

Dielektrik kamadan kırınım problemlerinde yeni bir yöntem

Levent ERDOĞAN*, İnci AKKAYA

İTÜ Elektrik-Elektronik Fakültesi, Haberleşme Mühendisliği Bölümü, 34469, Ayazağa, İstanbul

Özet

Bu çalışmada, dielektrik kamadan kırınım problemlerine yeni bir yaklaşımla yeni bir yöntem geliştirilmiştir. Bugüne kadar, kırınım problemlerinde kırınım alanını hesaplamada kullanılan köşeden saçılma yaklaşımından farklı olarak, boşluktaki eşdeğer yüzey akımları kullanılmıştır. Teklik teoremi ve Huygens ilkesi çerçevesinde, Stratton'un eşdeğer yüzey akımlarını kullanan yeni yöntemle, dielektrik kama için gölge bölgesinde bulunan tek alan bileşeni olan kırınım alanı ifadeleri semer noktası yaklaşıklığıyla elde edilmiştir. Bu yöntemle, diğer çalışmalarda sonsuz değerler veren gölge bölgesi geçiş sınırı ifadeleri de kesin olarak bulunmuştur. Önerilen yeni yöntem, literatürde rastlanan tek çalışmayla karşılaştırıldığında analitik olarak identik çıkmasının yanısıra, sayısal hesaplamaların daha hızlı olmasıyla, bilgisayar maliyetini düşürmektedir.

Anahtar Kelimeler: Saçılma problemi, kırınım, kırınmış alanlar, dielektrik kama, eşdeğer yüzey akımları.

A new method for the diffraction problems

Abstract

In this study, a new method with a new approach for diffraction problems of a dielectric wedge is developed. The main purpose of the study is to obtain the expressions of diffracted field terms in the region called shadow region for a dielectric wedge, when an electromagnetic plane wave propagating in the space strikes an obstacle or discontinuity. To date, diffracted fields were described as the fields due to the discontinuity such as knife-edge or sharp point of the obstacle. In this study, the fields in the shadow region caused by surface currents sources of the incident field on the shadow boundary are taken into consideration by considering diffraction phenomenon as the penetration of the illuminated region towards to the region behind sharp edge. The approach using equivalent source currents in the space to find diffraction fields is totally different from ray theory and scattering at the edges, used for diffraction problems to date. Shadow region fields with saddle point approximation were obtained for a dielectric wedge by new method using Stratton's equivalent source currents with the frame of uniqueness theorem and Huygens' Principle. By this method, expressions on the shadow transition boundary are also obtained exactly, although they give infinite values for other diffraction formulas.

Keywords: Scattering problem, diffraction, diffracted field, dielectric wedge, equivalent surface currents.

*Yazışmaların yapılacağı yazar: Levent ERDOĞAN. LEVENTITU@yahoo.com; Tel: (212) 262 54 90.

Bu makale, birinci yazar tarafından İTÜ Fen Bilimleri Enstitüsü, Sistem Analizi Programında tamamlanmış olan "Dielektrik kamadan kırınım problemlerinin çözümüne ilişkin yeni bir yöntem" adlı doktora tezinden hazırlanmıştır. Makale metni 13.05.2005 tarihinde dergiye ulaşmış, 16.01.2006 tarihinde basım kararı alınmıştır. Makale ile ilgili tartışmalar 30.11.2006 tarihine kadar dergiye gönderilmelidir.

Giriş

Sommerfeld yarım düzlem problemini temiz bir matematik ile çözmüş (Sommerfeld, 1896), yansıyan alan ifadesini kesin olarak çıkarmıştır. Kırınım alanı ifadesini çok kısa dalgalar için semer noktası yöntemi ile bulmuştur. Keller'in ortaya attığı kırınımın geometrik teorisi – KGT (Keller, 1962; 1985), kırınım problemlerine çok kısa yoldan çözüm getiren ve dolayısıyla çok rağbet gören bir yöntem oluşturmuştur. Bu yöntemde sözkonusu bir saçıcı cismin saçtığı alan (kanonik problem) çözülmektedir. Bu çözümde çok kere, fiziksel optik – FO yaklaşım kullanılmaktadır. FO, sadece saçıcı cisim üzerinde indüklenen akımlarla ilgilenir. Bu yaklaşım ise, elektromagnetik alanların teklik teoremine ters düşmektedir. Sommerfeld'in yarısız mükemmel iletken düzlem için yapılan kesin çözümü ardından, araştırmalar geçiş bölgelerinde teklikler üzerine yönelmiştir. Örneğin Kouyoumjian'ın geliştirdiği Kırınımın Düzgün Teorisi – KDT yöntemi, mükemmel iletken yüzeyli eğrisel köşelerden kırınım üzerinedir (Kouyoumjian ve Pathak, 1974). Sunulan bu çalışmada ise, saçılan alanlar incelenirken, söz konusu uzay bölgesini saran bütün yüzeydeki eşdeğer akımlardan hareket edilerek,

- mükemmel iletken yarısız düzlem
- mükemmel iletken kama
- dielektrik kama

problemleri çözülmüştür ve diğer çözümlerle karşılaştırmalar yapılmıştır.

Teklik teoreminin hatırlatılması

Şekil 1'de görülen V hacmindeki alanları bulmak için onu saran **kapalı** S yüzeyindeki

- tüm yüzeydeki teğetsel elektrik alanlar veya
- tüm yüzeydeki teğetsel magnetik alanlar veya
- bazı yüzey bölgelerinde teğetsel elektrik alanlar ve kalan yüzey bölgelerinde teğetsel magnetik alanlar

bilinmelidir.

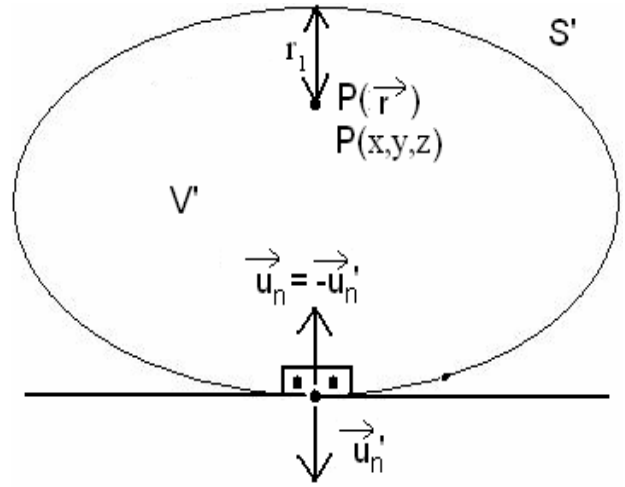
Eşdeğer yüzey akımlarının uygulanması

Eşdeğer yüzey akımları

$$\vec{I} = \vec{u}_n \times \vec{H}_t \quad (1)$$

$$\vec{J} = -\vec{u}_n \times \vec{E}_t \quad (2)$$

dir. Burada \vec{u}_n , S yüzeyinin birim normal vektörü olup, dıştan içe doğru alınan vektördür. \vec{I} den \vec{A} elektriksel vektörel potansiyel, \vec{J} den \vec{B} magnetik vektörel potansiyel bulunur.



Şekil 1. V hacmini saran kapalı S yüzeyi. V nin içindeki sabit bir $P(\vec{r})$ gözlem noktası

P gözlem noktasındaki alan

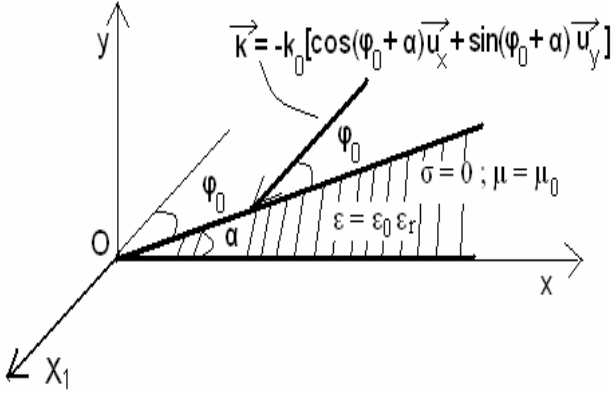
$$\vec{H}(P) = \nabla \times \vec{A}(P) + \frac{\nabla \times \nabla \times \vec{B}(P)}{j\omega\mu} \quad (3)$$

$$\vec{E}(P) = -\nabla \times \vec{B}(P) + \frac{\nabla \times \nabla \times \vec{A}(P)}{j\omega\epsilon} \quad (4)$$

elde edilir. Bu işlemi yapmak için, tabii ki S yüzeyindeki eşdeğer akımlar kullanılmalıdır. Bu durumda bu hacim içindeki alanların ifadesinin tek olduğu ispat edilebilir. Nitekim Stratton'un bulunduğu (Stratton, 1941) ve Schelkunoff'un yorumladığı (Akkaya, 2002) eşdeğer yüzey akımları da, bu ilkenin, bir hacim için nasıl uygulanacağını formülleştirilmesidir.

