

# Yapıların deprem davranışlarının iyileştirilmesi için çelik çapraz elemanların optimum yerleşimi

Ersin AYDIN\*, M. Hasan BODUROĞLU

İTÜ İnşaat Fakültesi, İnşaat Mühendisliği Bölümü, 34469, Ayazağa, İstanbul

## Özet

*Bu çalışmada, düzlem çerçeveler için X tipi çelik diyagonallerin optimum yerleşimi gösterildi. Optimum yerleşim diyagonallerin optimum yer ve büyüklükleri tanımlandı. Birinci mod etkisindeki kararlı yapısal davranış, başlangıç durumlarından ve giriş hareketinden bağımsız olan transfer fonksiyonları ile ifade edildi. Amaç fonksiyonları yapının birinci moduna karşı gelen transfer fonksiyonu tepe deplasmanı ve taban kesme kuvveti olarak seçildi. Optimizasyon yönteminde, tasarım değişkenleri olarak eklenen diyagonallere ait olan rijitlik parametreleri tanımlandı. Lagrange çarpanları yöntemi kullanılarak optimumluk kriterleri türetildi. Ortaya çıkan doğrusal olmayan denklem takımı en dik yön algoritması (Steepest Direction Search Algorithm) ile çözüldü. Yapının davranışı hem transfer fonksiyonlarına bağlı olarak hem de El Centro deprem kuvvetleri altında araştırıldı.*

**Anahtar Kelimeler:** Transfer fonksiyonu, deprem davranışı, yapı optimizasyonu, yapı iyileştirme.

## Optimal placement of steel diagonal braces for the rehabilitation of the earthquake response of the structures

### Abstract

*The different rehabilitation systems have been used to upgrade the seismic response of the structures. Common rehabilitation techniques were based on two basic approximations; to rehabilitate with adding new elements such as steel bracing and shear walls or to upgrade with selectively strengthening the deficient structural elements of the buildings. In this study, the optimal placement of X steel braces is presented for a planar building frame. The optimal placement is defined as the optimal size and location of the braces. Steady state response of the structure evaluated first undamped natural frequency is defined transfer functions that are independent on initial values and input excitation. The objective functions are chosen as the transfer function amplitude of the top displacement and the transfer function amplitude of the base shear force evaluated at the undamped fundamental natural frequency of the structure. In the optimization procedure, the stiffness parameters of the added braces are defined as the design variables. Principal optimality criteria are derived using Lagrange Multipliers Procedure. Obtained nonlinear equations are solved with "Steepest Direction Search" algorithm. Sensitivities of the objective function are derived analytically. A simplified algorithm for the state of the base shear force as objective function is shown. The response of the structure is investigated both the transfer function amplitude and the time history analysis values under El Centro earthquake forces.*

**Keywords:** Transfer function, earthquake behavior, structure optimization, rehabilitation of structure.

\*Yazışmaların yapılacağı yazar: Ersin AYDIN. ersina@itu.edu.tr; Tel: (212) 285 37 80.

Bu makale, birinci yazar tarafından İTÜ İnşaat Fakültesi'nde tamamlanmış olan "Yapıların deprem davranışlarının iyileştirilmesi için sönümleyicilerin ve çelik çapraz elemanların optimum yerleşimi" adlı doktora tezinden hazırlanmıştır. Makale metni 04.10.2005 tarihinde dergiye ulaşmış, 18.10.2005 tarihinde basım kararı alınmıştır. Makale ile ilgili tartışmalar 30.11.2006 tarihine kadar dergiye gönderilmelidir.

## Giriş

Deprem bölgelerindeki mevcut pek çok yapı modern sismik yöntemlere göre tasarlanmadığından bu yapılar oluşabilecek kuvvetli depremlere karşı yıkılma veya hasar görme riski altındadır. Bu tür yapıların çoğu, mevcut yönetmeliklerdeki kural ve detayların büyük kısmını gerçekleştirilmeyen yüklerle göre tasarlanmışlar ve yaşanan son depremlerde hasar görmüşlerdir. Bundan dolayı, kuvvetli deprem etkileri altında iyi performans gösteremeyeceklerdir. Bu yapıların çoğunda bulunan düşey ve yatay düzensizlikler de riski artırmaktadır. Düşeyde katlar arasındaki rijitlik farklılıklarından ortaya çıkan zayıf ve yumuşak kat etkileri, son depremlerde yapılarda oluşan hasar ve yıkılmaların büyük çoğunluğunun sebebi olmuştur. Bu noktada, araştırmalar bu tür mevcut yapıların sismik rehabilitasyonuna odaklanmıştır. Yapıların sismik performansını artırmak için farklı rehabilitasyon sistemleri kullanılmıştır. Yaygın rehabilitasyon yöntemleri iki temel yaklaşım üzerine kurulmuştur. Birincisi yapıya çelik diyagonal elemanlar veya perde duvarlar ekleyerek yapıyı iyileştirmek, diğeri ise betonarme yapılarda kolon kiriş gibi yapı elemanlarının mukavemetlerini artırarak veya kolon kiriş birleşim noktalarını güçlendirerek rehabilite etmek şeklindedir. Yapıların sismik davranışlarının iyileştirilmesi konusundaki son gelişmelerde, teknolojik sönümleyici elemanların kullanımına odaklanılmıştır. Bu teknolojik sönüm sistemleri, genel olarak aktif ve pasif sistemler diye ikiye ayrılabilir.

Yapıların rehabilitasyonu için çelik sistemleri kullanma tekniği, ilk olarak Japonya'da başlamıştır (Badoux, 1987). Depremlerden sonra hasar görmüş mevcut yapıların sismik kapasitelerini artırmak için bu sistemler kullanılmıştır. Bu rehabilitasyon uygulamaları dört farklı şekilde yapılmıştır. Bunlar:

- Çerçeve açıklığına çelik diyagonaller yerleştirilmesi (Mitchell ve Dandurand, 1988)
- Yapının dışına çelik kafes ve çerçeveler eklenmesi,
- Yapıya çelik levhalardan perdeler eklenmesi (Yamamoto ve Aoyama, 1987)
- Yapıya öngerilmeli çelik kablolar eklenmesi (Miranda, 1991) şeklindedir.

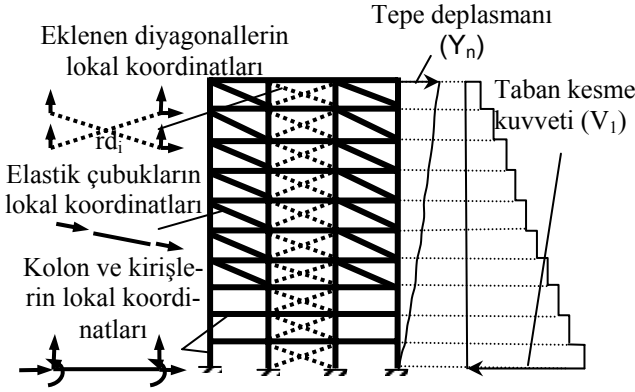
Yapıların çelik sistemler kullanılarak rehabilitasyonu konusunda Japonya'da bir çok deney yapılmıştır. Bu deney çalışmalarının çoğunda, boyutları indirgenmiş sistemler kullanılmıştır. Sugano (1989) tarafından, betonarme bir çerçevenin çelik sistemlerle rijitlik ve dayanımının artırıldığı gösterilmiştir. X tipi çelik diyagonaller mukavemetin artırılmasında, diğelerine göre daha iyi performans göstermiştir. Yapıları rehabilite etmek için çelik diyagonaller, bazı analitik çalışmalarda da kullanılmıştır (Vale-C, 1980; Vale-C vd., 1988; Downs vd., 1991).

