyel denklemler, plak yer değiştirme fonksiyonlarına yaklaşım için uygun polinomların seçilmesi ile çözüldü. Galerkin ve Newton-Raphson yöntemleri Newmark doğrudan zaman integrasyonu yöntemiyle beraber kullanılarak kompozit plakların dinamik büyük çökme analizleri araştırıldı. Elde edilen çözümler Chebyshev serileri ve sonlu elemanlar yöntemlerinin çözümleri ile karşılaştırıldı. Bu yaklaşım yöntemlerinin sonuçları ile uyum içinde kalındığı gözlemlendi. Çözüm aşamasında işlemler mümkün olduğunca analitik olarak yapıldı ve bütün problemlerde analitik-sayısal tip yaklaşım uygulandı.

Anahtar Kelimeler: Galerkin yöntemi, plaklar, büyük çökme, zaman integrasyonu.

Dynamic nonlinear behavior of composite plates

Abstract

Employing Galerkin technique, analyses on the dynamic nonlinear behavior of composite plates are performed in the course of this study. First order shear deformation theory and von Karman type nonlinearity are utilized and the governing differential equations are solved by choosing suitable polynomials as trial functions to approximate the plate displacement functions. The trial functions satisfy the geometric boundary conditions, whereas natural boundary conditions are not satisfied. In this case, simultaneous approximation is made to the solutions of differential equations and to the boundary conditions. The choice of trial functions is crucial to approximate the two dimensional displacement field. Dynamic large deflection analysis of composite plates is investigated using the Galerkin and the Newton-Raphson methods with Newmark direct time integration scheme. In order to demonstrate the applicability of the present method, linear transient analysis of an isotropic plate is considered at first. Geometrically nonlinear transient analysis of a cross-ply laminate is accomplished as a case study. The solutions are compared to that of Chebyshev series and finite elements. A very close agreement has been observed with these approximating methods. The method is found to determine closely the displacements with a few number of terms. In the solution process, analytical computation has been done wherever it is possible, and analytical-numerical type approach has been made for all problems.

Keywords: Galerkin method, plates, large deflection, time integration.

*Yazışmaların yapılacağı yazar: Hakan TANRIÖVER. hakant@itu.edu.tr; Tel: (212) 293 13 00 dahili: 2579.

Bu makale, birinci yazar tarafından İTÜ Makina Fakültesi'nde tamamlanmış olan "Dynamic nonlinear behavior of composite plates" adlı doktora tezinden hazırlanmıştır. Makale metni 08.11.2005 tarihinde dergiye ulaşmış, 14.12.2005 tarihinde basım kararı alınmıştır. Makale ile ilgili tartışmalar 30.11.2006 tarihine kadar dergiye gönderilmelidir.

Giriş

Kompozit katmanlı plakların kullanım alanları gelişen teknoloji ile birlikte artmıştır; uçaklar, roketler, gemiler, otomobiller vb. Katmanlı plaklar üzerine literatürde yapılmış oldukça fazla yayın vardır ve halen çalışmalar sürmektedir. Büyük çökme altındaki plakların nonlinear davranışını inceleyen yayınlarda çoğunlukla von Karman plak teorisinden faydalanılmıştır. Büyük çökme analizlerini içeren yayınların kapsamlı listesi literatürde bulunabilir (Chia, 1988; Sathyamoorthy, 1998; Reddy, 1997).

Bağlaşık (coupled) nonlinear kısmi diferansiyel denklemlerin çözümünde pek çok yöntem (örneğin sonlu elemanlar, Fourier serileri, Rayleigh-Ritz, Galerkin) kullanılmıştır. Ağırlıklı kalanlar yöntemleri arasında Galerkin yöntemi diferansiyel denklemlerin çözümü için kuvvetli bir sayısal çözüm tekniğidir. Bu yöntemde diferansiyel denklem doğrudan kullanılabilir, dolayısıyla bir fonksiyonelin olmasına ihtiyaç yoktur (Zienkiewicz ve Morgan, 1983; Finlayson, 1972). Deneme fonksiyonlarının tüm sınır şartlarını sağlaması şartı yoktur ve bu da yönteme bir esneklik sağlar.