Dielektrik kama

Dielektrik kamaya çarpmadan yoluna devam eden ışınlar, çarparak kırılma ve yansımalarla uğrayan ışınlar, geometrik optikle doğrudan doğruya bulunabilmektedir. Dolayısı ile, bu çalışmada sadece gölge bölgesindeki alan incelenecektir. Kırılmış ve yansımış ışınlar ise, sadece, gölge bölgesine katkıları olabildiği durumlar için sözkonusu edilmiştir.



Şekil 2. \vec{k} propagasyon vektörü olmak üzere gelen düzlemsel dalga ve dielektrik kama

Şekil 2'de bir dielektrik kamadanın kesiti ve gelen düzlemsel dalganın propagasyon vektörü görülmektedir. Dielektrik kamayı tepe açısı α 'nın dar veya geniş olması bakımından iki tipe ayırmak mümkündür. Bu tiplerin her ikisinde de gelen ışının, kama yüzeyine dar açı veya geniş açı ile çarpması sözkonusu edilebilir.

Dar açılı dielektrik kama

Şekil 3, 4, 5 ve 6'da dar açılı bir dielektrik kama için gelen ışının çeşitli yolları gösterilmiştir.

Şekil 3'teki durum için,

$$\sqrt{\epsilon_r} \sin \varphi_1 = \cos \varphi_0 \quad (5)$$

dir. Bu kırılma olayındaki transmisyon katsayısı da

$$T_1 = \frac{2}{1 + \frac{\sqrt{\epsilon_r} \cos \varphi_1}{\sin \varphi_0}} \quad (6)$$

olmaktadır. Bu kırılmış ışınlar, kamanın alt yüzeyine vardıkları zaman, kamanın alt yüzeyinin normali \vec{u}_{n2} ile (ki $\vec{u}_{n2} = \vec{u}_y$ dir) φ_2 açısını yaparlar. Şekil 3'de $\varphi_2 = \alpha - \varphi_1$ dir. Bu kez ışınlar, alt yüzeyden, \vec{u}_{n2} ile φ_3 açısını yaparak çıkarlar ve bu defaki transmisyon katsayısı,

$$T_2 = \frac{2}{1 + \frac{\cos \varphi_3}{\sqrt{\epsilon_r} \cos \varphi_2}} \quad (7)$$

olup, φ_2 ve φ_3 için,

$$\sqrt{\epsilon_r} \sin(\varphi_2) = \sqrt{\epsilon_r} \sin(\alpha - \varphi_1) = \sin \varphi_3 \quad (8)$$

bağıntıları vardır. Burada,

$$\cos \varphi_1 = \sqrt{1 - \frac{\cos^2 \varphi_0}{\epsilon_r}} \quad (9)$$

$$\cos \varphi_2 = \sqrt{1 - \frac{\cos^2 \varphi_0}{\epsilon_r}} \cos \alpha + \frac{\cos \varphi_0}{\sqrt{\epsilon_r}} \sin \alpha \quad (10)$$

$$Q_m = \sin(2\alpha) \cos^2 \varphi_0 \sqrt{\epsilon_r - \cos^2 \varphi_0} \quad (11)$$

olmak üzere

$$\cos \varphi_3 = \sqrt{1 - \epsilon_r \sin^2 \alpha - \cos^2 \varphi_0 - Q_m} \quad (12)$$

yani

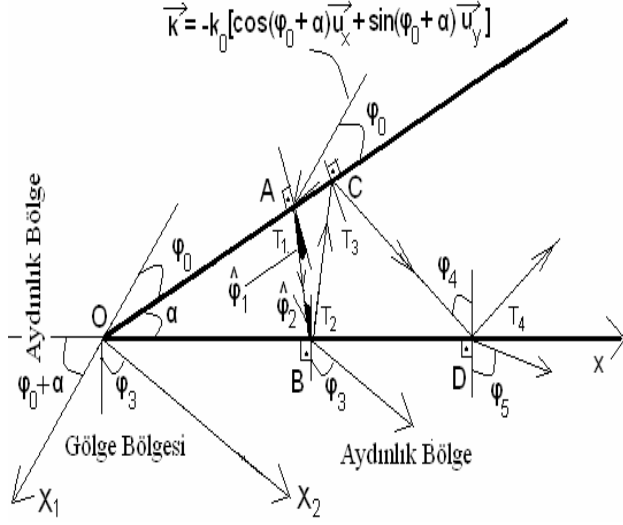
$$\varphi_3 = \arccos \sqrt{1 - \epsilon_r \sin^2 \alpha - \cos^2 \varphi_0 - Q_m} \quad (13)$$

bağıntıları olup, T_1 ve T_2 'ye φ_1 , φ_2 ve φ_3 için, φ_0 , α ve ϵ_r değerlerine bağlı ifadeleri taşıyacaktır. Gölge bölgesi yer alması için

$$\pi + \varphi_0 + \alpha < \varphi < 2\pi - (\pi/2 - \varphi_3) = 3\pi/2 + \varphi_3 \quad (14)$$

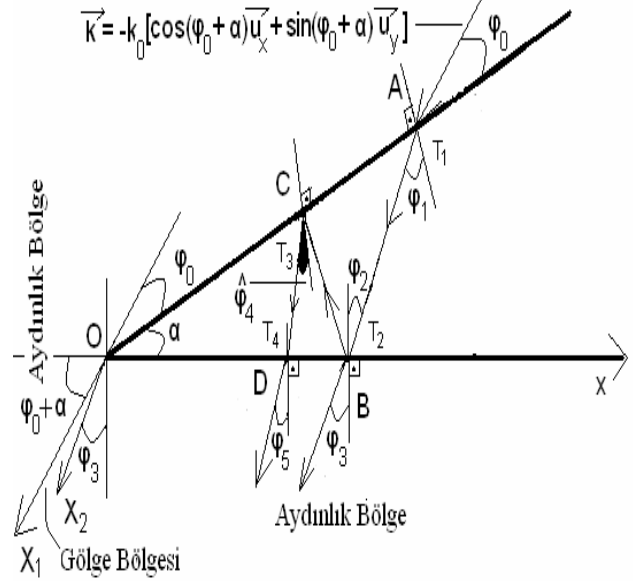
olması gerekir. φ_3 açısı ile çıkan ışın, T_1 ve T_2 katsayılarına sahiptir. Şekil 3'de görülen durumda $\varphi_5 < \varphi_3$ ise T_1 , T_2 , T_3 ve T_4 katsayıları ile çıkan bu ışın da gölge bölgesine katkıda bulunur. $\varphi_5 > \varphi_3$ ise bu ışın aydınlık bölgede kalır, gölge bölgesine katkıda bulunmaz. Daha fazla

kırılma ve yansımalara uğrayan ışınlar da sözkonusu olabilir.

