

İstanbul metropolitan alanında geoit araştırması

Mehmet YILMAZ*, Ersoy ARSLAN

İTÜ İnşaat Fakültesi, Jeodezi ve Fotogrametri Mühendisliği Bölümü, 34469, Ayazağa, İstanbul

Özet

Geoit uydularla belirlenen elipsoidal yükseklik ile nivelman ölçmeleriyle belirlenen ortometrik yükseklik arasındaki doğal bir bağıdır. Geoit belirleme, enlem ve boylamı bilinen herhangi bir noktadaki geoit yüksekliğinin belirlenmesidir. Presizyonlu İstanbul geoidini belirlemek için hesaplamalarda enlem, boylam, elipsoidal ve ortometrik yükseklikleri bilinen 393 nokta, hesapların kontrollerinde ise 50 nokta kullanılmıştır. Geoit belirleme yöntemlerinden EGM96 yeryuvarı modeli ve GPS/nivelman yöntemi ile hesaplar yapılmıştır. Polinom katsayıları ve bulanık mantık yöntemi ile geoit belirlemede GPS/nivelman yöntemine göre belirlenen geoit yükseklikleri veri olarak kullanılmıştır. Bulanık mantık yöntemiyle en presizyonlu sonuçlar elde edilmiştir.

Anahtar Kelimeler: *Bulanık mantık, EGM96 yeryuvarı modeli, Geoit belirleme, GPS/nivelman, polinom katsayıları ile geoit belirleme.*

Geoit research in Istanbul metropolitan area

Abstract

Geoid is called the surface which is constituted points that gravitational potential constant and close to Mean Sea Level. Geoid is a complex surface and can not be defined as mathematically. In geodesy, measurements are done on physical topography, however, computations are done on the ellipsoid whose dimensions are determined. However, geoid and ellipsoid can not be collided with each other and there would be a difference between when center of these two surfaces were collided at the center of gravity. The difference between these two surfaces is called geoid height. Geoid determination is computation of geoid height on a point whose latitude and longitude are known. Precise geoid determination became one of the most important problems in geodesy by developed satellite techniques. The reason for this is that geoid height is the only tie between ellipsoidal height obtained by satellite measurement and orthometric height obtained by leveling. 393 points whose latitudes and longitudes known are used to determine precise Istanbul geoid and 50 points used for testing of calculations. Of the geoid determination methods, EGM96 geopotential method and GPS/leveling methods are used. Geoid heights obtained from GPS/leveling method are used as data in polynomial coefficients and fuzzy logic method. Fuzzy logic method is the most precise methods of all.

Keywords: *EGM96 geopotential model, fuzzy logic, Geoid determination, geoid determination by polynomial coefficients, GPS/leveling.*

*Yazışmaların yapılacağı yazar: Mehmet YILMAZ. yilmazmeh@itu.edu.tr; Tel: (212) 285 65 60.

Bu makale, birinci yazar tarafından İTÜ İnşaat Fakültesi'nde tamamlanmış olan "İstanbul metropolitan alanında geoit araştırması" adlı doktora tezinden hazırlanmıştır. Makale metni 18.11.2005 tarihinde dergiye ulaşmış, 18.01.2006 tarihinde basım kararı alınmıştır. Makale ile ilgili tartışmalar 30.11.2006 tarihine kadar dergiye gönderilmelidir.

Giriş

Geoit belirleme, uydu teknolojilerinin jeodezik ve diğer pek çok alanlarda kullanımlarının artması nedeni ile önemli bir jeodezik konu haline gelmiştir. Çünkü, geoit yükseklikleri uydu koordinatlarının rasyonel kullanılmasını sağlayan bir dönüşüm parametresidir.

Geoit belirlemenin amacı yatay konumu bilinen bir noktada, geoit yüksekliğinin (N) sayısal veya analog olarak elde edilmesini sağlayacak biçimde verilerin modellendirilmesidir. Eğer geoit yüksekliği (N) presizyonlu bir şekilde belirlenebilirse, elipsoidal yükseklikten ortometrik yükseklik yada ortometrik yükseklikten elipsoidal yükseklik kolayca belirlenebilir. Gelişen uydu teknolojileri presizyonlu geoit belirlemeyi bir zorunluluk haline getirmiştir.

