# Üç boyutlu çelik çerçevelerin üç bileşenli deprem yükleri etkisinde göçme mekanizmaları ve sünekliğinin belirlenmesi

# Kadir ÖZAKGÜL<sup>\*</sup>, Erdoğan UZGİDER

İTÜ İnşaat Fakültesi, Yapı Mühendisliği Programı, 34469, Ayazağa, İstanbul

# Özet

Bu çalışmada üç boyutlu çerçeve sistemlerin üç bileşenli deprem yükleri altındaki göçme mekanizmalarının ve süneklik kapasitelerinin belirlenmesi için bir algoritmanın geliştirilmesi ve bu algoritmava uvgun dinamik analiz vapabilen bir bilgisavar programının üretilmesi amaclanmıstır. Malzemenin lineer olmayan gerilme-şekil değiştirme bağıntısı, Ramberg-Osgood ifadesinin tersine karşı gelen bağıntı ile modellenmiştir. Sistem zamana bağlı değişken dış yüklerin etkisinde olduğu için, plastik mafsallarda eleman uç momenti-açısal uç deplasmanı ile eksenel uç kuvveti-eksenel uç deplasmanı arasındaki bağıntılara ait iskelet ve dal eğrileri kullanılarak histerik davranış tanımlanmıştır. Sonlu küçük uç kuvvet artımları ile uç deplasman artımları arasındaki lineer olmayan bağıntılardan elasto-plastik düzeltme katsavıları tanımlanarak elemanın elasto-plastik tanjant rijitlik matrisi olusturulmustur. Karşılıklı etki yüzeyi, Morris ve Fenves tarafından verilen, eleman enkesitindeki tarafsız eksenin herbir konumu için belirlenmiş olan alt-sınır akma yüzeyi ifadeleriyle tanımlanmıştır. Tekrarlı yükler altındaki birleşimin davranışını tanımlayabilmek için Kishi ve Chen tarafından önerilen bağımsız pekleşme modeli kullanılmıştır. Bu modele ait, birleşim başlangıç rijitliği, maksimum moment taşıma kapasitesi ve şekil parametresi değerleri, Üst ve Alt Flanşlar ile Gövdeden Çift Korniyerli birleşim tipi için hesaplanmıştır. Eleman uç noktalarının farklı yer değiştirmesi sonucu oluşan ikinci mertebe etkiler (P –  $\Delta$  etkisi) geometrik rijitlik matrisiyle, eleman uzunluğu boyunca elemanda oluşan ikinci mertebe etkiler (P –  $\delta$ etkisi) ise stabilite fonksiyonlarıyla tanımlanmıştır. Çok katlı uzay çerçeve sistemlerin sonlu küçük zaman artımları için hareket denklemleri oluşturulmuş ve sonlu küçük zaman artımları için Newmark'ın genellestirilmis ivme vöntemivle adım-adım integre edilerek cözülmüstür. Secilen uzav cerceve sistemleri, yazılmış bilgisayar programı kullanılarak üç boyutlu deprem yükleri altında analiz edilmiş ve elde edilen sonuçlar grafikler ve tablolar ile gösterilmiştir.

Anahtar Kelimeler: Ramberg-Osgood, bağımsız pekleşme modeli, stabilite fonksiyonları.

<sup>\*</sup>Yazışmaların yapılacağı yazar: Kadir ÖZAKGÜL. ozakgulk@itu.edu.tr; Tel: (212) 285 38 13.

Bu makale, birinci yazar tarafından İTÜ Fen Bilimleri Enstitüsü, Yapı Mühendisliği Programı'nda tamamlanmış olan "Üç boyutlu çerçevelerin üç bileşenli deprem yükleri etkisinde göçme mekanizmaları ve sünekliğinin belirlenmesi" adlı doktora tezinden hazırlanmıştır. Makale metni 10.03.2006 tarihinde dergiye ulaşmış, 11.04.2006 tarihinde basım kararı alınmıştır. Makale ile ilgili tartışmalar 31.03.2007 tarihine kadar dergiye gönderilmelidir.