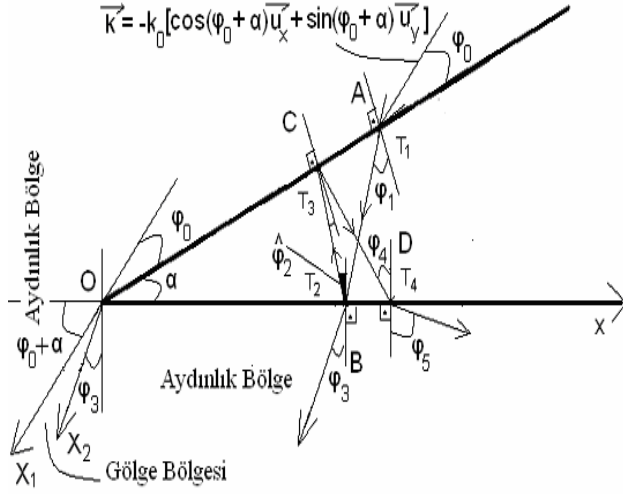


Şekil 3. $\varphi_0 < \pi/2$ ve $\alpha < \pi/2$ için dielektrik kama içindeki kırılan ve yansıyan alanlar ile çevresindeki aydınlık bölgeler ve gölge bölgesi

dalgacıkları, gölge bölgesine (ve tabii aydınlık bölgeye) kırınım alanı katkıları verirler. Bu nedenle şimdi çeşitli doğrultularda yayılan düzlemsel dalgaların Ox düzlemine çarpınca neler olabileceği 3 tipik örnekle incelenir:

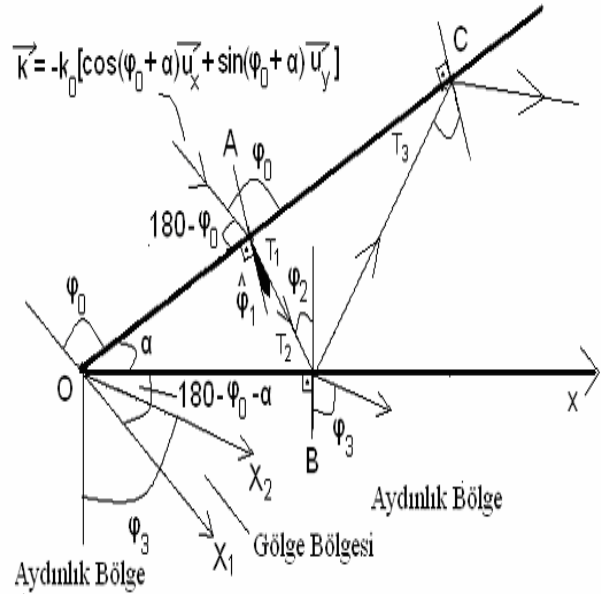


Şekil 5. $\varphi_0 < \pi/2$ ve $\alpha < \pi/2$ için Şekil 3 ve 4'den farklı yol izleyen ışın için dielektrik kama içindeki kırılan ve yansıyan ışınlar

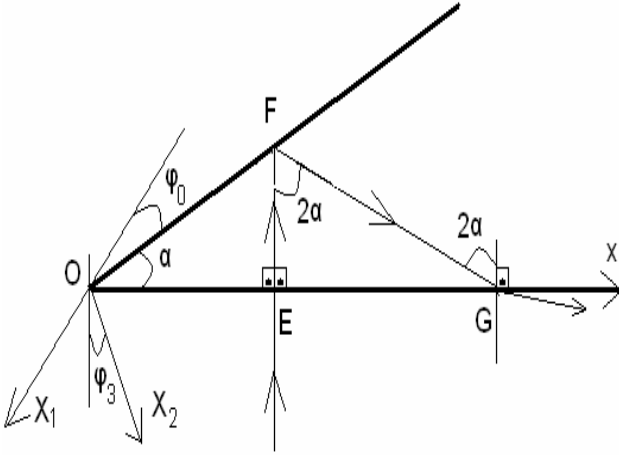


Şekil 4. $\varphi_0 < \pi/2$ ve $\alpha < \pi/2$ için Şekil 3'ten farklı yol izleyen ışın için dielektrik kama içindeki kırılan ve yansıyan ışınlar

Ox_1 üzerindeki kaynakların yaydığı $H_0^{(2)}$ fonksiyonları yapısındaki dalgalar aslında Ox_1Y_1 düzlemi içindeki sonsuz doğrultularda yayılan elemansel düzlemsel dalgacıkların integrali şeklindedir. Bu düzlemsel dalgacıklar Oxz yarım düzlemine çarptıkları zaman yansıma ve kırılmaya uğrarlar. Bu şekilde yansıyan ve kırılan



Şekil 6. $\varphi_0 > \pi/2$ ve $\alpha < \pi/2$ için dielektrik kama içindeki kırılan ve yansıyan alanlar ile çevresindeki aydınlık bölgeler ve gölge bölgesi



Şekil 7. Ox düzlemine dik giren ışının dielektrik kama içinde izlediği yol

Şekil 7'de Ox düzlemine çarpan ışının bu düzleme dik açı ile geldiği görülmektedir. Işın dielektrik içinde EFG yolunu izler. Bu ışının G'den çıkması için,

$$\sqrt{\varepsilon_r} \sin(2\alpha) > 1 \quad (15)$$

olması gerekir. Bu da

$$\alpha > \frac{1}{2} \arcsin\left(\frac{1}{\sqrt{\varepsilon_r}}\right) \quad (16)$$

koşulunu getirir. Dışarı çıkmış bu ışının gölge bölgesine girmesi istenmiyorsa:

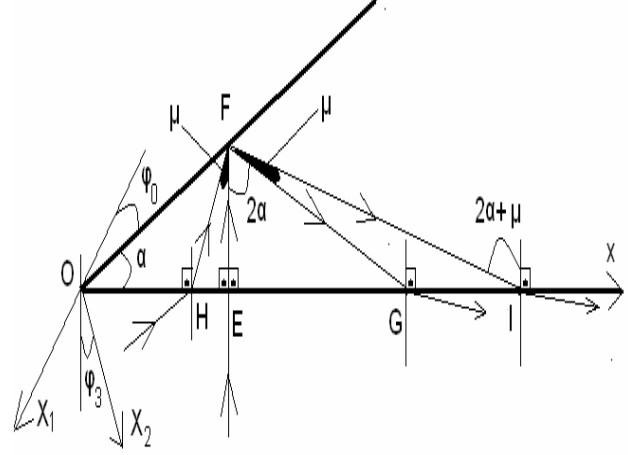
$$\sqrt{\varepsilon_r} \sin(2\alpha) > \sin\varphi_3 \quad (17)$$

koşulu kullanılır. Bu durumda:

$$\arcsin(\sqrt{\varepsilon_r} \sin(2\alpha)) > \varphi_3 \quad (18)$$

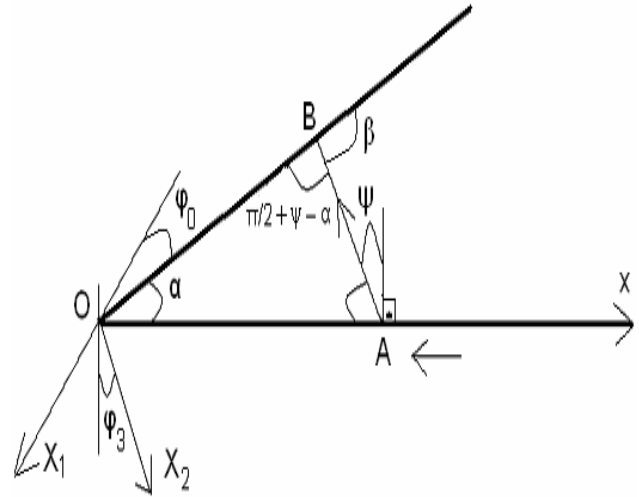
bağıntısı karanlık bölgeye tek katkının OX₁ üzerindeki birincil kaynaklardan gelmesi durumunu sağlar.

Şekil 8'de, Şekil 7'deki EFG ışımından başka HFI ışın yolu da çizilmiştir. Eğer G'den çıkan ışın aydınlık bölgede kalıyorsa, $2\alpha + \mu > 2\alpha$ olduğu için, I'dan çıkan (veya çıkamayan) ışın kesinlikle gölge bölgesine katkıda bulunmaz.



Şekil 8. Ox düzlemine normalin solundan bir açı ile giren ışının dielektrik kama içinde izlediği yol

Şekil 9'da, Ox düzlemine A noktasında (normalin sağından) giren bir yatay ışın görülmektedir.