Tanrıöver ve Şenocak daha önceki çalışmalarında Galerkin yöntemini Newton-Raphson yöntemi ile birleştirerek değişik sınır şartları altındaki katmanlı plakların büyük çökme analizlerine uyguladılar (Şenocak ve Tanrıöver, 2001; Tanrıöver ve Şenocak, 2004a). Bu çalışmalarda von Karman plak teorisinden faydalandı ve olayı yöneten diferansiyel denklemler uygun polinomların plak yer değiştirme fonksiyonlarına yaklaşım için seçilmesi ile çözüldü. Deneme fonksiyonları geometrik sınır şartlarını sağlayacak şekilde oluşturuldu. Çözüm esnasında işlemler mümkün olduğunca analitik olarak yapıldı. Tüm problemlere analitik-sayısal tip yaklaşım yapıldı. Hesaplamalar sembolik olarak ticari bilgisayar matematik programı *Mathematica*TM içerisinde yapıldı (Wolfram, 1988).

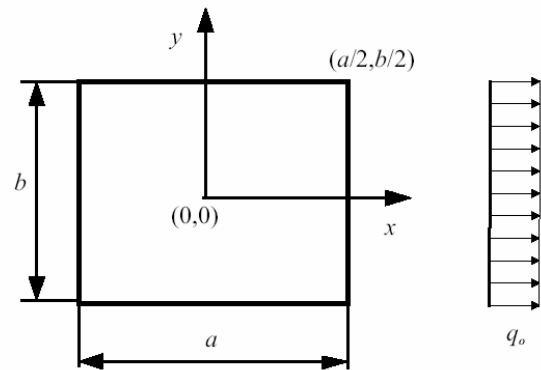
Katmanlı plakların geometrik nonlinear dinamik cevabını pek çok araştırmacı değişik yöntemler ile incelediler. Bauer (1968) izotropik plakların nonlinear geçişken problemini uygun bir gerilme fonksiyonu seçerek ve Ritz-Galerkin yöntemini uygulayarak çözdü. Sonlu elemanlar yöntemini

Newmark zaman integrasyonu tekniği ile birlikte kullanarak Reddy (1983a) ve (1983b) plakların lineer ve nonlinear geçişken analizini yaptı. Ali ve Al-Noury (1986) kapalı (implicit) sonlu farklar yöntemi ile dikdörtgen plakların nonlinear dinamik problemini araştırdı. Chen vd. (2000) plakların nonlinear geçişken analizi için bir yarı-analitik sonlu şeritler yöntemini geliştirdiler. Wang vd. (2000) şerit eleman yöntemi için dönme atalet terimini içerecek şekilde bir formülasyon öne sürdüler. Nath ve Shukla (2001) kompozit plakların nonlinear geçişken problemlerine Chebyshev serileri (CS) tekniğini uyguladılar. Yakın zamanda yapılan bir çalışmada Chebyshev-kollokasyon yöntemi ile Newmark tekniği von Karman plak teorisine uygulandı (Kirby ve Yosibash, 2004).

Yazarlar en son yaptıkları çalışmalarda Galerkin yöntemini kompozit plakların nonlinear dinamik analizlerinde kullandılar (Tanrıöver ve Şenocak, 2004b; Tanrıöver ve Şenocak, 2004c). Bu çalışmalarda von Karman tipi nonlinearlık göz önüne alındı ve Galerkin ile Newton-Raphson yöntemleri Newmark zaman integrasyonu yöntemiyle birleştirilerek kullanıldı. Elde edilen çözümler sonlu şeritler (finite strips) yönteminin verdiği çözümler (Chen vd., 2000) ile karşılaştırıldı.

Denklemler

Boyutları a , b ve kalınlığı h olan dikdörtgen ince bir plak ele alalım. Koordinat sisteminin başlangıcını şekil değiştirmemiş plak orta düzleminin merkezine oturtalım (bakınız Şekil 1). Plagın birbirine iyice yapışmış ortotropik katmanlardan oluştuğunu ve düzgün yayılı q_0 yüküne maruz kaldığını farz edelim.