# Determination of failure mechanisms and ductility of 3D steel frames under earthquake loads with three components

## **Extended** abstract

In this study, it has been aimed to develop an algorithm that determines failure mechanisms and ductility capacities of 3D frames under earthquake loads with three components and a computer program which performs dynamic analysis according to this algorithm. In the first chapter, definitions concerning linear elastic system solution have been described. The member's elastic stiffness matrix has been explained which is written both in the local and the global coordinate systems. Then, the system's global stiffness matrix has been given with how it is formed by using the global stiffness matrix of each member. Modified Crout reduction procedure which is a kind of Gauss elimination method has been used for the solution of linear equation systems. In the second chapter, semi-rigid connection model has been described. The independent hardening model given by Kishi and Chen has been used to express the behaviour under cyclic loading. Because this model is simple to use and easily applicable to all type of steel frame connection models, it is often implemented in the frame analysis program. The moment-rotation curve under the first cycle of loading, unloading and reverse loading remain unchanged under the repetition of loading cycles. The skeleton curve used in the model was obtained from three parameter power models. In this procedure, the initial connection stiffness, ultimate moment capacity and shape parameter of the connection have been determined by an analytical model for top- and seatangle connection with double web angle. In the third chapter, material nonlinearity has been investigated. The inelastic moment-rotation and axial forcedeformation behaviour of structural members have been modeled by the inversion of the Ramberg-Osgood relation. Material nonlinearity is simulated by the formation of plastic zones of zero length at the ends of the elements. The plastic hinge does not form until all of the fibers in the cross-section reach the yield stress. Hysteresis behaviour of plastic hinges has been defined using skeleton and branch curves relating to moment-rotation and axial forcedeformation relations of members. Elasto-plastic correction factors have been obtained from finite incremental nonlinear member force-deformation

relations and then, the member's tangent stiffness matrix has been formed by using these factors. Interaction surfaces have been described with the lower bound yield surface equations suggested by Morris and Fenves, relating to the various neutral axis positions of common cross-sectional types. The internal force values obtained by employing the tangent stiffness generated at the beginning of a time interval do not satisfy the yield equations at the end of this time interval. In order to obtain results which satisfy this condition with reasonable time required, a method of modifying the member stiffness for each time increment has been used. Because direct shear deformations are usually neglected as being small for framed structures, direct shear forces parameters are not included in the yield conditions formulated. In the fourth chapter, the geometric nonlinearity including the second-order effects associated with  $P-\delta$  and  $P-\Delta$  has been investigated. While the geometric nonlinearity caused by axial force has been described by the use of the geometric stiffness matrix, the nonlinearity caused by the interaction between the axial force and bending moment has also been described by the use of the stability functions. In the fifth chapter, dynamic equation of motion has been built in the finite time increments for multi-story systems and the system mass, damping and tangent stiffness matrices which are a part of the system dynamic equation of motion have been described. El Centro acceleration record with three components has been applied to the dynamic equation of motion as external load. This equation of motion has been solved by Newmark's constant acceleration method in time history domain. The input energy in the system due to seismic loading, dissipated energy by the hysteretic behaviour of the material at the location of plastic hinges, if they form, by viscous damping and by hysteretic behaviour of the semi-rigid connections, elastic strain energy and kinetic energy have been described. Member-level ductility demands including hysteretic behaviour of three dimensional members, system-level ductility demands and drift demands have been calculated. Using the written computer program which uses the developed algorithm, different structural models have been analyzed under ground motions with three components and the response quantities of structural models have been calculated.

*Keywords: Ramberg-Osgood, the independent hardening model, the stability functions.* 

# Giriş

Çelik yapıların dinamik yükler altındaki tasarımında, malzemenin elastik olmayan davranışının, birleşimlerin nonlineerliğinin ve yapının geometrik değişiminden dolayı oluşan ikinci mertebe etkilerinin dikkate alınması gereklidir. Yapının elastik olmayan davranışını esas alacak şekilde değişik analiz yöntemleri geliştirilmiştir. Bu yöntemler, iki boyutlu basit plastik mafsal analizinden, plastikleşmenin yayılışını tam olarak modelleyebilen rafine analiz yöntemlerine kadar sıralanabilir.

İleri analiz yöntemiyle, çok hassas bir şekilde yapının mümkün bütün göçme durumları öngörülebilir, daha kararlı bir güvenlik düzeyi ile daha uzun süreli kullanılabilirlik sağlanabilir.

Günümüze kadar yapılmış olan ileri analiz çalışmalarında malzeme akma yüzeyi olarak genelde Tebedge ve Chen (1974) tarafından verilen yaklaşık formülasyonlar kullanılmıştır. Bu çalışmada ise malzeme akma yüzeyi, eleman enkesitindeki tarafsız eksenin herbir konumu için Morris ve Fenves (1969) tarafından belirlenmiş olan akma yüzey eğrileriyle tanımlanmıştır. Bu tanımlamada, eksenel kuvvet ve eğilme momentlerinin malzeme akma yüzeyine olan etkilerine ilaveten burulma momentinin etkisi de dahil edilmiştir.