Geoidin tanımı

Bruns, jeodezinin temel ödevlerinden biri olan geoidin belirlenmesini, nivo yüzeylerinin belirlenmesi şeklinde genelleştirerek,

$$W = Sabit \quad (1)$$

ile, potansiyeli sabit olan noktaların geometrik yeri olarak nivo yüzeyleri kümesini göstermiştir. Ayrıca jeodezik ölçülerin üzerine indirgeneceği yüzey olarak geoidin potansiyelini W_0 ile göstererek diğer yüzeyleri de bu yüzeye göre,

$$W = W_0 + \Delta W \quad (2)$$

$$W = W_0 - \int gdn \quad (3)$$

ile ifade etmiştir. Bu tanıma göre, Geoit, kısmen katı yeryüzü içinden geçen bir nivo yüzeyidir. Bu yüzeyin eğriliği yoğunluğun ani olarak değiştiği yerlerde süreksizlik gösterir. Bu nedenle geoit analitik bir yüzey değildir (Grafarend, 1994).

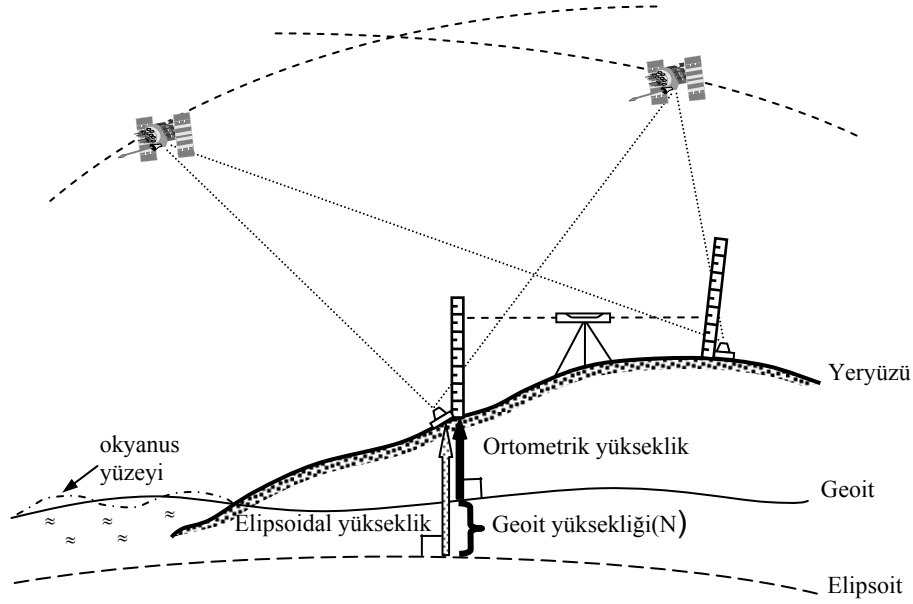
Geoit yeryuvarının gravite alanının bir eşpotansiyel yüzeyidir. Yaklaşık olarak global ortalama deniz seviyesidir. Jeodezik ülke ölçmelerinde, noktaların jeodezik koordinatlarının hesabı, ölçme bölgesindeki yeryuvarının şekline ve büyük-

lüğüne büyük ölçüde yakınsayan bir elipsoit üzerinde yapılır. Ölçme aletleri ile fiziksel yeryüzü üzerinde yapılan ölçmeler ise geoit ile ilgili dir. Elipsoit matematiksel olarak tanımlanan düzensiz bir yüzeydir.

Öte yandan geoit düzensiz bir yüzeydir. Bu nedenle bu iki yüzey çakışmaz. İki yüzey arasındaki farka geoit ondülasyonu, geoit yüksekliği yada geoit ayrımı denir ve N ile gösterilir. Geoit gravite potansiyelinin her yerde eşit olduğu ve çekül doğrultusuna daima dik olan bir yüzeydir. Geoit, elipsoit ve geoit yüksekliği arasındaki ilişki Şekil 1’de gösterilmiştir.