Şekil 9. Ox düzlemine A noktasında (normalin sağından) giren ışının dielektrik kama içinde izlediği yol

Bu ışın kamanın üst yüzeyi ile $\pi/2 + \psi - \alpha$ açısını yapar. Bu açıyı π 'ye tamamlayan açı, $\beta = \pi/2 - \psi + \alpha$ dır. β açısı, aynı zamanda, kamanın alt yüzeyinden girip, B noktasından geri yansıyan ışının kamanın üst yüzeyi ile yapacağı açıya eşittir. Eğer, $\beta \geq \pi - \alpha$ ise, bu son ışın alt yüzeye çarpmaz. Bu koşul ise, $\pi/2 - \psi + \alpha \geq \pi - \alpha$ ise yani,

$$\alpha \geq \pi/4 + \psi/2 \quad (19)$$

eşitsizliğinin gerçekleşmesidir. ($\psi < \pi/2$ olduğu için, $\alpha > \pi/2$ olsa idi, bu ışın altyüzeye çarpmazdı).

Şekil 4'de dielektrik kama içindeki ışın farklı bir yol izlemektedir. Bu durumda da gene $\varphi_2 = \varphi_1 - \alpha$ 'dır ve iki kırılmalı veya daha çok kırılmalı ışınlar incelenebilir ve gölge bölgesinin sınırları yine

$$\pi + \varphi_0 + \alpha < \varphi < 2\pi - (\pi/2 + \varphi_3) = 3\pi/2 - \varphi_3 \quad (20)$$

olmaktadır.

Şekil 5'te dielektrik kama içindeki ışın farklı bir yol izlemektedir. Bu durumda da $\varphi_2 = \varphi_1 - \alpha$ olur ve

$$\varphi_0 + \alpha + \varphi_3 < \pi/2 \quad (21)$$

için bir gölge bölgesi olmaktadır.

Şekil 6'daki dielektrik kamada $\varphi_0 > \pi/2$ olmaktadır. Bu durumda da $\varphi_2 = \varphi_1 + \alpha$ olur ve gölge bölgesi yine

$$\varphi_0 + \alpha + \pi < 3\pi/2 + \varphi_3 \quad (22)$$

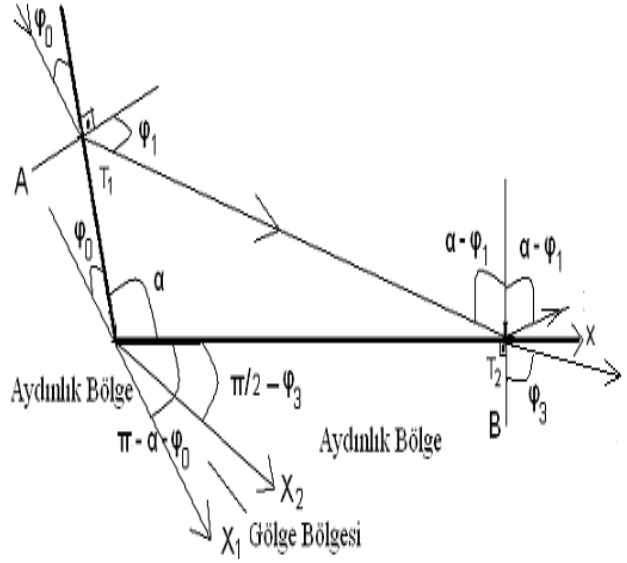
durumunda bulunur.

$$\varphi_0 + \alpha - \varphi_3 > \pi/2 \quad (23)$$

için gölge bölgesi yoktur.

Geniş açılı dielektrik kama

Önce geniş açılı dielektrik kamada ($\alpha > \pi/2$), $\varphi_0 < \pi/2$ için kamaya gelen düzlemsel dalga durumu incelenir. Şekil 10'da görülen geniş açılı kamaya φ_0 açısı ile gelen düzlemsel dalganın bir kısmı (A noktasından) T_1 katsayısı ile kırılarak dielektriğin içine girer. İçeri giren bu dalganın bir kısmı (B noktasından) T_2 katsayısı ile kırılarak dışarı çıkar. Geri kalan kısmı (B noktasından) dielektriğin içine yansır. Şekil 10'da görüldüğü gibi bu yansımış ışının soldaki kama yüzeyine dönmesi imkansızdır. Dolayısı ile B noktasından φ_3 açısı ile çıkan ışın OX_2 eksenine paraleldir. Bu ışın $E_0 T_1 T_2$ alan şiddetini taşımaktadır.



Şekil 10. $\varphi_0 < \pi/2$ ve $\alpha > \pi/2$ için dielektrik kama içindeki kırılan ve yansıyan alanlar ile çevresindeki aydınlık bölgeler ve gölge bölgesi

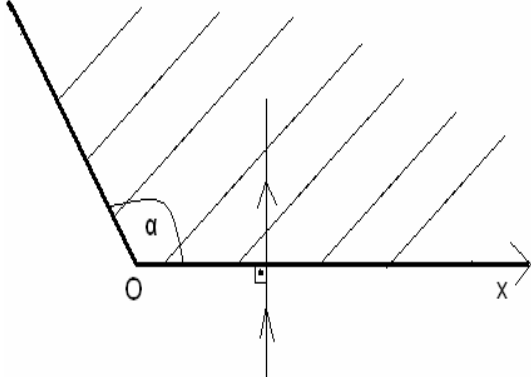
Eğer,

$$\pi - \varphi_0 - \alpha > \pi/2 - \varphi_3 \quad (24)$$

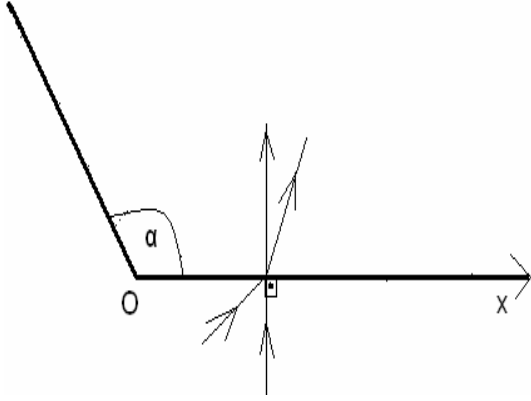
ise OX_1 ile OX_2 eksenleri arasında gölge bölgesi oluşur ve bu bölgeye hem OX_1 'deki eşdeğer kaynaklar, hem OX_2 'deki eşdeğer kaynaklar hem de OX_1 'den çıkıp, yansıyarak geri dönen dalgalar katkıda bulunur. Bu 3 terimin dışında $T_1 T_2 T_3 T_4 \dots T_n$ katsayılı ışınlar yoktur. Ayrıca, $R' T_1' T_2' \dots T_n'$ katsayılı ışınlar da sözkonusu olmaz. Çünkü Şekil 10'daki B noktasından normal ile $\alpha - \varphi_1$ açısı yaparak yansımış olan ışın dielektriğin soldaki yüzeyine çarpmaz.

Bu durumda da OX_1 ekseninde eşdeğer kaynakların oluşturduğu ışınların dielektrik üzerinde kırılıp, yansımaları yukarıda dar açılı kamada anlatıldığı gibi incelenmesi gerekir. Şekil 11'de görülen kamanın alt yüzeyine dik olarak gelen ışının kama içinde hiçbir zaman soldaki öbür yüzeye çarpmaz.

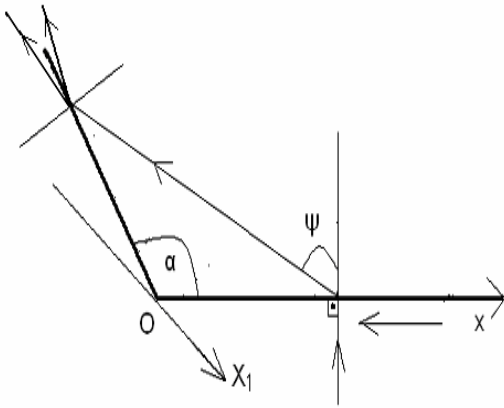
OX_1 ekseninde $H_0^{(2)}$ kaynaklarından kamanın altyüzeyine gelen ışınlar da, (19) eşitsizliğini gerçekleştirdiği için, alt yüzeyden tekrar dışarı çıkamaz.