## Lineer elastik sistem çözümü

Bu çalışmada, direkt deplasman yönteminin Wang (1970) tarafından önerilmiş bir uygulaması kullanılmıştır.

Uzay çerçeve sisteminin bir ij elemanına özel eksenleri doğrultusunda iki ucundan etkiyen uç kuvvetlerinin sayısı oniki adettir (Şekil 1). Bu uç kuvvetlerinden, altı adedi bağımsız uç kuvvetleri olup, diğer uç kuvvetleri bunlara bağlı olarak hesaplanmıştır. Şekil 1'de bu bağımsız uç kuvvetleri N,T,M<sub>1i</sub>,M<sub>1j</sub>,M<sub>2i</sub> ve M<sub>2j</sub> olarak, bu kuvvetlere karşı gelen uç deplasmanları da  $\Delta L$ , $\theta_T$ , $\phi_{1i}$ , $\phi_{1j}$ , $\phi_{2i}$  ve  $\phi_{2j}$  olarak pozitif yönleriyle ve ortak koordinat sistemine göre belirlenmiş doğrultman kosinüsleriyle birlikte verilmiştir. Bu bağımsız uç kuvvetleri matrisi F ile karşı gelen uç deplasmanları matrisi e, herhangi bir (r) numaralı bir ij elemanı için,

$$F^{(r)} = \begin{bmatrix} N & T & M_{1i} & M_{1j} & M_{2i} & M_{2j} \end{bmatrix}_{1x6}^{T} (1)$$
$$e^{(r)} = \begin{bmatrix} \Delta L & \theta_{T} & \phi_{1i} & \phi_{1j} & \phi_{2i} & \phi_{2j} \end{bmatrix}_{1x6}^{T} (2)$$
seklinde olacaktır.



## Şekil 1. Eleman eksenlerinde pozitif uç kuvvet ve uç deplasman bileşenleri

Şekil 1'de görülen bir ij elemanı için, bağımsız uç kuvvetleri ile karşı gelen uç deplasmanları arasında,

$$\mathbf{F}^{(\mathbf{r})} = \mathbf{S}^{(\mathbf{r})} \cdot \mathbf{e}^{(\mathbf{r})} \tag{3}$$

bağıntısı yazılabilir. Burada,  $S^{(r)}$ , (r) numaralı bir ij elemanının özel eksenlerine göre yazılmış rijitlik matrisidir ve aşağıdaki gibi tanımlanır;

$$\mathbf{S}^{(r)} = \begin{bmatrix} \frac{\mathbf{E}\mathbf{A}}{\mathbf{L}} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \frac{\mathbf{G}\mathbf{J}}{\mathbf{L}} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \frac{4\mathbf{E}\mathbf{I}_1}{\mathbf{L}} & \frac{2\mathbf{E}\mathbf{I}_1}{\mathbf{L}} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \frac{2\mathbf{E}\mathbf{I}_1}{\mathbf{L}} & \frac{4\mathbf{E}\mathbf{I}_1}{\mathbf{L}} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \frac{4\mathbf{E}\mathbf{I}_2}{\mathbf{L}} & \frac{4\mathbf{E}\mathbf{I}_{21}}{\mathbf{L}} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \frac{4\mathbf{E}\mathbf{I}_2}{\mathbf{L}} & \frac{4\mathbf{E}\mathbf{I}_2}{\mathbf{L}} \end{bmatrix}_{\mathbf{6}\times\mathbf{6}}$$

Eleman özel eksenlerinde tanımlanmış olan eleman rijitlik matrisinden sistem rijitlik matrisine geçebilmek için, eleman rijitlik matrisinin Şekil 2'de verilen ortak koordinat sistemine göre yazılması gerekmektedir.