Çelik elemanların yapıya eklenmesinin davranışı düşürdüğü bilinmektedir. Bu noktada en iyi yerleşim problemi ortaya çıkmaktadır. Çelik diyagonaller rijitlik elemanları olarak düşünülürse, problem rijitlik optimizasyonuna odaklanacaktır. Rijitlik optimizasyonu konusundaki, Takewaki (1997) tarafından, yapısal sistemlerin tekrar tasarımı için analitik bir yöntem gösterilmiştir. Tasarım değişkenleri olarak, k rijitlikleri alınırken c ve m sönüm ve kütle parametrelerinin bilindiği farz edilmiştir. Takewaki ve diğeleri (2000b), bu çalışmalarında toplam rijitlik kapasitesinin bir kümesi için yeni bir formülasyon amaçlamışlardır. Elastik olarak mesnetli bir kayma yapı modeli alt yapı kısımları ile bir bütün olarak alınmıştır. Takewaki ve Yoshitomi (1998) tarafından, optimum sönümleyici dağılımının sönümleyicilerin bağlandığı link elemanlarının rijitliğine bağlı olarak nasıl değiştiği araştırılmıştır. Takewaki (1999)'nin bu çalışmasında, eş zamanlı optimum rijitlik ve sönümleyici katsayılarını bulmak için, deformasyonları ve ivmeleri aynı zamanda kontrol eden gradyan temelli bir algoritma gösterilmiştir. Takewaki (2000a) tarafından yapısal sistemlerin rijitlik ve sönümün eş zamanlı optimizasyonu için bir algoritma önerilmiştir.

## Tepe deplasmanının minimizasyonu için optimum rijitlik dağılımı probleminin formülasyonu

Şekil 1'deki gibi, n katlı bir düzlem çerçeve düşünülün. Genelleştirilmiş koordinat sistemindeki yer değiştirme vektörü olarak  $x(t)$  tanımlanırken, kütlelerin düğümlerde toplandığı kabul edilsin. M çerçevenin kütle matrisi, K çerçeve-

nin rijitlik matrisi,  $K_e$  eklenen çubuklara ait rijitlik matrisi,  $C$  ise yapısal sönüm matrisi olarak gösterilsin. Çerçevenin rijitlik matrisi  $K$  ve kütle matrisi  $M$ 'nin elemanları bilinmektedir. Yapısal sönüm matrisi  $C=\alpha M+\beta K_T$ , rijitlik ve kütle ile orantılı olarak seçilmiştir.  $K_T$ , çerçeve ve eklenen çubukların rijitlik matrislerinin toplamıdır. Yapıda  $i$ . kat'a eklenecek rijitlik katsayısı  $rd_i$  ile gösterilsin.



Şekil 1. Düzlem çerçevede yapısal elemanlar ve onların lokal koordinatları

Şekil 1'de görülen yapıya eklenen X tipi bir rijitlik elemanlarının matrisi global koordinatlarda,

$$K_e = \sum_i \frac{rd_i}{l_i} D_i \quad (1)$$

şeklinde yazılabilir. Burada,  $D_i$ , global dönüşüm matrisidir ve elemanları  $D_i^*$  matrisinin elemanlarından kurulmuştur.  $D_i^*$  ise her bir kattaki diyagonal elemanların serbestliğini global koordinatlara çeviren  $6 \times 6$  boyutlarında bir dönüşüm matrisidir. Eleman bazında rijitlik parametresi  $rd_i$ ,

$$rd_i = E_i A_i \quad i=1, \dots, n \quad (2)$$

şeklinde tanımlanmıştır. Her kata eklenecek çubukların  $rd$  parametresi  $i$  indisi ile gösterilirse, kat sayısı kadar  $rd_i$  tasarım değişkeni olur. Burada,  $E_i$ ,  $A_i$  ve  $l_i$  her bir kattaki eklenen çubuk elemanların sırasıyla, elastisite modülü, kesit alanı ve çubuk uzunluğudur.

Eklenecek olan çubukların olmadığı durumda, yer ivmesi altında hareketin diferansiyel denklemi zamana bağlı olarak,

$$M \ddot{x}(t) + C \dot{x}(t) + Kx(t) = -Mr \ddot{x}_g(t) \quad (3)$$

şeklinde yazılabilir. Yer ivmesi  $\ddot{x}_g(t)$ , ivme ve hız vektörleri  $\ddot{x}(t)$ ,  $\dot{x}(t)$ , yer değiştirme vektörü ise  $x(t)$  ile tanımlanırken,  $r$  deprem hareketinin yönündeki serbestliklere karşı gelen elemanları bire eşit olan etki vektörüdür. Zaman tanım alanından, frekans tanım alanına  $\ddot{x}_g = \ddot{X}_g(\omega)e^{i\omega t}$  ve  $x = X(\omega)e^{i\omega t}$  bağıntıları kullanılarak dönüşüm yapılırsa, denklem (3),

$$(K + i\omega C - \omega^2 M)X(\omega) = -Mr \ddot{X}_g(\omega) \quad (4)$$

formuna gelir.  $X(\omega)$  ve  $\ddot{X}_g(\omega)$ ;  $x$  ve  $\ddot{x}_g$ 'nin Fourier dönüşümleri,  $\omega$  zorlama frekansı,  $i = \sqrt{-1}$  ifadelerini belirtmektedir. Eklenen çubukların rijitliği dahil edildiğinde denklem (4),

$$((K + K_e) + i\omega(\alpha M + \beta(K + K_e)) - \omega^2 M)X^s(\omega) = -Mr \ddot{X}_g(\omega) \quad (5)$$

şeklinde değiştirilebilir. Burada  $X^s(\omega)$  çelik diyagonallerin eklendiği durumda deplasmanların Fourier dönüşümünü ifade etmektedir.  $K_e$ , eklenen çelik diyagonallere ait bilinmeyen rijitlik matrisidir. Yeni bir parametre,

$$Y(\omega) \equiv \frac{X^s(\omega)}{\ddot{X}_g(\omega)} \quad (6)$$

şeklinde tanımlanırsa, denklem (5), aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$AY = -Mr \quad (7)$$

Burada,  $Y$  transfer fonksiyonu deplasman vektörü olarak,  $A$  ise aşağıdaki gibi tanımlanmıştır.

$$A = K_T + i\omega(\alpha M + \beta K_T) - \omega^2 M \quad (8)$$

Burada, rijitlik  $K$ , kütle  $M$  ve  $\omega=\omega_1$  olarak bilinmektedir. Tasarım değişkenleri olan  $rd_i$  parametreleri, eklenen rijitlik matrisinin ve yapısal sönüm matrisinin içindedir.