Şekil 11. $\alpha > \pi/2$ açılı dielektrik kamanın alt yüzeyine dik olarak gelen ışının kama içindeki yolu



Şekil 12. $\alpha > \pi/2$ açılı dielektrik kamanın alt yüzeyine normalin solundan gelen ışının kama içindeki yolu



Şekil 13. $\alpha > \pi/2$ açılı dielektrik kamanın alt yüzeyine normalin sağından gelen ışının kama içindeki yolu

Şekil 12'deki kama içine giren ışının yolu ise, Şekil 11'deki ışının yolundan daha sağa doğru- dur ve o da kesinlikle soldaki ikinci yüzeye çarpmaz.

Şekil 13'deki kama içine giren ışın, dielektrik içindeki öbür yüzeye çarpsa dahi, öbür yüzeyden yansıdıktan sonra yoluna devam ederken, alt yüzeye uğramasına imkan olmadığı gibi, kırılarak çıkan kısmı da aydınlık bölgenin içinde kalır.

Yukarıda dar açılı kamada anlatılan Snell yasası, kırılma ve yansıma yasaları uyarınca yazılan (6) ifadesindeki T_1 ve (7) ifadesindeki T_2 bağıntıları aynen geçerlidir. Bu durumda, gölge bölgesi oluşabilmesi için

$$\pi - \varphi_0 - \alpha > \pi/2 - \varphi_3 \quad (25)$$

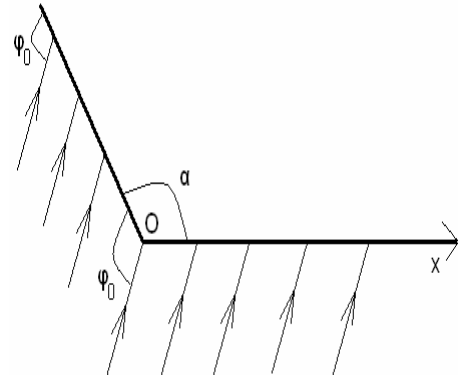
olmalıdır. $T_1 T_2$ katsayılı ışının OX_2 eksenini oluşturabilmesi için de

$$\sqrt{\varepsilon_r} \sin(\varphi_1 - \alpha) < 1 \quad (26)$$

olması gerekir.

$$\sqrt{\varepsilon_r} \sin(\varphi_1 - \alpha) \geq 1 \quad (27)$$

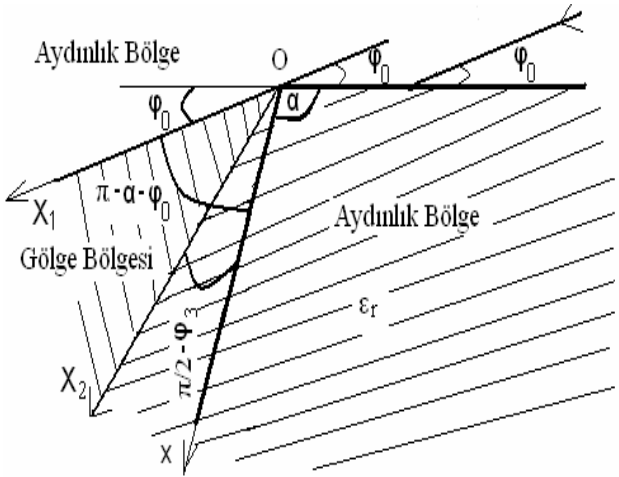
ise OX_2 eksenini artık sözkonusu olmaz. Gölge bölgesi de OX_1 eksenini ile Ox eksenini arasında bulunur.



Şekil 14. $\varphi_0 > \pi/2$ ve $\alpha > \pi/2$ için dielektrik kama içindeki kırılan ve yansıyan alanlar ile çevresindeki aydınlık bölgeler ve gölge bölgesi

Geniş açılı dielektrik kamada ($\alpha > \pi/2$), $\varphi_0 > \pi/2$ durumunda (Şekil 14), kamaya gelen düzlemsel dalga her iki yüzeyle de geniş açı yapmaktadır. Dolayısı ile bütün uzay aydınlık bölgedir. Buralarda kırınım alanının etkisi çok küçük olup, ihmal edilebilir.

Bu çalışmada, $\varphi_0 < \pi/2$ durumu için geniş açılı ($\alpha > \pi/2$) olan dielektrik kamanın gölge bölgesindeki alan ifadeleri bulunmaktadır.



Şekil 15. Dielektrik kamanın çevresindeki aydınlık bölgeler ve gölge bölgesi

Şekil 15'deki bu durum için gölge bölgesinin sınırları $\varphi = \pi + \varphi_0 + \alpha$ olan OX_1 eksenine ve $\varphi = 2\pi - \pi/2 + \varphi_3 = 3\pi/2 + \varphi_3$ olan OX_2 eksenidir.

OX_1 eksenindeki eşdeğer kaynakların gölge alanına katkısı

$$\vec{E}_{krl_1} \cong -\vec{u}_z e^{-j\pi/4} \frac{E_0}{2\sqrt{2\pi}} \frac{e^{-jk_0\rho}}{\sqrt{k_0\rho}} \left[\frac{\sin\Phi_1}{1-\cos\Phi_1} \right] \quad (28)$$

dir. OX_2 eksenindeki eşdeğer kaynakların gölge alanına katkısı ise

$$\vec{E}_{krl_2} \cong \vec{u}_z e^{-j\pi/4} \frac{E_0}{2\sqrt{2\pi}} \frac{e^{-jk_0\rho}}{\sqrt{k_0\rho}} \left[T_1 T_2 \frac{\sin\Psi_2}{1-\cos\Psi_2} \right] \quad (29)$$

$$\Psi_2 = \pi/2 - \alpha - \varphi_0 - \varphi_1 + \varphi_3 \quad (30)$$

dir. OX_1 eksenindeki eşdeğer kaynakların dielektrik kama üzerinde yansıyarak oluşturdukları alan terimlerinden bahsedilmiştir. Bunların elemansel düzlemsel dalgacıkların toplamları olduğu gözönünde tutularak olaya katkıları şu şekilde hesaba katılır. Bu kaynakların karşısında dielektrik engel olmasa idi, onların alanları

ları alan terimlerinden bahsedilmiştir. Bunların elemansel düzlemsel dalgacıkların toplamları olduğu gözönünde tutularak olaya katkıları şu şekilde hesaba katılır. Bu kaynakların karşısında dielektrik engel olmasa idi, onların alanları

$$\vec{E}_{krl_1} = -\frac{k_0}{4\pi} \vec{u}_z E_0 \int_{x'_1=0}^{+\infty} e^{-jk_0 X'_1} \int_{\eta=-\infty}^{+\infty} e^{-jk_0 \left[(X_1 - X'_1)\eta + Y_1 \sqrt{1-\eta^2} \right]} d\eta dX'_1 \quad (31)$$

den ibaret olacaktır. Bu integral, semer noktası yöntemi ile alınabilmektedir. Dolayısı ile yukarıdaki dielektrik ortamdan yansıyan gelen ışınların da kırınım alanına katkısı yine semer noktası yöntemi ile hesaplanabilir. Çeşitli denklem dönüşümleri kullanılarak bu terim

$$\vec{E}_{krl_3} \cong -\vec{u}_z e^{-j\pi/4} \frac{E_0}{2\sqrt{2\pi}} \frac{e^{-jk_0\rho}}{\sqrt{k_0\rho}} \frac{\sin(\Phi_1 - 2\beta)}{1 - \cos(\Phi_1 - 2\beta)} \left[\frac{\sin(\Phi_1 - 3\beta) - \sqrt{\epsilon_r - \cos^2(\Phi_1 - 3\beta)}}{\sin(\Phi_1 - 3\beta) + \sqrt{\epsilon_r - \cos^2(\Phi_1 - 3\beta)}} \right] \quad (32)$$

$$\beta = \pi - \alpha - \varphi_0 \quad (33)$$

olur. Böylece toplam kırınım alanı için

$$\vec{E}_{krl_top} \cong -\vec{u}_z e^{-j\pi/4} \frac{E_0}{2\sqrt{2\pi}} \frac{e^{-jk_0\rho}}{\sqrt{k_0\rho}} \left\{ \frac{\sin\Phi_1}{1-\cos\Phi_1} - T_1 T_2 \frac{\sin\Psi_2}{1-\cos\Psi_2} + R' \frac{\sin(\Phi_1 - 2\beta)}{1-\cos(\Phi_1 - 2\beta)} \right\} \quad (34)$$

dir. Burada,

$$\Psi_2 = \frac{\pi}{2} - \alpha - \varphi_0 - \Phi_1 + \varphi_3 \quad (35)$$

$$\Phi_1 = \varphi - \pi - (\alpha + \varphi_0) \quad (36)$$

$$R' = \left[\frac{\sin(\Phi_1 - 3\beta) - \sqrt{\epsilon_r - \cos^2(\Phi_1 - 3\beta)}}{\sin(\Phi_1 - 3\beta) + \sqrt{\epsilon_r - \cos^2(\Phi_1 - 3\beta)}} \right] \quad (37)$$

olup, φ_3 (13), β (33), T_1 (6) ve T_2 (7) ifadeleri ile verilmiştir.