Şekil 1. Plak geometrisi ve yükleme durumu

Birinci dereceden kayma şekil değiştirmesi teorisi kabulleri altında ve von Karman tipi geometrik nonlinearlık ile; u , v ve w plağın herhangi bir noktasının sırasıyla x , y ve z doğrultusundaki yer değiştirmeleri ve $u^0(x,y)$, $v^0(x,y)$, $w^0(x,y)$ bu noktalara karşılık gelen plak orta düzlemindeki noktalarının sırasıyla x , y , ve z doğrultularındaki yer değiştirmeleri olsun. Bu kabuller altında yer değiştirme alanı;

$$\begin{aligned} u(x,y,z,t) &= u^0(x,y,t) + \phi_x(x,y,t)z, \\ v(x,y,z,t) &= v^0(x,y,t) + \phi_y(x,y,t)z, \\ w(x,y,z,t) &= w^0(x,y,t). \end{aligned} \quad (1)$$

Burada ϕ_x ve ϕ_y plak kesit normalinin sırasıyla y ve x eksenleri etrafındaki dönmeleridir. İlgili gerinme ifadeleri;

$$\begin{aligned} \varepsilon_x &= \varepsilon_x^0 + \kappa_x z, \quad \varepsilon_y = \varepsilon_y^0 + \kappa_y z, \\ \gamma_{xy} &= \gamma_{xy}^0 + \kappa_{xy} z, \\ \gamma_{xz} &= \gamma_{xz}^0, \quad \gamma_{yz} = \gamma_{yz}^0, \end{aligned} \quad (2)$$

şeklinde yazılabilir. Geometrik nonlinearlık von Karman tipinde ele alındığında gerinme yer değiştirme ilişkisi;

$$\begin{aligned} \varepsilon_x^0 &= u_{,x}^0 + \frac{1}{2} w_{,x}^2, \\ \varepsilon_y^0 &= v_{,y}^0 + \frac{1}{2} w_{,y}^2, \\ \gamma_{xy}^0 &= u_{,y}^0 + v_{,x}^0 + w_{,x} w_{,y}, \\ \gamma_{xz}^0 &= w_{,x} + \phi_x, \\ \gamma_{yz}^0 &= w_{,y} + \phi_y, \end{aligned} \quad (3)$$

ve eğrilikler;

$$\begin{aligned} \kappa_x &= \phi_{x,x}, \quad \kappa_y = \phi_{y,y}, \\ \kappa_{xy} &= \phi_{x,y} + \phi_{y,x}, \end{aligned} \quad (4)$$

şeklinde verilebilir. Denklemlerde alt indiste kullanılan virgöl, türev manasına gelmektedir.

Kompozit katmanlı bir plak için bünye denkleminin genel ifadesi;

$$\begin{Bmatrix} \mathbf{N} \\ \mathbf{M} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{B} \\ \mathbf{B} & \mathbf{D} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \boldsymbol{\varepsilon} \\ \boldsymbol{\kappa} \end{Bmatrix} \quad (5)$$

şeklinindedir. Burada \mathbf{N} düzlem-içi kuvvetler ve \mathbf{M} momentlerdir. Ayrıca kesme kuvvetleriyle kaymalar arasında;

$$\begin{Bmatrix} Q_y \\ Q_x \end{Bmatrix} = K \begin{bmatrix} A_{44} & A_{45} \\ A_{45} & A_{55} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \gamma_{yz}^0 \\ \gamma_{xz}^0 \end{Bmatrix} \quad (6)$$

bağıntısı vardır. Burada Q kesme kuvveti ve K kayma düzeltme katsayısıdır (Whitney, 1987). A_{ij} , B_{ij} ve D_{ij} simetrik matrislerdir ve aşağıdaki gibi tanımlanmışlardır.

$$(A_{ij}, B_{ij}, D_{ij}) = \int_{-h/2}^{h/2} (1, z, z^2) Q_{ij} dz. \quad (7)$$

Burada Q_{ij} ilgili indirgenmiş katılık katsayılarıdır. Plağa ait beş hareket denklemi aşağıdaki gibi yazılabilir (Reddy, 1997).