### Tepe deplasmanı için rijitlik optimizasyonu

Optimum rijitlik dağılımı probleminin amaç fonksiyonu, transfer fonksiyonu tepe deplasmanı olarak düşünülmüştür. Eklenen rijitlik parametresinin toplamında bir aktif ve her birinde tasarım değişkeni sayısı kadar pasif kısıtlama mevcuttur. Amaç fonksiyonu aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$J = |Y_n| \quad (\text{min}) \quad (9)$$

$Y_n$  en üst katın transfer fonksiyonu deplasman değeridir. Eklenen rijitliklerin toplamında yapılan aktif ve pasif kısıtlamalar aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\sum_{i=1}^n rd_i = \overline{RD} \quad (10)$$

$$0 \leq rd_i \leq \overline{rd} \quad (i=1, \dots, n) \quad (11)$$

$\overline{RD}$ ,  $\overline{rd}$ , tasarım değişkeninin toplamında yapılan bir aktif kısıtlama ve her biri için bilinen üst sınır değerlerini gösteren pasif kısıtlamalar-dır. Problemin Lagrangian ( $L$ ) fonksiyoneli yazılırsa,

$$L(rd_i, \lambda, \mu, v) = J + \lambda \left( \sum_{i=1}^n rd_i - \overline{RD} \right) + \sum_{i=1}^n \mu_i (0 - rd_i) + \sum_{i=1}^n v_i (rd_i - \overline{rd}) \quad (12)$$

şeklinde olur. Burada,  $\lambda$ ,  $\mu = \{\mu_i\}$  ve  $v = \{v_i\}$  Lagrange çarpanlarıdır.

### Tepe deplasmanı için optimum rijitlik kriterleri

Amaç fonksiyonunu minimize etmek için, rijitlik katsayılarının alt ve üst kısıtlamaları olmaksızın,

$L(\mu=0, v=0)$  Lagrangian fonksiyonelinin  $rd_j$  ( $j=1, \dots, n$ ) ve  $\lambda$ 'ya göre türevleri alınırsa,

$$J_{,j} + \lambda = 0 \quad (j=1, \dots, n) \quad 0 < rd_j < \overline{rd} \quad (13)$$

$$\sum_{j=1}^n rd_j - \overline{RD} = 0 \quad (14)$$

denklemleri bulunur. Burada  $( )_j$   $rd_j$ 'ye göre kısmi türevleri göstermektedir. Dikkat edilmesi gereken bir husus, eklenen rijitlik katsayılarının negatif olamamasıdır. Negatif rijitlik katsayılarının fiziksel bir anlamı yoktur. Eğer rijitlik katsayılarının alt ve üst kısıtlamaları aktif ise, denklem (13) aşağıdaki gibi düzeltilmelidir.

$$J_{,j} + \lambda \geq 0 \quad rd_j = 0 \quad (15)$$

$$J_{,j} + \lambda \leq 0 \quad rd_j = \overline{rd} \quad (16)$$

Doğrusal olmayan bu denklem takımı, en dik yön algoritması kullanılarak, sayısal olarak çözülecektir. Tekrar eden tasarımlar ile amaç fonksiyonu düşürülecek ve yakınsadığı grafiksel olarak da gösterilecektir.

### Tepe deplasmanı için çözüm algoritması

Kullanılan yöntemde,  $rd_j=0$  ( $j=1, \dots, n$ ) kabul edilerek bir başlangıç tasarımı yapılsın. Eklenen rijitlik katsayıları adım adım artırılmalı ve her adımda hangi yönde artırılacağı bulunsun.  $\Delta rd_j$  ve  $\Delta RD$ ;  $j$ . kattaki rijitlik katsayısındaki ve rijitlik katsayılarının toplamındaki artış olsun.  $\Delta RD$  verilsin ve  $\{\Delta rd_j\}$ 'lerin miktarları ve yerleri hesaplınsın. Bu algoritmayı kurmak için amaç fonksiyonunun tasarım değişkenlerine göre birinci ve ikinci dereceden duyarlılıklarının bulunması gerekir. Bunun için denklem (7)'nin, tasarım değişkeni  $rd_j$ 'ye göre türevi alınırsa,

$$A_{,j} Y + A Y_{,j} = 0 \quad (17)$$

şeklinde olur.  $A$  tersi alınabilen bir matristir.  $Y_{,j}$  terimi (17) denkleminde çekilirse,

$$Y_{,j} = -A^{-1}A_{,j}Y \quad (18)$$

haline gelir.  $Y$  transfer fonksiyonu deplasman vektörünün  $i$ . elemanı,

$$Y_i = \text{Re}[Y_i] + i \text{Im}[Y_i] \quad (19)$$

şeklinde yazılabilir. Denklem (19)'da,  $\text{Re}[Y_i]$  ve  $\text{Im}[Y_i]$  gerçel ve sanal değişkenleri göstermektedir.  $Y_i$ 'nin birinci dereceden duyarlılığı da benzer formda aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$Y_{i,j} = (\text{Re}[Y_i])_{,j} + i(\text{Im}[Y_i])_{,j} \quad (20)$$

$Y_i$ 'nin mutlak değeri ,

$$|Y_i| = \sqrt{(\text{Re}[Y_i])^2 + (\text{Im}[Y_i])^2} \quad (21)$$

şeklinde dir.  $|Y_i|$ 'nin birinci dereceden duyarlılığı,

$$|Y_i|_{,j} = \frac{1}{|Y_i|} (\text{Re}[Y_i](\text{Re}[Y_i])_{,j} + \text{Im}[Y_i](\text{Im}[Y_i])_{,j}) \quad (22)$$

şekilde yazılabilir. Buradaki  $(\text{Re}[Y_i])_{,j}$  ve  $(\text{Im}[Y_i])_{,j}$  denklem (18)'den hesaplanır. Denklem (22)'nin ikinci bir tasarım değişkenine göre türevi alınırsa,

$$|Y_i|_{,j} = \frac{1}{|Y_i|^2} (|Y_i| \{ (\text{Re}[Y_i])_{,1}(\text{Re}[Y_i])_{,j} + \text{Re}[Y_i](\text{Re}[Y_i])_{,j1} + (\text{Im}[Y_i])_{,1}(\text{Im}[Y_i])_{,j} + \text{Im}[Y_i](\text{Im}[Y_i])_{,j1} - |Y_i|_{,1} \{ \text{Re}[Y_i](\text{Re}[Y_i])_{,j} + \text{Im}[Y_i](\text{Im}[Y_i])_{,j} \} ) \quad (23)$$

şeklinde olur. Amaç fonksiyonunun ikinci derece duyarlılığını gösteren bu formülde,  $(\text{Re}[Y_i]_{,j1})$  ve  $(\text{Im}[Y_i]_{,j1})$  değerleri aşağıda gösterildiği gibi  $Y$ 'nin ikinci türevlerinden bulunur.