Geçiş yaridüzlemlerindeki alanlar

Geçiş yaridüzlemlerindeki toplam alanlar

$$\begin{aligned} \bar{E}_{\text{top}_X1}(X_1; 0; z) = \bar{E}(\rho; \pi + \alpha + \varphi_0; z) = \\ -\bar{u}_z \frac{E_0}{2} e^{-jk_0\rho} + \bar{u}_z e^{-j\pi/4} \frac{E_0}{2\sqrt{2\pi}} \frac{e^{-jk_0\rho}}{\sqrt{k_0\rho}} T_1 T_2 \frac{\sin\Psi_{X1}}{1-\cos\Psi_{X1}} \end{aligned} \quad (38)$$

$$\begin{aligned} \bar{E}_{\text{top}_X2}(X_2; 0; z) = \bar{E}(\rho; \pi/2 + \alpha + \varphi_0 + \beta + \varphi_3; z) = \\ -\bar{u}_z \frac{E_0}{2} T_1 T_2 e^{-jk_0\rho} - \bar{u}_z e^{-j\pi/4} \frac{E_0}{2\sqrt{2\pi}} \frac{e^{-jk_0\rho}}{\sqrt{k_0\rho}} \cdot \\ \left[\frac{\sin\Phi_{X2}}{1-\cos\Phi_{X2}} + R' \frac{\sin(\Phi_{X2}-2\beta)}{1-\cos(\Phi_{X2}-2\beta)} \right] \end{aligned} \quad (39)$$

olarak bulunur. Burada,

$$\Psi_{X1} = \frac{\pi}{2} - \alpha - \varphi_0 + \varphi_3 \quad (40)$$

$$\Phi_{X2} = \beta - \frac{\pi}{2} + \varphi_3 \quad (41)$$

dir. Uzak alanda, yani $k_0\rho$ sonsuza ($\rho \geq 10\lambda$ için) giderken (38) ifadesindeki ikinci terim, (39) ifadesindeki ikinci ve üçüncü terim sıfıra gitmektedir.

(34), (35), (36) ve (37) ifadelerinde $\epsilon_r \rightarrow \infty$ kabul edilirse, mükemmel iletken kamaya eşdeğer ifadeler elde edilir.

Dielektrik kama için yeni yöntemin Kim ve arkadaşlarının yöntemi ile karşılaştırılması

Kim ve arkadaşları, Şekil 15'de görülen dielektrik kamadan elektromagnetik dalgaların saçılması problemine çözümü, toplam alan için verilen integrallere, geometrik optik ile bulunan alanları koymak şeklindedir (Kim vd., 1991). Kim'in fiziksel optik diye adlandırdığı bu yöntem, aslında geometrik optikle bulunan alanların uzaya saçtığı alanları hesap etmekten ibarettir. Gerçekte, fiziksel optik yöntem tabiri, genellikle

mükemmel iletken yüzeylerde gelen düzlemsel dalganın \bar{H} alanının 2 katını alarak yüzey akımlarını hesaplama yöntemidir.

Kim, saçılma alanını veren integralleri, uzak alanlar için semer noktası yöntemi ile almıştır. Kim'in orijinalitesi, kama açısını herhangi bir açı olarak almak ve dielektrik içindeki pekçok sayıdaki kırılmaları hesaba katmaktır. Bulunan sonuçlar da, geçiş bölgelerinde süreksizlik içermektedir. Çalışmasında çok uzun bir yolla integral denklem sistemi çözülmektedir ve hem optik yöntemdeki yaklaşıklık hem de semer noktası yöntemindeki yaklaşıklık hesaba girmektedir.

Kim'in verdiği formüllerde ilk iki terimin bu çalışmadaki ilk iki terimle tamamen identik çıktığı görülmektedir. 3. terim bir miktar farklıdır, fakat bu terimin katkısı çok küçüktür. 3. terim diğer iki terim yanında çok küçük genlikli kalmaktadır.

Gelen düzlemsel dalganın E polarizasyonlu olması durumunda, dielektrik kama için, Şekil 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, ve 30'da Kim'in çözümü ile elde edilen ifadelerle tezde elde edilen ifadeler, gelen düzlemsel dalganın geliş açısı φ_0 'ın, bağıl dielektrik katsayısı ϵ_r 'nin ve kamanın açıklık açısı α 'nın değişik değerleri için karşılaştırılmıştır. Bu çalışmada elde edilen ifadelerle, Kim ve arkadaşlarının çalışmasında elde edilen ifadeler,

$$\frac{e^{-jk_0\rho}}{\sqrt{k_0\rho}} D(\varphi) \quad (42)$$

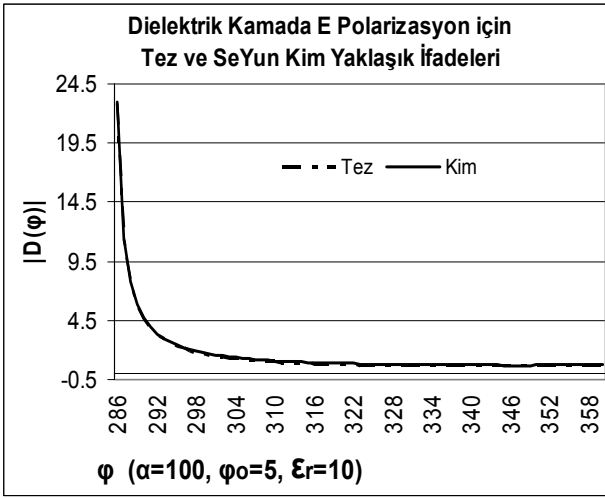
formuna getirilerek, grafik çizimleri $D(\varphi)$ kırınım terimleri karşılaştırılması şeklinde yapılmıştır.

Sonuçlar

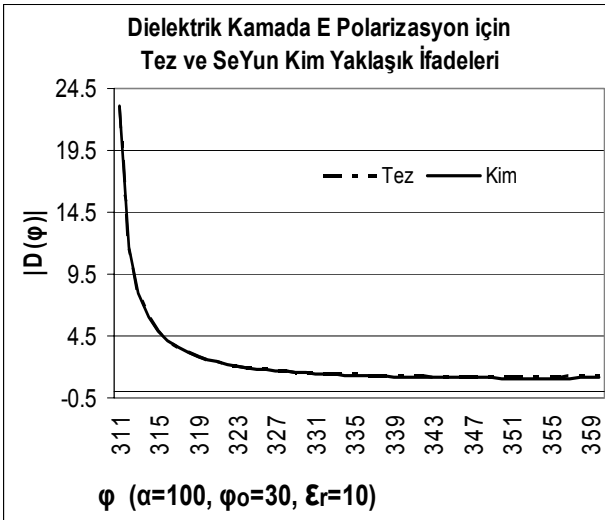
Bu çalışmada, (34) nolu formülle ifade edilen yeni yöntem, dielektrik kamanın gölge bölgesindeki alanları bulunmasını sağlamaktadır. Literatürde rastlanan tek çalışmanın sonuçları, sadece sayısal çözümlerde değil, aynı zamanda analitik çözümlerde de identik olmaktadır. Yeni yöntemin en önemli avantajı sonuçları daha basit ve çok daha az bilgisayar hesap maliyeti ile elde etmesidir.