Geoit belirlemenin amacı ve yöntemleri

Geoit belirleme, yatay konumu bilinen bir noktada, geoit yüksekliğinin sayısal veya analog olarak elde edilmesini sağlayacak biçimde verilerin modellendirilmesidir. Geoit modelleri yerel, bölgesel veya global alanlar için geliştirilebilir. Geoit belirleme yöntemleri tarihsel olarak kullanılan verilere ve geliştirilen alet ve bilgisayar imkanlarına göre bir gelişim göstermiştir. İlk geoit belirleme, bir noktadaki astronomik enlem ve boylam ile aynı noktadaki jeodezik enlem ve boylam arasındaki farkları (çekül sapmalarını) kullanarak geoit belirlemeye dayanan astro-jeodezik yöntemle yapılmıştır. 1970’li yılların başlarında bilgisayarın hesaplarda kullanılmaya başlamasıyla birlikte düşük dereceli jeopotansiyel modeller geliştirilmiş ve geoit belirlenmiştir. 1980’li yıllarda gravite verilerinin elde edilmesi ve bilgisayarlar sayesinde hızlı fourier transformasyonu kullanılarak geoit belirlenmiştir. Yine bu yıllarda jeopotansiyel model katsayılarının derece ve seviyeleri artırılmış ($n=m=180$, OSU81, $n=m=360$ OSU86F gibi) ve geoit belirlemedeki presizyon böylece iyileştirilmiştir. 1990’lı yıllara geldiğimizde artık uydulardan konum belirleme yöntemleri sivil kullanımda da yaygınlaşmış ve böylece GPS/nivelman yöntemi ile geoit belirleme yöntemi daha fazla kullanılmaya başlanmıştır. Ayrıca gravite verileri de uydular yardımı ile hem karada hem denizde hem de kutup bölgeleri için oldukça fazla miktarda elde edilmeye başlanmıştır. Bu



Şekil 1. Geoit, elipsoit ve geoit yüksekliği arasındaki ilişki

da gravimetrik geoit belirleme yöntemlerinin doğruluğunu artırmıştır. Bunlara ek olarak yüksek dereceli jeopotansiyel modeller bütün dünyayı kapsayacak şekilde geliştirilmiştir. Son yıllarda GPS veri miktarının artması ile geoit herhangi bir bölge için çok parametrelili polinom katsayıları ile belirlenebilir ve bu bölge içinde enlem ve boylamı belli olan bir noktanın geoit yüksekliği de elde edilen polinom katsayıları kullanılarak hesaplanabilir. Geoit ayrıca polinom katsayıları yerine bulanık mantık ile de belirlenebilir. Geoit belirleme yöntemleri, kullanılan veriler ve modeller dikkate alınarak aşağıda sınıflandırılmıştır (Sjöberg, 1994);

- I) Astro-jeodezik yöntemle
- II) Gravite değerlerine göre
 - a) Stokes fonksiyonu ile
 - b) Hızlı Fourier transformasyonu ile
 - Bir boyutlu hızlı Fourier transformasyonu ile (1D-FFT)
 - İki boyutlu hızlı Fourier transformasyonu ile (2D-FFT)
- III) Sayısal yoğunluk yöntemine göre
- IV) Jeopotansiyel model yaklaşımı ile
- V) Kombine yöntemle (Remove – Restore)
- VI) GPS / nivelman yöntemine göre
 - a) Polinomlarla

- b) Bulanık mantık yöntemi.

Yukarıdaki geoit belirleme yöntemlerinden İstanbul Metropolitan Alanındaki geoit belirleme çalışmasında kullanılan yöntemler aşağıda ayrıntılı bir şekilde anlatılmıştır.

Jeopotansiyel model yaklaşımı

Yeryuvarının gravite alanının (W) küresel harmonik gösterimi Heiskanen ve Moritz (1967)'e göre şöyle verilir:

$$W(r, \theta, \lambda) = \frac{GM}{r} \left\{ 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{a}{r} \right)^n \sum_{m=0}^n (C_{nm} \cos m\lambda + S_{nm} \sin m\lambda) P_{nm}(\cos \theta) \right\} + \Phi \quad (4)$$

Burada,

r, θ, λ : W'nin hesaplanacağı noktanın kutupsal (polar) koordinatları

GM : Gravitasyonel sabit

a : Referans elipsoidinin büyük yarı eksen

$P_{nm}(\cos \theta)$: Tamamı ile normalize edilmiş 1. çeşit Legendre fonksiyonu

C_{nm}, S_{nm} : Yeryuvarının gravitasyonel alanının tamamı ile normalize edilmiş küresel harmonik katsayıları,

Φ :Merkezkaç kuvvetin potansiyeli ve $\Phi = \frac{1}{2} \omega^2 r^2 \sin \varphi$, ω yeryuvarının açıl dönme hızıdır.