Denklem (18)'in l'ye göre ikinci defa türevi alınırsa,

$$Y_{,j1} = A^{-1}A_{,1}A^{-1}A_{,j}Y - A^{-1}A_{,j}Y_{,1} \quad (24)$$

formuna gelir. Bu denklem türetilirken,  $A_{,1}^{-1} = -A^{-1}A_{,1}A^{-1}$  ilişkisi kullanılmıştır. Görülmektedir ki,  $A$  matrisi  $rd$ 'nin bir fonksiyonudur. Denklem (18) denklem (24)'de yerine konursa,

$$Y_{,j1} = A^{-1}A_{,1}A^{-1}A_{,j}Y + A^{-1}A_{,j}A^{-1}A_{,1}Y = A^{-1}(A_{,1}A^{-1}A_{,j} + A_{,j}A^{-1}A_{,1})Y \quad (25)$$

şeklinde olur. Burada,  $A$  matrisinin tasarım değişkenlerine göre kısmi türevlerinin bulunması gerekir.  $A$  matrisinin tasarım değişkenine göre türevini bulmak için, içindeki terimlerin türevleri bulunmalıdır. Bunun için hareketin karakteristik denklemi yazılırsa,

$$K_T(rd)\Phi_1 = \Omega(rd)M\Phi_1 \quad (26)$$

şeklinde olur. Burada,  $K_T(rd)$  toplam rijitlik matrisi,  $\Omega = \omega_1^2$ ,  $\Phi_1$  ise 1. moda karşı gelen modal vektördür. Denklem (26)'nın iki tarafı  $\Phi_1^T$  ile çarpılırsa,

$$\Phi_1^T K_T(rd)\Phi_1 = \Omega(rd)\Phi_1^T M\Phi_1 \quad (27)$$

formuna gelir. Denklem (27)'de, birinci mod için modal kütle  $\bar{m} = \Phi_1^T M\Phi_1$ , modal rijitlik  $\bar{k} = \Phi_1^T K_T\Phi_1$  ifadeleri yerleştirilir ve  $\Omega(rd)$  çekilirse,

$$\Omega(rd) = \frac{1}{\bar{m}} \bar{k} \quad (28)$$

şekline gelir.  $\Omega(rd)$ 'nin tasarım değişkenine göre türevi ise aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\Omega_{,j} = \frac{1}{\bar{m}} \bar{k}_{,j} \quad (29)$$

Modal rijitliğin tasarım değişkenine göre birinci türevi  $\bar{k}_{,j} = \Phi_1^T K_{T,j}\Phi_1$  şeklinde ifade edilir.

Böylece  $\Omega$ 'nin tasarım değişkenine göre birinci dereceden türevi bulunmuş olur. Daha açık olarak,  $\Omega=\omega_1^2$  eşitliği denklem (28)'de yerine konur ve türevi alınırsa,

$$\omega_{1,j} = \frac{1}{2m\omega_1} \overline{k}_{,j} \quad (30)$$

şeklinde birinci doğal frekansın tasarım değişkenine göre kısmi türevi bulunmuş olur. Buraya kadar yapılan işlem, birinci doğal frekansın ve karesinin tasarım değişkenine göre türevinin bulunmasıdır. Bu türevlere A matrisinin türevinin alınmasında ihtiyaç duyulacaktır. A matrisine dahil olan orantılı sönüm matrisi tekrar yazılırsa,

$$C(rd) = \alpha(rd)M + \beta(rd)K_T(rd) \quad (31)$$

şeklinde olur. Görüldüğü gibi,  $\alpha$ ,  $\beta$  katsayıları ve  $K_T$  matrisi, tasarım parametresine bağlı değişkenlerdir. Katsayılar  $\alpha$  ve  $\beta$ , kabul edilen birinci mod sönüm oranı ve birinci doğal frekansa bağlı olarak,

$$\alpha(rd) = 2\zeta_0\omega_1(rd) \quad \beta(rd) = \frac{2\zeta_0}{\omega_1(rd)} \quad (32)$$

şeklinde yazılabilir. Denklem (32) ile verilen katsayılar, denklem (31)'de yerine konursa ve tasarım değişkeni rd'ye göre türev alınırsa,

$$C_{,j} = 2\zeta_0\omega_{1,j}M + \frac{2\zeta_0}{\omega_1} K_{T,j} - \frac{2\zeta_0}{(\omega_1)^2} \omega_{1,j}K_T \quad (33)$$

şeklinde bulunur. Burada,  $K_T$  matrisinin rd tasarım değişkeninin doğrusal fonksiyonu olduğu bilinmektedir. Birinci doğal frekansın türevi denklem (30) ile çıkarılmıştı. A matrisinin tasarım değişkenine göre türevi,

$$A_{,j} = K_{T,j} + i\omega_{1,j}C + i\omega_1C_{,j} - \Omega_{,j}M \quad (34)$$

şeklinde bulunur. (29), (30) ve (33) denklemleri, denklem (34)'te yerine konursa, A matrisinin tasarım değişkenine göre birinci türevi daha açık olarak aşağıdaki gibi bulunur.

$$A_{,j} = K_{T,j} + i\left(\frac{\overline{k}_{,j}}{2\omega_1 m} C + \zeta_0 \frac{\overline{k}_{,j}}{m} M + \right. \quad (35)$$

$$\left. 2\zeta_0 K_{T,j} - \frac{\zeta_0 \overline{k}_{,j}}{k} K_T\right) - \frac{\overline{k}_{,j}}{m} M$$

### Çözüm Algoritması ( $rd_j < \overline{rd}$ hali için ):

**Adım 0.** Başlangıçta eklenen rijitlik katsayılarını sıfır al  $rd_j=0 \quad j=1,\dots,n$ .  $\Delta rd = \frac{RD}{m}$  olarak farz

et. (m=tasarım adım sayısı)

**Adım 1.**  $J_i$  değerlerini hesapla (denklem (22)'yi kullan)

**Adım 2.**  $-J_{,k} = \text{Max}(-J_{,i})$  denklemini gerçekleştiren k indisini bul.

**Adım 3.** J değerini  $J + J_{,k}\Delta rd_k$  ile yenile.

**Adım 4.**  $J_i$  değerini  $J_i + J_{,ik}\Delta rd_k$  ile yenile (denklem (23)'ü kullan).

**Adım 5.** Eğer  $-J_{,k} = \text{Max}(-J_{,j})$  durumunu doğ-

rulayan bir j indisi var ise buna karşı gelen  $\overline{\Delta rd}_k$ 'yü hesapla. Eğer  $\overline{\Delta rd}_k$  değerlerinin içinde eksi işaretli olanlar var ise, işaretini pozitif yap.  $J_i$  değerini  $J_i + J_{,ik}\overline{\Delta rd}_k$  ile yenile (denklem (23)'ü kullan).

**Adım 6.** 2. ve 5. adımlar arasını  $\sum_{i=1}^n rd_i = \overline{RD}$  kısıtlaması gerçekleşene kadar tekrar et.

Adım 2 ve 3'de  $\sum_{i=1}^n \Delta rd_i = \overline{\Delta RD}$  kısıtlaması altın-

da düşürülen amaç fonksiyonu bulunur ve o yönde yenilenir. Eğer algoritmada katlı indeks var ise ( $k_1,\dots,k_m$ ), adım 2 ve 3'de J ve  $J_{,j}$  aşağıdaki gibi yenilenmelidir.

$$J \rightarrow J + \sum_{i=k_1}^{k_m} J_{,i}\Delta rd_i \quad (36)$$

$$J_{,j} \rightarrow J_{,j} + \sum_{i=k_1}^{k_m} J_{,ji}\Delta rd_i$$

Tasarım aşamalarında bazı  $\Delta rd_i$  değerleri eksi işaretli çıkarsa, eksi rijitliğin bir anlam ifade etmesinden dolayı, işaretleri pozitif yapılarak devam

edilmesi gerekmektedir. Buna bağlı olarak  $\overline{RD}$  tasarım sonunda artacaktır.