Diğer çalışmalarda sonsuz değerler veren geçiş sınırlarındaki alanlar ise, yeni yöntemle ((38) ve (39) formüllerinde görüldüğü gibi) sonlu ve kesin olarak bulunmuştur. Bu da yeni yöntemin en büyük avantajlarından biridir.

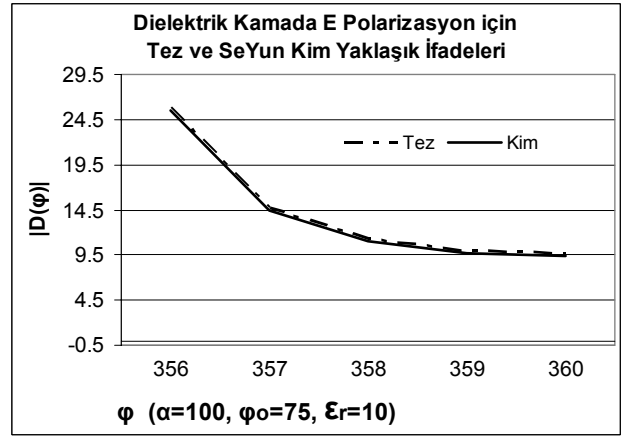
Sonuç olarak bu çalışmada, kama yüzeyi üzerindeki alanlar yerine, eşdeğer yüzey akımları ilkesi ve teklik teoremi doğru olarak uygulandığı için, hem kısa yoldan hem de daha hassas çözümler elde edilmesi mümkün olmuştur.



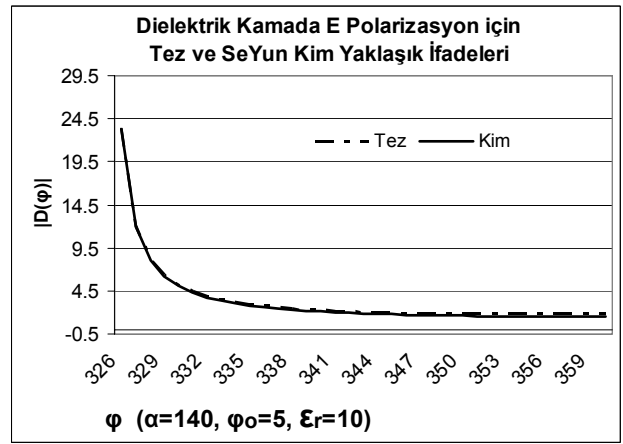
Şekil 16. Yeni yöntem ile Kim'in yönteminin karşılaştırılması ($\epsilon_r=10$, $\alpha=100^\circ$, $\phi_0=5^\circ$)



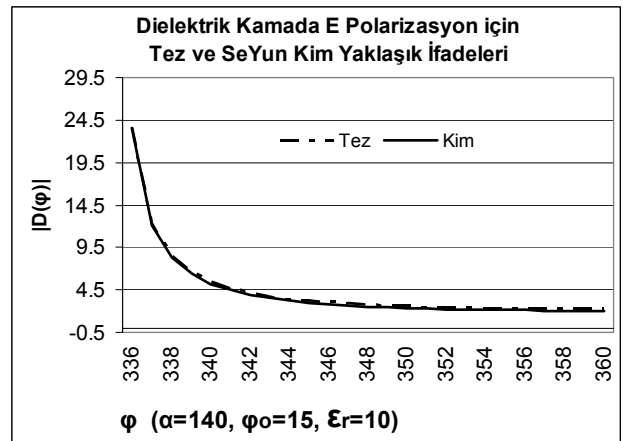
Şekil 17. Yeni yöntem ile Kim'in yönteminin karşılaştırılması ($\epsilon_r=10$, $\alpha=100^\circ$, $\phi_0=30^\circ$)



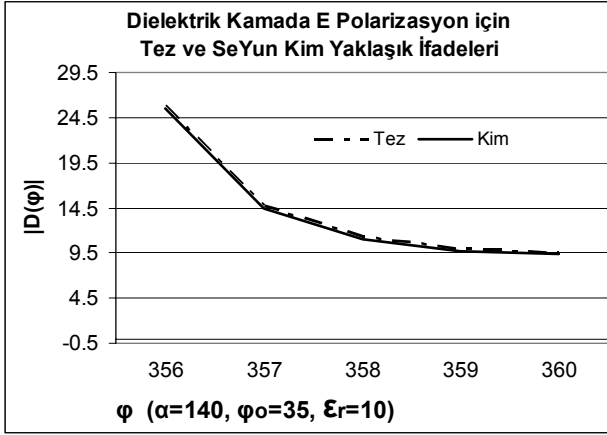
Şekil 18. Yeni yöntem ile Kim'in yönteminin karşılaştırılması ($\epsilon_r=10$, $\alpha=100^\circ$, $\phi_0=75^\circ$)



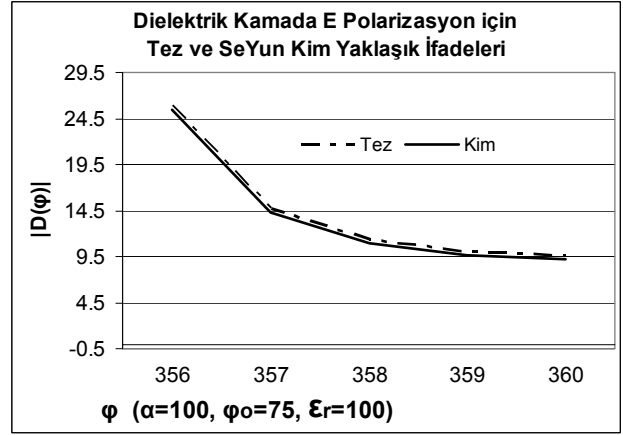
Şekil 19. Yeni yöntem ile Kim'in yönteminin karşılaştırılması ($\epsilon_r=10$, $\alpha=140^\circ$, $\phi_0=5^\circ$)



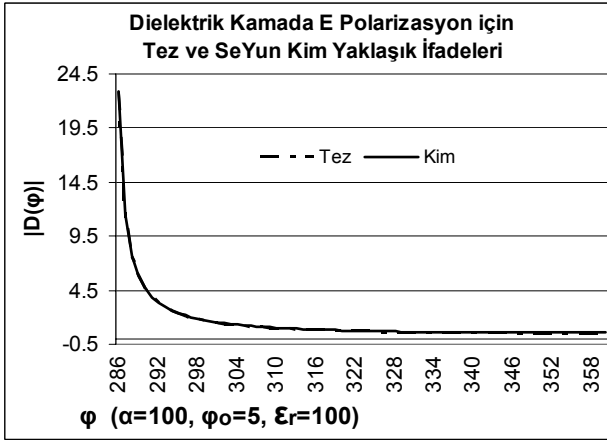
Şekil 20. Yeni yöntem ile Kim'in yönteminin karşılaştırılması ($\epsilon_r=10$, $\alpha=140^\circ$, $\phi_0=15^\circ$)



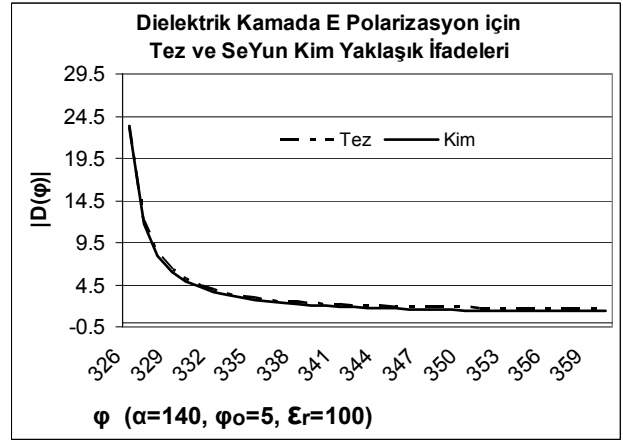
Şekil 21. Yeni yöntem ile Kim'in yönteminin karşılaştırılması ($\epsilon_r=10$, $\alpha=140^\circ$, $\phi_0=35^\circ$)