$$\begin{aligned} R_1 &= N_{x,x} + N_{xy,y} - I_0 u_{,tt} - I_1 \phi_{x,tt}, \\ R_2 &= N_{xy,x} + N_{y,y} - I_0 v_{,tt} - I_1 \phi_{y,tt}, \\ R_3 &= Q_{x,x} + Q_{y,y} + (w_{,x} N_x + w_{,y} N_{xy})_{,x} \\ &+ (w_{,y} N_y + w_{,x} N_{xy})_{,y} + q_o - I_0 w_{,tt} = 0, \\ R_4 &= M_{x,x} + M_{xy,y} - Q_x - I_1 u_{,tt} - I_2 \phi_{x,tt}, \\ R_5 &= M_{xy,x} + M_{y,y} - Q_y - I_1 v_{,tt} - I_2 \phi_{y,tt}, \end{aligned} \quad (8)$$

burada $\rho^{(i)}$, i 'inci katmanın yoğunluğu olmak üzere I_0, I_1 ve I_2 şu şekilde tanımlanır:

$$(I_0, I_1, I_2) = \int_{-h/2}^{h/2} (1, z, z^2) \rho^{(i)} dz. \quad (9)$$

Hareket denklemleri yer değiştirmeler cinsinden bünye denklemleri ve gerinme-yer değiştirme ilişkileri kullanılarak bulunabilir. Burada denk-

lemlerin açık hali verilmemiştir (detaylı bilgi için Tanrıöver, 2004).

Çözümleme

Galerkin yönteminde geometrik sınır şartlarını sağlayacak şekilde uygun deneme fonksiyonları atanır. Bu durumda yer değiştirme alanı için yaklaşım genel olarak;

$$\begin{aligned}
 u_0 &= \sum_{m=0}^M \sum_{n=0}^N a_{mn}(t) U_{mn}(x, y), \\
 v_0 &= \sum_{m=0}^M \sum_{n=0}^N b_{mn}(t) V_{mn}(x, y), \\
 w &= \sum_{m=0}^M \sum_{n=0}^N c_{mn}(t) W_{mn}(x, y), \\
 \phi_x &= \sum_{m=0}^M \sum_{n=0}^N d_{mn}(t) S_{mn}(x, y), \\
 \phi_y &= \sum_{m=0}^M \sum_{n=0}^N e_{mn}(t) T_{mn}(x, y),
 \end{aligned} \tag{10}$$

şeklinde ifade edilebilir. Burada a, b, c, d ve e zamana bağlı bilinmeyen katsayılar, U, V, W, S ve T deneme fonksiyonlarıdır. M ve N sırasıyla x ve y doğrultularındaki terim sayılarıdır. Deneme fonksiyonları için geometrik sınır şartlarını sağlayan fakat doğal (natural) sınır şartlarını sağlamayan polinomlar kullanılmıştır. Bu durumda sınır şartları da Galerkin denklemlerine katılmıştır.

Deneme fonksiyonları aşağıdaki gibi ağırlıklanmış polinomlardır.

$$\begin{aligned}
 U_{mn} &= \Phi_1 x^m y^n, \\
 V_{mn} &= \Phi_2 x^m y^n, \\
 W_{mn} &= \Phi_3 x^m y^n, \\
 S_{mn} &= \Phi_4 x^m y^n, \\
 T_{mn} &= \Phi_5 x^m y^n.
 \end{aligned} \tag{11}$$

Burada Φ_i ($i=1, \dots, 5$) ağırlık fonksiyonlarıdır. Denklem 10, yer değiştirmeler cinsinden yazılmış hareket denklemlerine ve ilgili sınır şartla-

rına götürülürse plak domenindeki ve sınırlarındaki kalanlar ortaya çıkar. Bu kalanlar her bir deneme fonksiyonuna ortogonal olmaya zorlanırsa, aşağıdaki Galerkin denklemlerine ulaşılır.