### Taban kesme kuvvetinin minimizasyonu için optimum rijitlik dağılımı probleminin formülasyonu

Eklenecek diyagonallerin optimum dağılımı için amaç fonksiyonu olarak transfer fonksiyonu taban kesme kuvveti seçilsin. Burada taban kesme kuvvetini en az artıracak tasarım aranmaktadır. Denklem (7)'den,  $Y$  deplasman vektörü çekilir ve sistemin toplam rijitlik matrisi ile çarpılırsa,

$$F = -K_T A^{-1} M r \quad (37)$$

şeklinde transfer fonksiyonu kuvvet vektörüne ulaşılır.

### Taban kesme kuvveti için rijitlik optimizasyonu

Optimum rijitlik dağılımı probleminin amaç fonksiyonu, transfer fonksiyonu taban kesme kuvveti olarak düşünülmektedir. Amaç fonksiyonu aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$V_1 = \sum_{i=1}^n |F_i| \quad (\text{min}) \quad (38)$$

$V_1$  transfer fonksiyonu taban kesme kuvvetidir. Eklenen rijitliklerin toplamında yapılan aktif ve pasif kısıtlamalar denklem (10) ve (11)'de gösterilmiştir. Bunlara bağlı olarak, taban kesme kuvveti için Lagrangian fonksiyoneli,

$$L(rd_i, \lambda, \mu, v) = V_1 + \lambda (\sum_{i=1}^n rd_i - \overline{RD}) \quad (39)$$

$$+ \sum_{i=1}^n \mu_i (0 - rd_i) + \sum_{i=1}^n v_i (rd_i - \overline{rd})$$

şeklinde olmaktadır.

### Taban kesme kuvveti için optimum rijitlik kriterleri

Amaç fonksiyonunu minimize etmek için rijitlik katsayılarının alt ve üst kısıtlamaları olmaksızın

Lagrangian fonksiyonelinin  $rd_j$  ( $j=1, \dots, n$ ) ve  $\lambda$ 'ya göre türevleri alınır,

$$V_{1,j} + \lambda = 0 \quad (j=1, \dots, n) \quad 0 < rd_j < \overline{rd} \quad (40)$$

$$\sum_{j=1}^n rd_j - \overline{RD} = 0 \quad (41)$$

denklemleri bulunur. Eğer rijitlik katsayılarının alt ve üst kısıtlamaları aktif ise, denklem (40) aşağıdaki gibi değiştirilmelidir.

$$V_{1,j} + \lambda \geq 0 \quad rd_j = 0 \quad (42)$$

$$V_{1,j} + \lambda \leq 0 \quad rd_j = \overline{rd} \quad (43)$$

Doğrusal olmayan bu denklem takımı, en dik yön algoritmasına benzer şekilde sayısal olarak çözülecektir. Burada diğer bölümlerdekinden farklı olarak ikinci türevler kullanılmayacaktır.

### Taban kesme kuvveti için çözüm algoritması

Kullanılan yöntemde  $rd_j=0$  ( $j=1, \dots, n$ ) kabul edilerek bir başlangıç tasarımı yapılsın. Eklenen rijitlik katsayıları adım adım artırılınsın ve her adımda hangi yönde artırılacağı bulunsun.  $\Delta rd_j$  ve  $\Delta RD$ ;  $j$ . kattaki rijitlik katsayısındaki ve rijitlik katsayılarının toplamındaki artış olsun.  $\Delta RD$  verilsin ve  $\Delta rd_j$ 'lerin yerleri hesaplınsın. Bu algoritmayı kurmak için amaç fonksiyonunun tasarım değişkenlerine göre birinci dereceden duyarlılıklarının bulunması gerekir. Bunun için denklem (37)'in tasarım değişkeni  $rd_j$ 'ye göre türevi alınır,

$$F_{,j} = (K_{T,j} - K_T A^{-1} A_{,j}) Y \quad (44)$$

şeklinde kuvvetlerin birinci dereceden kısmi türevleri bulunmuş olur. Burada  $Y = -A^{-1} M r$  şeklindedir. Denklem (37)'de  $F_i$  değerleri,

$$F_i = \text{Re}[F_i] + i \text{Im}[F_i] \quad (45)$$

şeklinde gerçel ve sanal formdadır.  $F_i$ 'nin birinci dereceden kısmi türevi de benzer formda aşağıdaki gibi yazılır.

$$F_{i,j} = (\text{Re}[F_i])_{,j} + i(\text{Im}[F_i])_{,j} \quad (46)$$

$F_i$  'nin mutlak değeri,

$$|F_i| = \sqrt{(\text{Re}[F_i])^2 + (\text{Im}[F_i])^2} \quad (47)$$

şeklindedir.  $|F_i|$  'nin birinci dereceden türevi alınır, denklem (47),

$$\begin{aligned} |F_i|_{,j} &= \frac{1}{|F_i|} (\text{Re}[F_i](\text{Re}[F_i])_{,j} \\ &+ \text{Im}[F_i](\text{Im}[F_i])_{,j}) \end{aligned} \quad (48)$$

formuna gelir. Transfer fonksiyonu kuvvetlerinin mutlak değerinin birinci dereceden kısmi türevleri denklem (48) ile bulunduktan sonra, transfer fonksiyonu taban kesme kuvvetinin mutlak değerinin birinci türevleri,

$$V_{1,j} = \sum_{i=1}^n |F_i|_{,j} \quad (49)$$

şeklinde bulunur.

### Çözüm Algoritması ( $\overline{rd}_j < \overline{rd}$ hali için):

**Adım 0.** Başlangıçta eklenen rijitlik katsayılarını sıfır al.  $\Delta rd = \frac{\overline{RD}}{m}$  'i farz et.

**Adım 1.**  $V_{1,i}$  değerlerini hesapla (denklem (49)'u kullan).

**Adım 2.**  $-V_{1,k} = \text{Max}(-V_{1,i})$  denklemini gerçekleştiren  $k$  indisini bul.

**Adım 3.**  $V_1$  değerini  $V_1 + V_{1,k}\Delta rd_k$  ile yenile.

**Adım 4.** 1. ve 3. adımlar arasını  $\sum_{i=1}^n rd_i = \overline{RD}$  kısıtlaması gerçekleşene kadar tekrar et.

Burada verilen algoritma diğer algoritmadan biraz farklıdır. Bu algoritma, amaç fonksiyonunun ikinci türevlerini kullanmaz. İlk algoritmada amaç fonksiyonunun ikinci türevleri vasıtası ile,  $\Delta rd$ 'lerin her bir adımdaki miktarları bulunmakta idi. Burada,  $\Delta rd_i$  değerleri her adımda

sabittir ve sadece  $k$  indisi ile belirlenen kata eklenecektir. Dördüncü adımda verilen kısıtlama gerçekleşince işlem duracaktır.