Şekil 2. Ortak koordinat eksenlerinde pozitif uç kuvvet bileşenleri

(r) numaralı bir elemanın ortak koordinat eksenleri doğrultusundaki uç kuvvet ve uç deplasman bileşenleri,  $P^{(r)}$  ve  $X^{(r)}$  kolon matrisleri şeklinde yazılabilir.

$$\mathbf{P}^{(r)} = \begin{bmatrix} \mathbf{P}_{1} \\ \mathbf{P}_{2} \\ \vdots \\ \vdots \\ \mathbf{P}_{12} \end{bmatrix}_{12x1}, \qquad \mathbf{X}^{(r)} = \begin{bmatrix} \mathbf{X}_{1} \\ \mathbf{X}_{2} \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \mathbf{X}_{12} \end{bmatrix}_{12x1}$$

Eleman ortak koordinat eksenleri doğrultusundaki uç kuvvet ve uç deplasmanları ile özel eksenleri doğrultusundaki uç kuvvet ve uç deplasmanları arasında,

$$\mathbf{P}^{(\mathbf{r})} = \mathbf{A}^{(\mathbf{r})} \cdot \mathbf{F}^{(\mathbf{r})} \tag{5}$$

$$e^{(r)} = A^{(r)^{T}} \cdot X^{(r)}$$
 (6)

bağıntıları kolayca yazılabilir. Bu ifadelerdeki  $A^{(r)}$  matrisi, bir dönüştürme matrisidir.

Ortak koordinat sistemine göre eleman rijitlik matrisi aşağıdaki gibi saptanabilir. (3) ifadesinde (6) ifadesi yerine konursa, uzay çerçeve sistemin (r) numaralı bir ij elemanı için,

$$\mathbf{F}^{(\mathbf{r})} = \left[ \mathbf{S} \cdot \mathbf{A}^{\mathrm{T}} \right]^{(\mathbf{r})} \cdot \mathbf{X}^{(\mathbf{r})}$$
(7)

yazılabilir. (7) ifadesi (5) ifadesinde yerine konulursa,

$$\mathbf{P}^{(r)} = \left[\mathbf{A} \cdot \mathbf{S} \cdot \mathbf{A}^{\mathrm{T}}\right]^{(r)} \cdot \mathbf{X}^{(r)}$$
(8)

ifadesi elde edilir. Burada,

$$\mathbf{K}^{(\mathbf{r})} = \left[\mathbf{A} \cdot \mathbf{S} \cdot \mathbf{A}^{\mathrm{T}}\right]^{(\mathbf{r})} \tag{9}$$

elemanın ortak koordinat sistemine göre rijitlik matrisini göstermektedir.

(8) ifadesi uzay çerçeve sistemin tümü için aşağıdaki gibi yazılabilir;

$$\mathbf{P} = \mathbf{K} \cdot \mathbf{X} \tag{10}$$

Burada P, sisteme düğüm noktalarından etkidiği varsayılan tekil dış yüklere ait kolon matrisini; K, sistemin rijitlik matrisini; X, sistemin düğüm noktası deplasmanlarına ait kolon matrisini göstermektedir.

Köşegenine göre simetrik olan eleman rijitlik matrisinden, yine köşegenine göre simetrik olan sistem rijitlik matrisine geçmek için Wang (1970) tarafından önerilmiş olan etkin bir yöntem kullanılmıştır.

(10) bağıntısında verilen lineer denklem sisteminin çözümü için, Mondkar ve Powell (1974) tarafından önerilen ve esas olarak Gauss indirgemesine dayanan "Geliştirilmiş crout indirgemesi" adı verilen bir yöntem kullanılmıştır.

## Yarı-rijit birleşim modeli

Birleşimlerle ilgili yapılan pek çok deneysel çalışmaların sonuçları, birçok birleşim tipi için yüklemenin her evresinde, birleşim momentdönme ilişkisinin nonlineer olduğunu göstermiştir. Birleşim davranışını tanımlamak için farklı matematiksel modeller önerilmiştir.

Bu çalışmada, tekrarlı yükler altındaki birleşimin davranışını tanımlayabilen bağımsız pekleşme modeli (independent hardening model) kullanılmıştır. (Sekulovic, v.d., 2002). Bu modelde; ilk yükleme, yük boşalması ve ters yönde yükleme evrelerine ait moment-dönme eğrisinin diğer yükleme tekrarlarında da değismeden aynı kaldığı kabul edilmiştir. Bu modelin iskelet eğrisi olarak Chen ve Kishi (1989) tarafından önerilmiş üç parametreli kuvvet modelinin (three parameter power model) eğrisi (Sekil 3) kullanılmıştır. Bu modeli esas alan tekrarlı moment-dönme eğrisi Şekil 4' de gösterilmiştir. Bağımsız pekleşme modelinin kullanımı basit olduğu için her tip çelik cerceve birleşiminde kolaylıkla uygulanabilir. (Chan ve Chui, 2000).