Bir döne elipsoidin potansiyeli küresel harmonik açılımla aşağıdaki biçimde ifade edilir;

$$U(r, \theta) = \frac{GM'}{r} \left\{ 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{a}{r} \right)^{2n} P_{2n}(\cos \theta) \right\} + \Phi \quad (5)$$

Burada, M' referans elipsoidinin kütesidir. Bozucu potansiyelin ($T=W-U$) standart gösterimi ise

$$T(r, \theta, \lambda) = \frac{GM}{r} \left\{ \sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{a}{r} \right)^n \sum_{m=0}^n (\Delta C_{nm} \cos m\lambda + \Delta S_{nm} \sin m\lambda) P_{nm}(\cos \theta) \right\} \quad (6)$$

şeklinde verilir.

Burada, ΔC_{nm} ve ΔS_{nm} jeopotansiyel katsayılar ile elipsoidal katsayılar arasındaki farklardır. ($M-M'$) farkının küçük olduğu düşünülür ve M' yerine M yazılabilir.

Fiziksel jeodezinin sınır koşullarını dikkate aldığımızda, gravite anomalileri için aşağıdaki açılımları elde ederiz:

$$\Delta g(r, \theta, \lambda) = \frac{GM}{r^2} \left\{ \sum_{n=2}^{\infty} (n-1) \left(\frac{a}{r} \right)^n \sum_{m=0}^n (\Delta C_{nm} \cos m\lambda + \Delta S_{nm} \sin m\lambda) P_{nm}(\cos \theta) \right\}. \quad (7)$$

Geoit yükseklikleri Bruns eşitliği ile aşağıdaki biçimde elde edilirler:

$$N(r, \theta, \lambda) = \frac{GM}{r\gamma} \left\{ \sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{a}{r} \right)^n \sum_{m=0}^n (\Delta C_{nm} \cos m\lambda + \Delta S_{nm} \sin m\lambda) P_{nm}(\cos \theta) \right\}. \quad (8)$$

Burada, γ , $P(r, \theta, \lambda)$ noktasındaki normal gravite değeridir.

Genelde, yeryuvarının gravite alanının daha kısa dalga boyu bilgilerini içerdiği için modelde daha fazla katsayı oldukça modelin daha presizyonlu olduğu söylenebilir (Sevilla, 1996).

GPS / nivelman yöntemi ile geoidin belirlenmesi

Global Konum Belirlemenin (GPS) jeodezi alanındaki etkisi büyük olmuştur. Geçmişte herhangi bir noktanın koordinatlarını elde etmek için, bu noktayı gören noktalara açı ve kenar ölçmelerine gereksinim vardı. GPS'le yer noktalarının birbirini görme zorunluluğu, açı ve kenar ölçmelerinin yapılması zorunluluğu ortadan kalkmıştır. Geçmişte ölçüler yatay ve düşey olmak üzere ayrı ayrı değerlendirilirdi; oysa GPS 3 boyutlu bir sistemdir (URL1).

Bununla birlikte; GPS ile elde edilen yükseklikler, geleneksel yükseklik ölçme yöntemleri (nivelman) ile elde edilen yüksekliklerden farklı bir yükseklik sistemindedir. GPS verilerinden elipsoidal yükseklik h kolaylıkla elde edilebilir. Bu yükseklik yeryuvarının basit bir elipsoit modelinin üstünde yada altındadır ve elipsoidal yükseklik (h) olarak adlandırılır. Nivelman ölçmelerinden ortometrik yükseklikler (H) ortometrik düzeltme getirilerek elde edilir. (Heiskanen ve Moritz, 1967). Bu iki yükseklik sistemi arasındaki ilişki aşağıdaki eşitlikle ifade edilir:

$$h = H + N. \quad (9)$$

Burada, N geoit yüksekliğidir. Yukarıdaki eşitlik GPS / Nivelman yöntemine göre geoit belirleme yöntemini ifade eder. Eğer bir noktada ortometrik yükseklik (H) ve elipsoidal yükseklik (h) biliniyorsa geoit yüksekliği (N) kolaylıkla bulunabilir (Banarjee v.d., 1999).