$$\int_{-a/2}^{a/2} \int_{-b/2}^{b/2} U_{mn} R_1 dx dy - \int_{-b/2}^{b/2} U_{mn} N_x \Big|_{x=\pm a/2} dy - \int_{-a/2}^{a/2} U_{mn} N_y \Big|_{y=\pm b/2} dx = 0, \tag{12a}$$

$$\int_{-a/2}^{a/2} \int_{-b/2}^{b/2} V_{mn} R_2 dx dy - \int_{-a/2}^{a/2} V_{mn} N_y \Big|_{y=\pm b/2} dx - \int_{-b/2}^{b/2} V_{mn} N_x \Big|_{x=\pm a/2} dy = 0, \tag{12b}$$

$$\int_{-a/2}^{a/2} \int_{-b/2}^{b/2} W_{mn} R_3 dx dy = 0, \tag{12c}$$

$$\int_{-a/2}^{a/2} \int_{-b/2}^{b/2} S_{mn} R_4 dx dy - \int_{-b/2}^{b/2} S_{mn} M_x \Big|_{x=\pm a/2} dy = 0, \tag{12d}$$

$$\int_{-a/2}^{a/2} \int_{-b/2}^{b/2} T_{mn} R_5 dx dy - \int_{-b/2}^{b/2} T_{mn} M_y \Big|_{y=\pm a/2} dx = 0, \tag{12e}$$

Zaman integrasyonu

Denklem 12'yi zamanda ayırklaştırmak için Newmark doğrudan integrasyon tekniği uygulandı (Newmark, 1959). Newmark tekniğinde her hangi bir U yer değiştirme alanının zamana göre birinci türevi ve kendisine aşağıdaki şekilde yaklaşım yapılır.

$$\begin{aligned}
 \dot{U}_{n+1} &= \dot{U}_n + \Delta t \left[(1-\gamma) \ddot{U}_n + \gamma \ddot{U}_{n+1} \right], \\
 U_{n+1} &= U_n + \dot{U}_n \Delta t + \Delta t^2 \left[(1-2\beta) \ddot{U}_n + 2\beta \ddot{U}_{n+1} \right] / 2,
 \end{aligned} \tag{13}$$

Burada yapılan tüm analizlerde γ ve β parametreleri sırasıyla $1/2$ ve $1/4$ olarak alındı. Denklem 13'te başlangıç yer değiştirme ve hız alanları sıfır olarak atandı. Daha sonra başlangıç ivme

alanı, başlangıç yer değiştirme alanını Denklem 12'de yerine koyarak ortaya çıkan doğrusal denklem sisteminin çözülmesi ile bulundu. Her zaman adımında hareket denklemlerine Galerkin yöntemi uygulandı ve ortaya çıkan a_{mn} , b_{mn} , c_{mn} , d_{mn} ve e_{mn} katsayılarına bağlı nonlineer denklemler Newton-Raphson tekniği ile çözüldü.

Sayısal örnekler

Sunulan tekniğin doğrulanması açısından ilk sayısal örnek izotropik bir plağın doğrusal geçişken analizi olarak seçildi. Problemden kullanılan malzeme, geometri özellikleri ve yükleme durumu Reddy (1983a) tarafından yapılan çalışmadan alındı ve aşağıda belirtildi.

$$E_2 = 2.1 \times 10^6 \text{ N/cm}^2, \rho = 8 \times 10^{-6} \text{ N sec}^2/\text{cm}^4, \\ \nu = 0.25, a = b = 25 \text{ cm}, h = 5 \text{ cm}, \\ q_o = 10 \text{ N/cm}^2.$$

Plağa ait sınır şartı

$$x = \pm a/2 \Rightarrow u^0 = N_{xy} = w = M_x = \phi_y = 0, \\ y = \pm b/2 \Rightarrow v^0 = N_{xy} = w = M_y = \phi_x = 0. \quad (14)$$

İlgili ağırlık fonksiyonları

$$\Phi_i = (x^2 - a^2/4)(i=1,5), \\ \Phi_i = (y^2 - b^2/4)(i=2,4), \\ \Phi_3 = (x^2 - a^2/4)(y^2 - b^2/4) \quad (15)$$

şeklinde alındı.

Newmark yönteminde zaman adımı $\Delta t = 2\mu\text{sec}$ olarak seçildi. Galerkin yöntemi (GM) ile ve Reddy (1983a) tarafından sonlu elemanlar (FEM) kullanılarak yapılan analizlerin sonuçları Şekil 2'de verilmiştir.

Kompozit plakların nonlineer dinamik davranışı için simetrik olmayan çapraz-katmanlı plak örnek olarak seçildi.