### Sayısal örnek

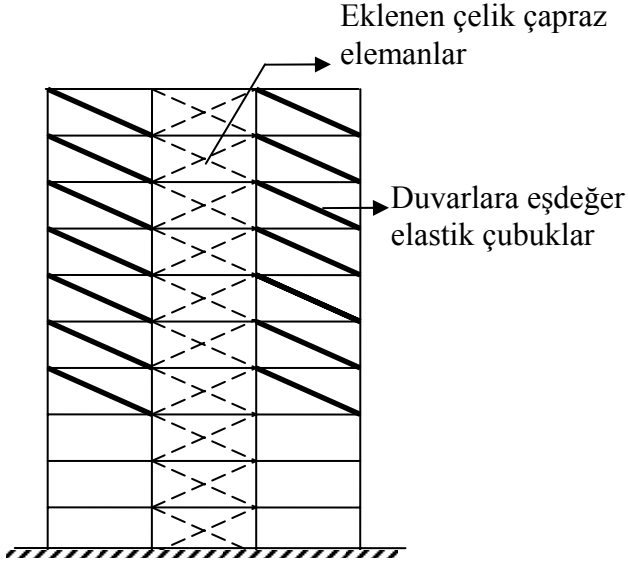
Şekil 2'de görülen örnek yapıda, ilk üç kat hariçinde diğer katlara duvarlara eşdeğer iki ucu mafsalı elastik çubuklar eklenmiştir. Uygulamada yaygın olarak karşılaşılan bir durum olduğu için böyle bir örnek seçilmiştir. Kolon ve kirişlerde elastisite modülü  $2.06 \cdot 10^{11}$  N/m<sup>2</sup>, eşdeğer elastik çubuklarda ise kolon ve kirişlerin elastisite modülünün on altıda biri kadar alınmıştır. Elemanların kayma deformasyonları ihmal edilmiştir. Kirişlerde sadece eğilme etkileri kolonlarda ise eğilme ve eksenel deformasyonlar düşünülmüştür. Kütleler düğüm noktalarında toplanmıştır. Kütleler iç düğümlerde  $51.2 \cdot 10^3$  kg, dış düğümlerde  $25.6 \cdot 10^3$  kg olarak alınmıştır. İç düğümlerde kütle eylemsizlik momenti  $5.46 \cdot 10^5$  kgm<sup>2</sup>, dış düğümlerde  $1.71 \cdot 10^5$  kgm<sup>2</sup> olarak alınmıştır. Eşdeğer çubukların uzunluğu köşegen uzunluğu kadardır, genişliği ise köşegen uzunluğunun sekizde biri kadar kabul edilmiştir. Yapının birinci doğal frekansı  $\omega_1=6.046$  rad/s'dir. Sistemin birinci modu için sönüm oranı  $\xi=0.02$  olarak kabul edilmiştir. Kolon, kiriş ve eşdeğer elastik çubukların kesit özellikleri Tablo 1'de gösterilmiştir.

Tablo 1. Yapısal elemanların özellikleri

Kat	Kirişler		Kolonlar		Eşdeğer elastik çubuklar
	$A(m^2)$ ( $10^{-4}$ )	$I(m^4)$ ( $10^{-5}$ )	$A(m^2)$ ( $10^{-4}$ )	$I(m^4)$ ( $10^{-5}$ )	
1-3	756	383	756	383	
4	756	383	756	383	0.23607
5-7	683	353	683	353	0.23607
8-10	365	205	365	205	0.23607

Optimum rijitlik dağılımı tepe deplasmanına ve taban kesme kuvvetine göre iki farklı şekilde bulunmuştur. Tasarım değişkeni olan rijitlik parametrelerinin toplamı  $\overline{RD}=6.12528 \cdot 10^{10}$  N olarak alınmıştır.



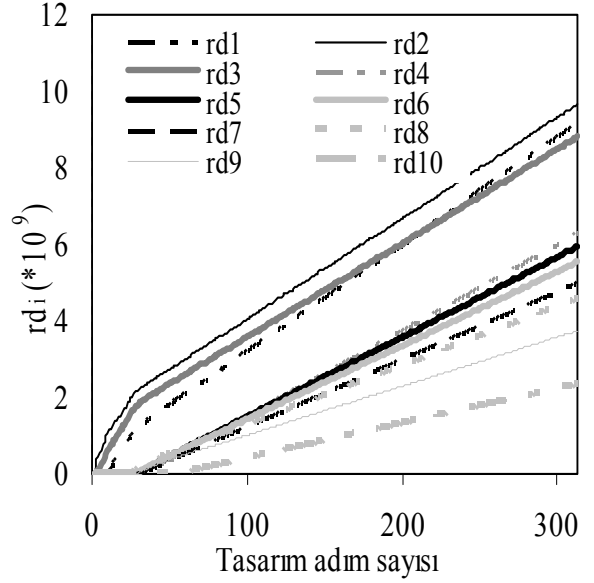


Şekil 2. 10 katlı üç açıklıklı çelik düzlem çerçeve

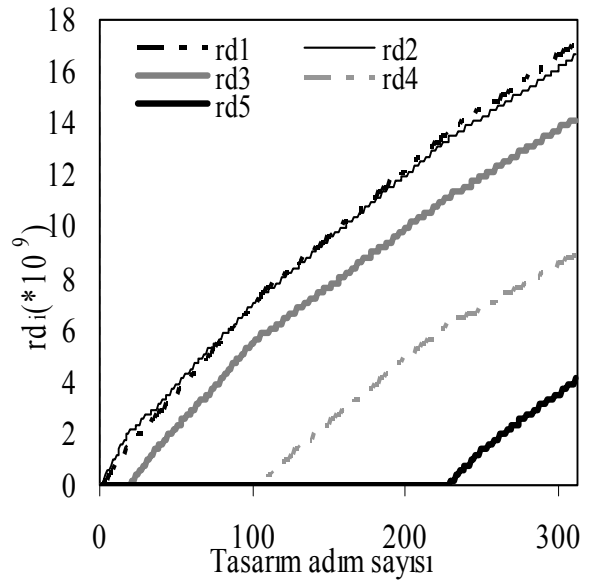
Şekil 3'te rijitlik parametrelerinin tasarım adımlarındaki değişimi tepe deplasmanı optimizasyonu için, Şekil 4'de ise taban kesme kuvveti optimizasyonu için çizilmiştir. Toplam rijitlik, tepe deplasmanı optimizasyonunda bütün katlara dağıtılırken, taban kesme kuvveti optimizasyonunda ilk beş kata dağıtılmıştır.

Rijitlik optimizasyonunda tanımlanan tasarımlar; tepe deplasmanına karşı gelen optimum tasarım, taban kesme kuvvetine karşı gelen optimum tasarım, ilk üç kata, ilk beş kata ve bütün katlara üniform tasarım şeklindedir. Optimum tasarımlar dışındaki diğer üç tasarım karşılaştırma amacıyla düşünülmüştür.

Şekil 5'te transfer fonksiyonu tepe deplasmanının farklı rijitlik tasarımlarında değişimleri çizilmiştir. Şekil 5'te görüldüğü gibi transfer fonksiyonu tepe deplasmanının en küçük değeri deplasman optimizasyonundan bulunan değerdir. Toplam rijitlik parametresinin bütün katlara üniform dağılımı sonucu bulunan deplasman davranışı, optimum dağılım sonucu oluşan davranışa oldukça yaklaşmıştır. Eklenecek elemanların optimum yerleri bulduktan sonra, toplam rijitlik üniform olarak dağıtılarak bulunan tasarımların davranış açısından optimum tasarıma oldukça yakın değerler verdiği görülmektedir.