Polinomlarla geoit yüksekliklerinin hesabı

Geoit belirlemede, pratik uygulanabilirlik ve sayısal sonuçların elde edilmesi açısından bir enterpolasyon yöntemi olan “çok parametrel polinomlarla regresyon” yöntemi ile geoit belirleme seçilmiştir. Model, noktaların yatay koordinatları

$$\begin{aligned} X &= k * (\varphi - \varphi_0) \\ Y &= k * (\lambda - \lambda_0) \end{aligned} \quad (10)$$

alınarak geoit yüksekliği 5 dereceden bir polinomla şöyle ifade edilebilir:

$$\begin{aligned}
 N = & A_{00} + A_{10}X + A_{01}Y + A_{20}X^2 \\
 & + A_{11}XY + A_{02}Y^2 + A_{30}X^3 + \\
 & A_{21}X^2Y + A_{12}XY^2 + A_{03}Y^3 + A_{40}X^4 \\
 & + A_{31}X^3Y + A_{22}X^2Y^2 + A_{13}XY^3 + \\
 & A_{04}Y^4 + A_{50}X^5 + A_{41}X^4Y + \\
 & A_{32}X^2Y^2 + A_{23}X^2Y^3 + A_{14}XY^4 + \\
 & A_{05}Y^5
 \end{aligned} \quad (11)$$

İstanbul için $\varphi_0 = 41.19968$, $\lambda_0 = 28.87309$ ve $k=100/\rho^0$ alınarak her nokta için:

$$\begin{aligned}
 V_{Ni} = & A_{00} + A_{10}X_i + A_{01}Y_i + A_{20}X_i^2 + \\
 & A_{11}X_iY_i + A_{02}Y_i^2 + \dots - N_i
 \end{aligned} \quad (12)$$

düzeltilme denklemleri ve buradan En Küçük Kareler yöntemi ile A_{ij} ($i= 0,1,\dots,7$, $j=0,1,\dots,7$) katsayıları elde edilmiştir (Ayan v.d., 1999).

Bulanık mantık yöntemine göre geoit yüksekliklerinin hesabı

Bulanık mantık yöntemine göre hesaplamalar Matlab ticari yazılımının bulanık mantık modülü altındaki ANFIS (Adaptive Neuro Fuzzy Inference System) editörü kullanılarak bulanık mantık Sugeno yöntemine göre yapılmıştır.

ANFIS yapısını göstermek için 2 bulanık kuralı bir Sugeno bulanık modelini ele alalım:

Kural 1: eğer ($x=A_1$) ve ($y=B_1$) ise $f_1=p_1x+q_1y+r_1$

Kural 2: eğer ($x=A_2$) ve ($y=B_2$) ise $f_2=p_2x+q_2y+r_2$

Bu iki kuralı uygulamak için olası ANFIS yapılarından birisi Şekil 2’de görülmektedir.

Hesaplamalar ise aşağıdaki gibi yapılır.

1.Tabaka: her bir girdiye karşılık gelen üyelik fonksiyonları belirlenir;

$$\begin{aligned}
 O_{1,i} &= \mu_{A_i}(x) \quad i=1,2 \\
 O_{1,i} &= \mu_{B_{i-2}}(y) \quad i=3,4.
 \end{aligned} \quad (13)$$

2.Tabaka: her bir kuralın ağırlığı hesaplanır;

$$O_{2,i} = w_i = \mu_{A_i}(x)\mu_{B_i}(y) \quad i=1,2. \quad (14)$$

3.Tabaka: 2. tabakada elde edilen ağırlıklar normlandırılır;

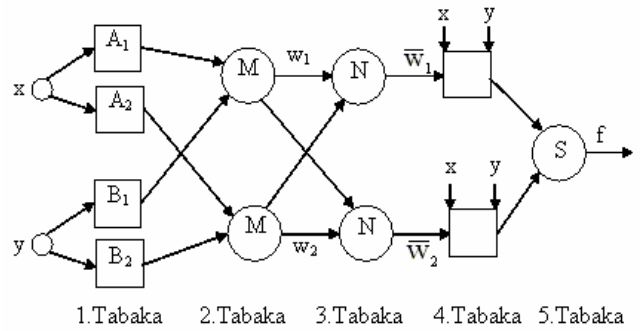
$$O_{3,i} = \bar{w}_i = \frac{w_i}{w_1 + w_2} \quad i=1,2. \quad (15)$$