Çapraz-katmanlı $[0^0/90^0/0^0/90^0]$ dizilişli plak için fiziksel özellikler Nath ve Shukla (2001)

tarafından yapılan çalışmadan alınmıştır ve aşağıda görülebilir.

$$E_1/E_2 = 25, G_{12}/E_2 = G_{13}/E_2 = 0.5, \\ G_{23}/E_2 = 0.2, \nu_{12} = 0.25, a = b, a/h = 10. \quad (16)$$

Bahsi geçen çalışmada aşağıdaki boyutsuz değişkenler kullanıldı.

$$q' = \frac{q_o a^4}{E_2 h^4}, \quad w' = \frac{w}{h}, \quad \tau = t \sqrt{\frac{4A_{22}}{I_0 h^2 \xi^2}}, \quad (17)$$

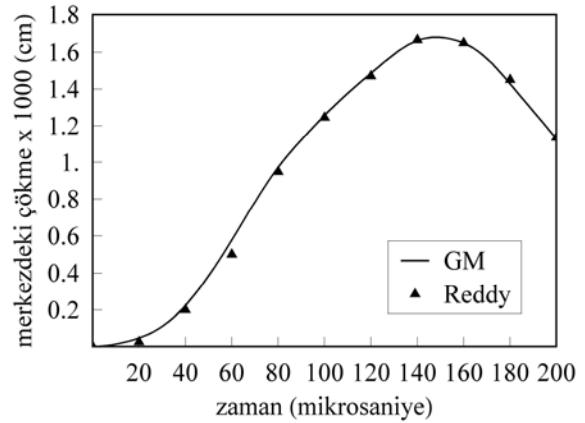
burada $\xi = a/h$.

Çapraz-katmanlı plak $q' = 125$ basamak yükü ve aşağıdaki sınır şartı altındadır.

$$x = \pm a/2 \Rightarrow u^0 = v^0 = w = M_x = \phi_y = 0, \\ y = \pm b/2 \Rightarrow u^0 = v^0 = w = M_y = \phi_x = 0. \quad (18)$$

Bu sınır şartı ile ilgili olarak ağırlık fonksiyonları ise aşağıda verilmiştir;

$$\Phi_i = (x^2 - a^2/4)(y^2 - b^2/4), \quad i=1, \dots, 3, \\ \Phi_4 = (y^2 - b^2/4), \\ \Phi_5 = (x^2 - a^2/4). \quad (19)$$



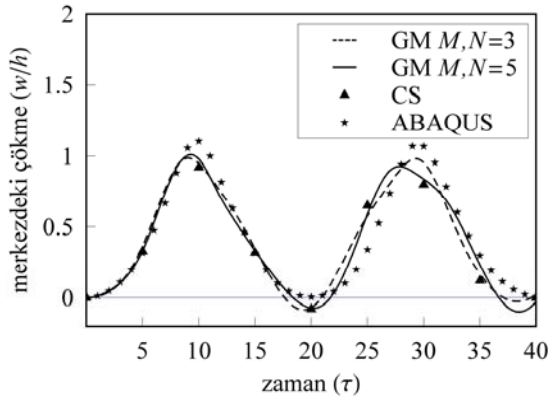
Şekil 2. Plak merkezinin zamana bağlı çökmesi

Bu analizde zaman adımı Nath ve Shukla (2001) tarafından verilen $\Delta \tau = 0.1$ ile aynı seçilmiştir. Plak ayrıca ticari bir sonlu elemanlar yazılımı olan ABAQUS (2003) ile de aynı zaman adımı seçilerek analiz edilmiştir. ABAQUS programında

S4 tipi elemanlar ve 10×10 eleman ağı kullanılmıştır. GM, CS tekniklerinden ve ABAQUS programından elde edilen sonuçlar Şekil 3'te verilmiştir.