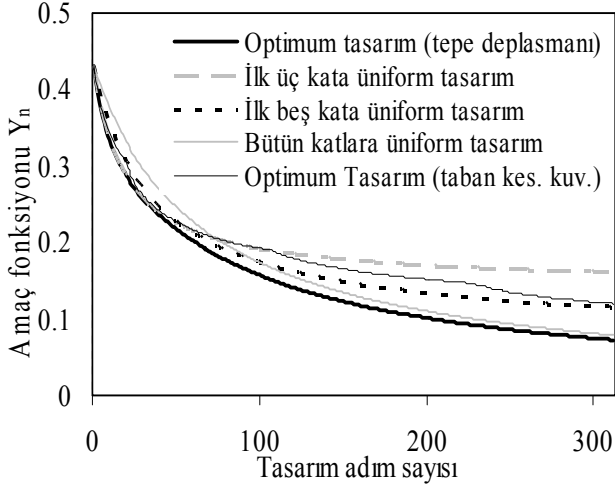


Şekil 3. Tasarım aşamalarında rijitlik parametrelerinin değişimi (tepe dep. opt.)

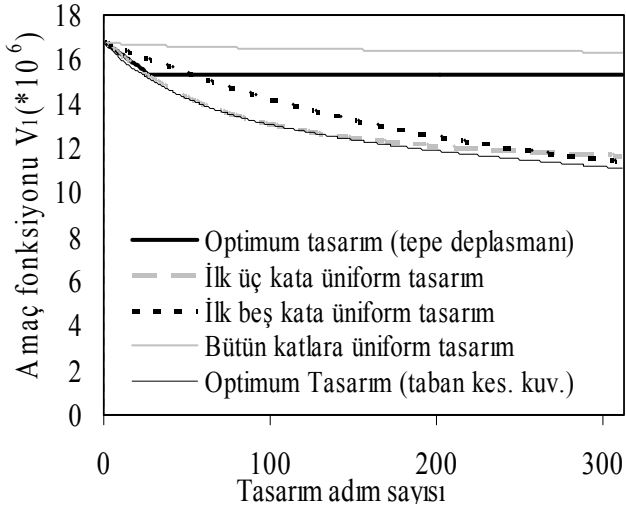


Şekil 4. Tasarım aşamalarında rijitlik parametrelerinin değişimi (Taban kes. kuv. opt.)

Şekil 6'da transfer fonksiyonu taban kesme kuvvetinin tasarım adımlarındaki değişimi farklı tasarımlar için çizilmiştir. Görüldüğü üzere, tasarım sonunda düşey eksenindeki minimum değer taban kesme kuvveti optimizasyonunda oluşmuştur. Taban kesme kuvvetine göre en kötü tasarımlar ise bütün katlara üniform tasarım ve deplasman optimizasyonu tasarımıdır.



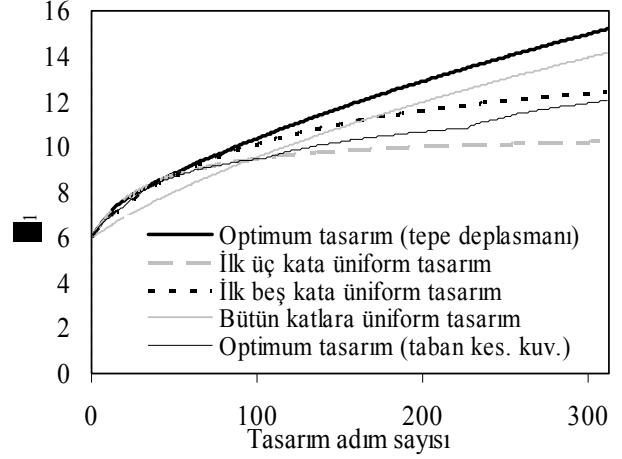
Şekil 5. Transfer fonksiyonu tepe deplasmanının tasarım adımlarındaki değişimi



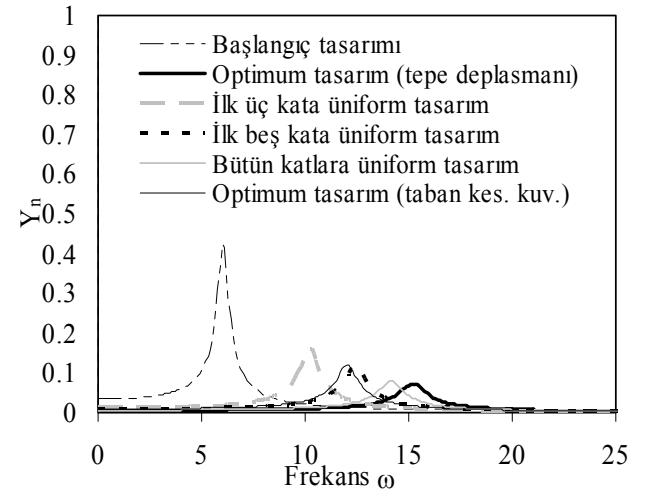
Şekil 6. Transfer fonksiyonu taban kesme kuvvetinin tasarım adımlarındaki değişimi

Yapıya rijitlik eklendiğinde, yapının birinci doğal frekansı Şekil 7’de görüldüğü gibi artmaktadır. Tepe deplasmanını minimum yapan tasarım, birinci doğal frekansı maksimize etmektedir.

Şekil 8’de transfer fonksiyonu tepe deplasmanının frekansla değişimi farklı tasarımlar için çizilmiştir. Tepe deplasmanı optimizasyonu sonucu bulunan tasarımın davranışı minimum yaptığı görülmektedir. Dikkati çeken diğer bir nokta ise, yapının doğal frekansının artmasıyla deplasman davranış büyüklüğünün azaldığıdır.

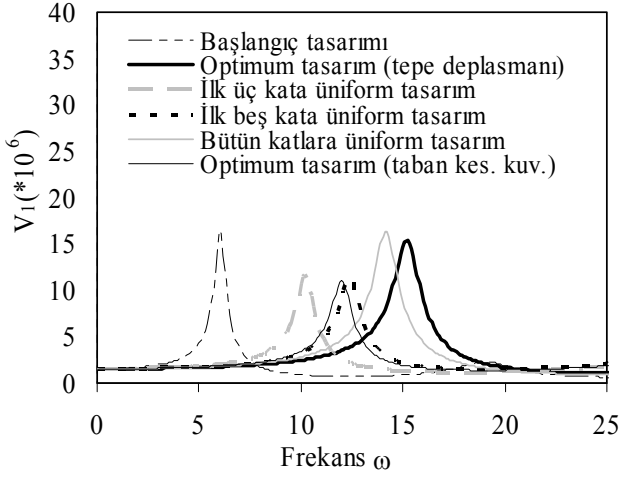


Şekil 7. Yapının birinci doğal frekansının tasarım adımlarındaki değişimi



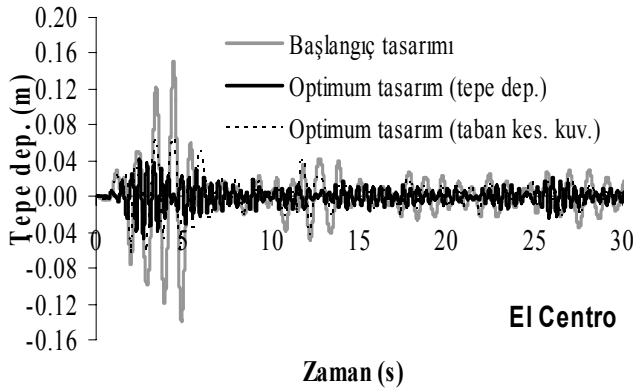
Şekil 8. Transfer fonksiyonu tepe deplasmanının frekansla değişimi