4.Tabaka: her bir kural için normlandırılmış ağırlık ile birinci derece polinom çarpımı yapılır;

$$O_{4,i} = \bar{w}_i f_i = \bar{w}_i (p_i x + q_i y + r_i) \quad i=1,2. \quad (16)$$

5.Tabaka: çıktı değerini elde etmek için toplama işlemi yapılır;

$$O_{5,i} = f = \sum_i \bar{w}_i f_i = \frac{\sum_i w_i f_i}{\sum_i w_i} \quad i=1,2. \quad (17)$$



Şekil 2. İki girdi ve bir çıktılı ANFIS yapısı

Yukarıdaki işlem her bir noktaya ait veriler (enlem ve boylam) kullanılarak tekrar edilir ve sonuçta bulanık model oluşturulur (alt küme sayısı ve hangi tür üyelik fonksiyonu kullanılacağına önceden belirlenmesi gerekir) (Akyılmaz v.d. 2003, Yılmaz, 2005).

Kullanılan veriler ve yöntem

Bu çalışmada enlem ve boylamı belli, elipsoidal yükseklikleri GPS ölçmelerinden, ortometrik yükseklikleri de nivelman ölçmeleri sonucunda elde edilmiş olan 429 İstanbul GPS Nirengi Ağı

(İGNA) noktası, 14 tane de İGNA noktası olmayan toplam 443 nokta kullanılmıştır. Bu noktalardan 393 tanesi modelin oluşturulmasında, seçilen 50 tane nokta ise model sonuçlarının kontrol edilmesi için test noktaları olarak kullanılmıştır.

İstanbul Metropolitan alanında geoid araştırması için 4 farklı yöntemle hesaplar yapılmıştır. Bulanık mantık ve polinom katsayıları ile yapılan geoid belirlemede, GPS/nivelman yöntemine göre elde edilen geoid yükseklikleri bulanık model ve polinom katsayılarının hesaplanmasında veri olarak kullanılmıştır.

GPS/Nivelman yöntemine göre presizyonlu İstanbul geoidinin belirlenmesi

GPS ölçmelerinden elde edilen elipsoidal yükseklikler ve aynı noktalara ait nivelman ölçmelerinden elde edilen ortometrik yüksekliklerden geoid yükseklikleri 9 eşitliğine göre hesaplanmıştır.

EGM96 yeryuvarı modeline göre presizyonlu İstanbul geoidinin belirlenmesi

Modele göre geoid yükseklikleri, Ohio Devlet Üniversitesinden Prof. Richard Rapp'ın yazmış olduğu ve küresel harmonik katsayıların derece ve seviyelerinin 360° eşit olduğu F477.For FORTRAN programı kullanılarak elde edilmiştir. Yapılan hesaplama sonucunda EGM96 yeryuvarı modeline göre 393 model ve 50 test noktasındaki geoid yükseklikleri elde edilmiş ve GPS/nivelman yöntemine göre bulunan geoid yüksekliklerinden olan farklar alınmıştır. Farklara ait değerler özet olarak Tablo 1'de görülmektedir.

Tablo 1. EGM96 yeryuvarı modeline göre hesaplanan geoid yüksekliklerinin GPS/nivelman geoid yüksekliklerinden olan farkları (m biriminde)

Nokta	Model (393)	Test (50)
Fark (min)	1.039	0.960
Fark(max)	-0.182	-0.154
Farkların mutlak değerlerinin ortalaması	0.439	0.385
Karesel ortalama hata	0.521	0.480

Polinom katsayıları ile geoid hesabı

5., 6. ve 7. derece polinom hesabı 393 nokta kullanılarak ve bütün ölçülerin ağırlıkları eşit ($P_i=1$) alınarak yapılmış ve elde edilen bu polinom katsayıları ile hesaplanan 393 model noktasındaki ve 50 test noktasındaki geoid yüksekliklerine ilişkin maksimum ve minimum düzeltme ve fark, düzeltmelerin ve farkların mutlak değerlerinin ortalaması, iç ve dış doğruluk değerleri Tablo 2'de verilmiştir.