Sonuçlar

Kompozit plakların dinamik büyük çökme analizleri basit ve etkin bir çözüm tekniğiyle gerçekleştirildi. Burada Newmark doğrudan zaman integrasyonu tekniği, Galerkin ve Newton-Raphson yöntemleri ile birleştirilerek plakların dinamik davranışı çözümlendi. Yer değiştirme alanları az sayıda terim alınarak yeterince iyi belirlendi. Yöntemden elde edilen sonuçlar diğer yöntemlerin (Chebyshev serileri, sonlu elemanlar) verdiği sonuçlar ile karşılaştırıldı. Sonuçların uyum içinde olduğu gözlemlendi.



Şekil 3. Çapraz-katmanlı plağın merkezinin zamana (τ) bağlı çökmesi (w')

Kaynaklar

- ABAQUS User's Examples and Theory Manual, (2003). Version 6.4, ABAQUS Inc., Providence, RI, USA.
- Ali, S.A. ve Al-Noury, S., (1986). Nonlinear dynamic response of rectangular plates, *Computers and Structures*, **22**, 4, 621-9.
- Bauer, H.F., (1968). Nonlinear response of elastic plates to pulse excitations, *Jornal of Applied Mechanics*, **35**, 1, 47-52.
- Chen, J., Dawe, D. J. ve Wang, S., (2000). Nonlinear transient analysis of rectangular composite laminated plates, *Composite Structures*, **49**, 129-39.
- Chia, C. Y., (1988). Geometrically nonlinear behavior of composite plates, *ASME Applied Mechanics Review*, **41**, 12, 439-51.
- Finlayson, B. A., (1972). *The Method of Weighted Residuals and Variational Principles*, 7-14, Academic Press, New York.

- Kirby, R.M. ve Yosibash, Z., (2004). Solution of von Karman dynamic non-linear plate equations using a pseudo-spectral method, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, **193**, 575-99.
- Nath, Y. ve Shukla, K. K., (2001). Nonlinear transient analysis of moderately thick laminated rectangular plates, *Journal of Sound and Vibration*, **247**, 3, 509-26.
- Newmark, N. M., (1959). A Method of computation for structural dynamics, *ASCE Journal of the Engineering Mechanics Division*, **8**, 67-94.
- Reddy, J. N., (1983a). Dynamic transient analysis of layered anisotropic composite material plates, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, **19**, 237-55.
- Reddy, J. N., (1983b). Geometrically nonlinear transient analysis of laminated composite plates, *American Institute of Aeronautics and Astronautics Journal*, **21**, 4, 621-9.
- Reddy, J. N., (1997). *Mechanics of Laminated Composite Plates*, CRC Press, New York.
- Sathyamoorthy, M., (1998). *Nonlinear Analysis of Structures*, CRC Press, New York.
- Şenocak, E. ve Tanrıöver, H., (2001). Large deflection analysis of laminated composite plates. *Proceedings of 6th Pasific International Conference on Aerospace Science and Technology*, Kaohsiung, Taiwan.
- Tanrıöver, H. ve Şenocak, E., (2004a). Large deflection analysis of unsymmetrically laminated composite plates: Analytical-numerical type approach, *International Journal of Non-Linear Mechanics*, **39**, 8, 1385-92.
- Tanrıöver, H. ve Şenocak, E., (2004b). Dynamic nonlinear behavior of composite plates, *Proceedings of ASCE Aerospace Division International Conference on Engineering, Construction, and Operations in Challenging Environments (Earth & Space 2004)*, TX, USA.
- Tanrıöver, H. ve Şenocak, E., (2004c). Nonlinear transient analysis of orthotropic plates, *Journal of Aerospace Engineering*, hakem aşamasında.
- Tanrıöver, H., (2004). Dynamic nonlinear behavior of composite plates, *Doktora tezi*, İTÜ Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- Wang, Y.Y., Lam, K.Y. ve Liu, G.R., (2000). The effect of rotatory inertia on the dynamic response of laminated composite plate, *Composite Structures*, **48**, 265-73.
- Whitney, J. M., (1987). *Structural analysis of laminated anisotropic plates*, 263-311, Technomic Publ; Lancaster, Pennsylvania.
- Wolfram, S., (1988). *MathematicaTM: A system for doing mathematics by computer*, Addison-Wesley, Redwood City, CA.
- Zienkiewicz, O. C. ve Morgan, K., (1983). *Finite Elements and Approximation*, 39-95, John Wiley & Sons, Singapore.