Şekil 9’da transfer fonksiyonu taban kesme kuvvetinin frekansla değişimi görülmektedir. Yapıya rijitlik eklendiğinden, transfer fonksiyonu taban kesme kuvvetinde etkili bir azalma olmamaktadır. Yine de gösterilen algoritma kullanılarak yapılan tasarımla amaç fonksiyonu minimize edilebilmektedir. Taban kesme kuvveti transfer fonksiyonunu minimum yapan tasarım, Şekil 9’da görüldüğü gibi kesme kuvveti optimizasyonu sonunda bulunan tasarımdır. Transfer fonksiyonlarına göre taban kesme kuvvetini maksimum yapan tasarımın ise bütün katlara üniform dağılım sonucu oluşan tasarım olduğu görülmektedir.



Şekil 9. Transfer fonksiyonu taban kesme kuvvetinin frekansla değişimi

Optimum tasarımlar tanımlanan transfer fonksiyonları yardımı ile bulunmuştur. Buna ek olarak, yapının gerçek bir deprem ivmesi altındaki davranışının da test edilmesi gerekmektedir. Şekil 10'da El Centro deprem ivmesi altında yapının tepe deplasmanının değişimi görülmektedir. Görüldüğü üzere tepe deplasmanı optimizasyonu sonucu bulunan tasarım yapının tepe deplasmanı davranışını minimum yapmaktadır.



Şekil 10. El Centro depremi altında yapının tepe deplasmanı davranışı

Mevcut tasarımların El Centro depremi altındaki tepe deplasman, tepe hız, tepe ivme ve taban kesme kuvveti davranışlarının maksimum değerleri Tablo 2'de verilmiştir.

Görüldüğü gibi, yapının El Centro deprem kuvvetleri altında tepe deplasmanı ve hızının maksimum değerlerine bakıldığında en düşük sonuç-

ları tepe deplasmanına göre bulunan optimum tasarım vermiştir. Yapının tepe ivmesine bakıldığında, en düşük değeri tepe deplasmanına göre optimum tasarıma yakın bir tasarım olan bütün katlara üniform tasarım vermiştir. Bu değer optimum tasarımın değerine oldukça yakındır. Tablo 2'de taban kesme kuvvetlerine bakıldığında, en düşük değeri taban kesme kuvveti optimizasyonuna yakın bir tasarım olan ilk beş kata üniform tasarım vermiştir. Dolayısı ile bulunan optimum tasarımların yapının deprem davranışını etkin bir şekilde düşürdüğü söylenebilir.

Tablo 2. El Centro depremi altında yapının maksimum davranışı

Rijitlik tasarımları	Yapının maksimum davranışı			
	Tepe dep. (cm)	Tepe hız (cm/s)	Tepe ivme (cm/s <sup>2</sup> )	Taban kes. kuv. (N)
Başlangıç tasarımı	15.1284	108.009	728.423	5758650
Optimum tasarım (tepe dep.)	<b>4.68996</b>	<b>71.8977</b>	1288.46	10565400
Optimum tasarım (taban kes. kuv.)	9.34835	112.88	1719.94	8330810
İlk üç kata üniform tasarım	9.89288	110.838	1336.12	8277430
İlk beş kata üniform tasarım	8.93294	107.64	1684.9	<b>8105470</b>
Bütün katlara üniform tasarım	5.5553	81.6065	<b>1211.03</b>	10936500

## Sonuçlar

Yapıların deprem davranışlarının iyileştirilmesi için yapıya sonradan eklenecek olan çelik çapraz elemanların optimum yer ve miktarlarını bulmak için amaçlanan bir yöntem gösterilmiştir. Sürekli yapısal davranış yapının birinci modundaki transfer fonksiyonları ile ifade edilmiştir. Kurulan optimizasyon probleminde yapının tepe deplasmanı ve taban kesme kuvveti olmak üzere iki farklı amaç fonksiyonu seçilmiş ve yapının birinci modunu esas alan transfer fonksiyonları tanımlanmıştır. Tasarım değişkeni olan rijitlik parametrelerinin optimum değerleri gerek tepe deplasmanına göre gerekse taban kesme kuvvetine göre bulunmuştur. Ayrıca farklı tasarımlar da tanımlanarak optimum tasarımlarla karşılaştı-

rılmıştır. Bulunan optimum tasarımların hem transfer fonksiyonu değerlerine hem de deprem ivmesi altındaki davranış değerlerine göre etkinliği gösterilmiştir.

## Kaynaklar

- Badoux, M., (1987). *Seismic retrofitting of reinforced concrete frame structures with steel bracing systems*, PhD Thesis, The University of Texas at Austin, Texas.
- Downs, R.E., Hjelmstat, K.D. ve Foutch, D.A., (1991). Evaluation of two RC building retrofit with steel bracing, *Structural research series* No:563, Department of Civil Engineering, University of Illinois at Urbana-Champaign.
- Miranda, E. (1991). *Seismic evaluation and upgrading of existing structures*, PhD Thesis University of California at Berkeley, California.
- Mitchell, D. ve Dandurand, A., (1988). Repair and upgrading of concrete structures in Mexico City after the 1985 earthquake, *Canadian Journal of Civil Engineering*, **15**, 1052-1066.
- Sugano, S., (1989). Study of seismic behavior of retrofitted RC buildings, *Seismic Engineering, Research and Practice, Proc. of the sessions related to seismic engineering at structures congress*, American Society of Civil Engineering, 517-526.
- Takewaki, I. ve Yoshitomi, S., (1998). Effects of support stiffness on optimal damper placement for a planar building frame, *Struct. Des. Of Tall Buildings*, **7**, 4, 323-336.
- Takewaki, I., (1997). Efficient redesign of damped structural systems for target transfer functions, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, **147**, 275-286.
- Takewaki, I., (1999). Displacement-acceleration control via stiffness-damping collaboration, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, **28**, 1567-1585.
- Takewaki, I., (2000a). An approach to stiffness-damping simultaneous optimization, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, **189**, 641-650.
- Takewaki, I., Sato, H., Uetani K., (2000b). Reduced-basis stiffness inversion of a structure foundation system via component-mode synthesis, *Struc. Des. of Tall Build.*, **9**, 3, 215-232.
- Valle-C, E.D., (1980). Some lessons from the march 14, 1979 earthquake in Mexico City, *Proc. 7WCEE, Istanbul, Turkey*, **7**, 545-552.
- Valle-C, E.D., Foutch, D.A., Hjelmstad, K.D., Gutierrez, E.F., Colunga, A.T., (1988). Seismic retrofit of RC building: a case study, *Proc. 9WCEE, Kyoto Tokyo*, **7**, 451-456.
- Yamamoto, Y. ve Aoyama, H., (1987). Seismic behavior of existing RC frame strengthened with retrofitting steel elements, *Proc. of the seminar on repair and retrofit of structures*, UJNR, Tsukuba, Japan.