Bulanık mantık yöntemine göre presizyonlu İstanbul geoidinin belirlenmesi

Enlem ve boylam değerleri 2'den 20'ye kadar eşit alt bölgeye ayrılarak 19 değişik bulanık model oluşturulmuş ve elde edilen bu bulanık modellere göre noktaların geoid yükseklikleri hesaplanmıştır. Bulanık modeller ile elde edilen geoid yüksekliklerine ait maksimum ve minimum düzeltme, düzeltmelerin mutlak değerlerinin ortalaması, iç ve dış doğruluk değerleri Tablo 3'te verilmiştir.

Sonuçlar ve öneriler

İstanbul Metropolitan alanındaki geoidi belirlemek için EGM96 yeryuvarı modeli, çok parametrelili polinomlarla ve bulanık mantık yöntemi ile hesaplar yapılmıştır. GPS/nivelman yöntemi ile bulunan geoid yükseklikleri çok parametrelili polinom ve bulanık mantık yöntemlerinde veri olarak kullanılmıştır.

Bu modeller içinden EGM96 jeopotansiyel model yaklaşımı sırasıyla model ve test noktaları için ± 52 ve ± 48 cm'lik karesel ortalama hata değerleri ile, sonuçlar açısından presizyonu en düşük model olarak bulunmuştur. Bunun sebebi modelde İstanbul ile ilgili veri miktarının yetersiz olması olabilir. Bu nedenle bu model ile bulunan geoid yüksekliğinin presizyonunu artırmak için bölgesel verilerin (gravite, yükseklik v.b.) modelin küresel harmonik katsayılarının hesabında daha çok kullanılması ve küresel harmonik katsayıların derece ve seviyelerinin artırılması gerekmektedir. Çok parametrelili polinom katsayıları ile geoid belirlemede, polinom derecesi önemlidir. Polinomun derecesinin artması ile hem iç hem de dış doğruluk değerleri daha küçük değerlere ulaşmaktadır. Noktalar seçilirken

Tablo 2. Polinom katsayıları ile bulunan geoit yükseklikleri ile GPS/nivelman yöntemine göre geoit yükseklikleri arasındaki maksimum, mini-mum düzeltme ve fark değerleri, düzeltmelerin ve farkların mutlak değerlerinin ortalaması, iç ve dış doğruluk değerleri (m biriminde)

	N 5.der	N 6.der	N 7.der		N 5.der	N 6.der	N 7.der
	Model Noktaları (393 Nokta)				Test Noktaları (50 Nokta).		
Maks.düzeltil.	0.096	0.102	0.085	Maks..fark.	0.084	0.074	0.076
Min.düzeltil.	-0.103	-0.088	-0.095	Min.fark.	-0.096	-0.088	-0.104
Düz. ortal.	0.032	0.029	0.027	Fark. ortal.	0.028	0.026	0.026
İç doğr.	0.039	0.036	0.034	Dış doğr.	0.037	0.035	0.035

Tablo 3. 393 nokta ile oluşturulan bulanık modeller ile bulunan geoit yükseklikleri ile GPS/nivelman yöntemine göre geoit yükseklikleri arasındaki düzeltme ve farklara ait değerler, düzeltmelerin ve farkların mutlak değerlerinin ortalaması, iç ve dış doğruluk değerleri (m biriminde; A.K.S = Alt küme sayısı)