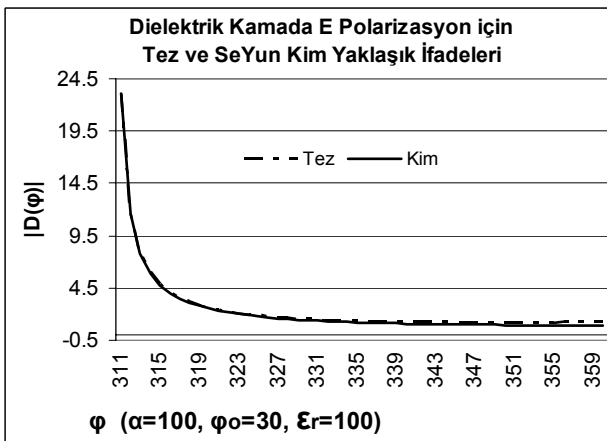
Şekil 24. Yeni yöntem ile Kim'in yönteminin karşılaştırılması ($\epsilon_r=100$, $\alpha=100^\circ$, $\phi_0=75^\circ$)



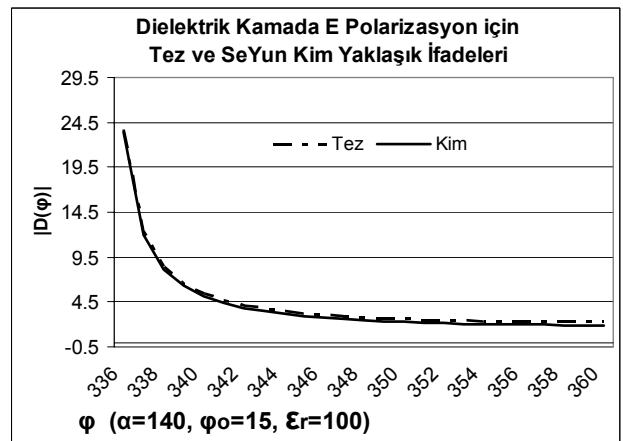
Şekil 22. Yeni yöntem ile Kim'in yönteminin karşılaştırılması ($\epsilon_r=100$, $\alpha=100^\circ$, $\phi_0=5^\circ$)



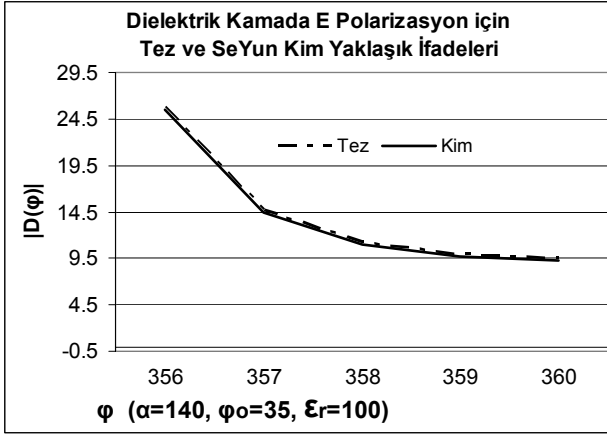
Şekil 25. Yeni yöntem ile Kim'in yönteminin karşılaştırılması ($\epsilon_r=100$, $\alpha=140^\circ$, $\phi_0=5^\circ$)



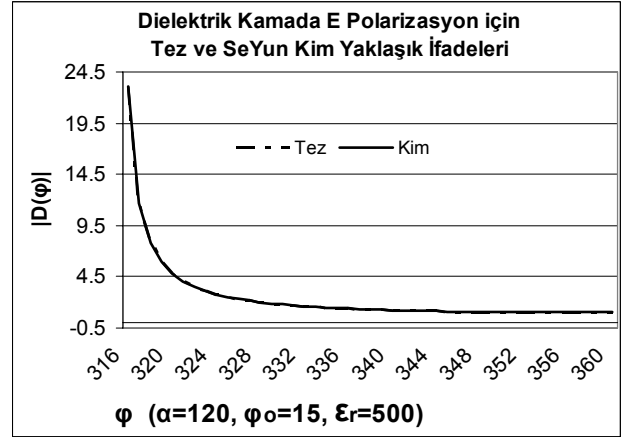
Şekil 23. Yeni yöntem ile Kim'in yönteminin karşılaştırılması ($\epsilon_r=100$, $\alpha=100^\circ$, $\phi_0=30^\circ$)



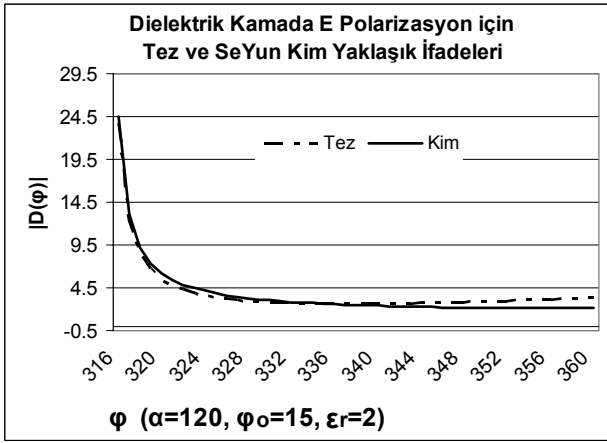
Şekil 26. Yeni yöntem ile Kim'in yönteminin karşılaştırılması ($\epsilon_r=100$, $\alpha=140^\circ$, $\phi_0=15^\circ$)



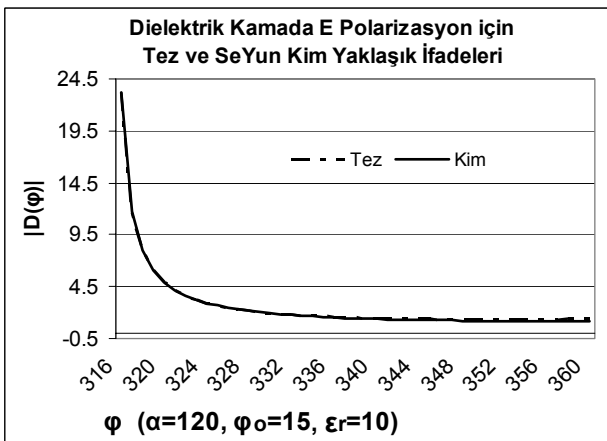
Şekil 27. Yeni yöntem ile Kim'in yönteminin karşılaştırılması ($\epsilon_r=100$, $\alpha=140^\circ$, $\phi_0=35^\circ$)



Şekil 30. Yeni yöntem ile Kim'in yönteminin karşılaştırılması ($\epsilon_r=500$, $\alpha=120^\circ$, $\phi_0=15^\circ$)



Şekil 28. Yeni yöntem ile Kim'in yönteminin karşılaştırılması ($\epsilon_r=2$, $\alpha=120^\circ$, $\phi_0=15^\circ$)



Şekil 29. Yeni yöntem ile Kim'in yönteminin karşılaştırılması ($\epsilon_r=10$, $\alpha=120^\circ$, $\phi_0=15^\circ$)

Kaynaklar

- Akkaya, İ., (2002). *Applied Electromagnetic Theory, Lecture Notes*, İTÜ, İstanbul.
- Keller, J.B., (1962). Geometrical theory of diffraction, *J. Opt. Soc. American*, 52, 116-130.
- Keller, J.B., (1985). One hundred years of diffraction theory, *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, AP 33, 2, February, 123-126.
- Kim S.Y., Ra J.W. ve Shin S.Y., (1991). Diffraction by an arbitrary-angled dielectric wedge: part I-physical optics approximation, *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 39, 9, September, 1272-1281.
- Kouyoumjian, R.G ve Pathak P.H., (1974). A uniform geometrical theory of diffraction for an edge in a perfectly conducting surface, *Proc. IEEE*, 62; 11, 1448-1461.
- Sommerfeld, A., (1896). Mathematische theorie der diffraction, *Math. Ann.* 47, 317-374.
- Stratton, J.A., (1941). *Electromagnetic Theory*, McGraw-Hill Book Co. Inc.