393 nokta bulanık modeller										
A.K.S.	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Maks.	0.178	0.128	0.098	0.091	0.091	0.090	0.096	0.089	0.092	0.095
min	-0.180	-0.157	-0.104	-0.104	-0.096	-0.099	-0.095	-0.109	-0.088	-0.094
Düz. ort.	0.052	0.036	0.030	0.025	0.023	0.020	0.019	0.017	0.016	0.014
m_{oi}	0.065	0.044	0.037	0.032	0.029	0.026	0.025	0.022	0.022	0.020
A.K.S.	12	13	14	15	16	17	18	19	20	
Maks.	0.083	0.072	0.069	0.052	0.059	0.064	0.036	0.043	0.032	
min	-0.072	-0.056	-0.044	-0.056	-0.065	-0.058	-0.046	-0.056	-0.043	
Düz. ort.	0.014	0.011	0.009	0.008	0.009	0.006	0.006	0.006	0.005	
m_{oi}	0.019	0.016	0.013	0.013	0.014	0.010	0.009	0.009	0.008	
393 nokta bulanık modeller (50 test noktası)										
A.K.S.	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Maks.	0.154	0.079	0.099	0.083	0.059	0.075	0.071	0.097	0.084	0.078
min	-0.127	-0.114	-0.104	-0.094	-0.085	-0.079	-0.077	-0.123	-0.095	-0.129
Fark. ort.	0.059	0.040	0.032	0.030	0.026	0.029	0.029	0.031	0.029	0.030
m_{od}	0.034	0.028	0.025	0.024	0.023	0.024	0.024	0.025	0.024	0.025
A.K.S.	12	13	14	15	16	17	18	19	20	
Maks.	0.157	0.096	0.267	0.108	0.124	0.563	0.220	0.177	0.286	
min	-0.087	-0.127	-0.128	-0.177	-0.172	-0.245	-0.229	-0.220	-0.254	
Fark. ort.	0.031	0.028	0.040	0.041	0.037	0.056	0.046	0.048	0.058	
m_{od}	0.025	0.024	0.028	0.029	0.027	0.034	0.030	0.031	0.034	

bölgeyi en iyi bir biçimde temsil edecek sayıda ve homojen dağılımda noktalar seçilmelidir.

Bütün yöntemler içinde en presizyonlu sonuçlar bulanık mantık yöntemi ile elde edilmiştir. Dikkat çeken bir nokta ise bulanık mantık yönteminde iç doğruluk değerleri alt küme sayısının artırılması ile küçülmesine rağmen, dış doğruluk değerleri ± 2.3 cm ile ± 3.4 cm arasında değişmektedir. Polinom katsayıları ve bulanık mantık yöntemi ile geoid hesabında iyi sonuçlar elde etmek için yeterli sayıda nokta ve bu noktaların homojen dağılımı olması gerekmektedir. Ayrıca bulanık mantık yönteminde kaç alt küme ayrılmasının daha iyi sonuçlar verdiğine dikkat edilmesi gerekmektedir.

Kaynaklar

- Ayan T., Aksoy A., Çelik R.N., Deniz R., Arslan E., Özşamlı C., Denli H., Erol S., Özöner B., (1999). İstanbul GPS Nirengi Ağı (İGNA) Teknik Rapor, İstanbul Teknik Üniversitesi İnşaat Fakültesi Jeodezi Anabilim Dalı, İstanbul, Kasım.
- Akyılmaz O., Ayan T., Özlüdemir T., (2003). Geoid surface approximation by using Adaptive

Network based Fuzzy Inference Systems, *AVN* 308-315.

- Banarjee, P., Foulger, G.R., Satyaprakash, and Dabral, C.P., (1999). Geoid undulation modelling and interpretation at Ladak, NW Himalaya using GPS and levelling data, *Journal of Geodesy*, **73**, 79-86.
- Grafarend, E. W., (1994). What is geoid?, *Geoid and its geophysical interpretations*, edited by Petr Vanicek and Nikolas T.Christou, **Chapter 1**, CRC press, Boca Raton, FL, USA.
- Heiskanen, W.H., Moritz, H., (1967). *Physical Geodesy*, Freeman, San Fransisco, USA.
- Sevilla M. J., (1996). A new gravimetric geoid in the Iberian Peninsula, *Joint Special Issue of the of the Bureau Gravimétrique International Bulletin d'Information No. 77 and International Geoid Service Bulletin No. 4*, 163-180.
- Sjöberg, L. E., (1994). Techniques for geoid determination, *Geoid and its geophysical interpretations*, edited by Petr Vanicek and Nikolas T.Christou, **Chapter 2**, CRC press, Boca Raton, FL, USA.
- Yılmaz M., (2005). *İstanbul Metropolitan Alanında Geoid Araştırması*, Doktora Tezi, İTÜ Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.

http://www.ngs.noaa.gov/GEOID/geoid_def.html