Bu modelin oluşturulabilmesinde, kullanılacak birleşim tipleri için üç adet parametrenin (birleşimin başlangıç rijitliği, maksimum moment taşıma kapasitesi ve şekil parametresi) belirlenmesi gereklidir. Bu çalışmada birleşim tipi olarak, üst ve alt flanşlar ile gövdeden çift korniyerli birleşim tipi kullanılmıştır. Birleşime ait başlangıç rijitliği ve maksimum moment taşıma kapasitesi analitik olarak hesaplanırken şekil parametresi eğri geçirme (curve fitting) tekniği kullanılarak belirlenmiştir. (Kim ve Choi, 2001a).



Şekil 3. Üç parametreli kuvvet modeli

#### Malzeme açısından nonlineerlik

Malzemenin lineer olmayan gerilme-şekil değiştirme bağıntısı, Ramberg-Osgood ifadesinin tersine karşı gelen, Goldberg ve Richard (1963) ile Jonatowski ve Birnstiel (1970) tarafından kullanılmış ifade ile modellenmiştir.



Şekil 4. Bağımsız pekleşme modeli

$$\sigma = \frac{\mathbf{E} \cdot \boldsymbol{\varepsilon}}{\left[1 + \left|\frac{\mathbf{E} \cdot \boldsymbol{\varepsilon}}{\sigma_{u}}\right|^{n}\right]^{1/n}}$$
(11)

Bu bağıntıda; n gerilme-şekil değiştirme bağıntısının şekil parametresi,  $\sigma_u$  malzemenin dayanabileceği en büyük gerilmeyi,  $\epsilon$  şekil değiştirmeyi ve E elastisite modülünü ifade eder. (Chen ve Toma, 1994).

Bu çalışmada, Goldberg ve Richard (1963), Jonatowski ve Brinstiel (1970) ile Uzgider (1980)'in çalışmalarında olduğu gibi, uzay çerçeve sistemlerinin elemanları, plastik mafsal yaklaşımı ile, yani lineer olmayan malzeme davranışlarının yığıştığı uç noktaları dışında her yerde elastik olduğu kabul edilen modelle tanımlanacaktır.

Enkesitinin asal eksenlerinden biri etrafında sadece eğilme etkisinde olan bir elemanda uç momentleri (11) ifadesine benzer şekilde aşağıdaki gibi yazılacaktır.

$$M = \frac{M_E}{\left[1 + \left|\frac{M_E}{M_p}\right|^b\right]^{1/b}}$$
(12)

Burada,  $M_E$  verilen bir açısal uç deplasmanı için, elemanın tamamen elastik olduğu varsayılarak hesaplanan uç momentini,  $M_p$  söz konusu asal eksen etrafında elemanın enkesitinin plastik moment taşıma kapasitesini, b malzemenin gerilme-şekil değiştirme eğrisinin tanımlanması için seçilecek olan bir sabiti ifade etmektedir. Bu bağıntıya ait eğri Şekil 5'de boyutsuz olarak verilmiştir.

Benzer şekilde, sadece uç noktaları arasında oluşan eksenel deplasman farkının etkisindeki bir elemanda, eksenel uç kuvvetleri de aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$N = \frac{N_E}{\left[1 + \left|\frac{N_E}{N_p}\right|^b\right]^{1/b}}$$
(13)

Burada,  $N_E$  eleman uç noktaları arasındaki eksenel deplasman farkları için, elemanın tamamen elastik olduğu varsayılarak hesaplanan eksenel uç kuvvetini,  $N_p$  elemanın plastik eksenel yük taşıma kapasitesini ifade etmektedir.

Bir ij elemanı için (12) bağıntısı; eleman uç momentleri ve karşı gelen etkili açısal uç deplasmanları arasında, Goldberg ve Richard (1963)'ın verdiği şekilde aşağıdaki gibi yazılmıştır.

$$M_{kl} = \frac{K_k \cdot \theta_{kl}}{\left[1 + \left|\frac{K_k \cdot \theta_{kl}}{M_{kp}}\right|^b\right]^{1/b}}$$
(14)

k=1,2 ve l=i,j indisli yukarıdaki ifadelerde;



#### Şekil 5. Eleman uç momentlerinin elasto-plastik davranışı

 $K_1$  ve  $K_2$  sırasıyla prizmatik elemanın enkesitinin 1-1 ve 2-2 asal eksenleri etrafındaki  $4EI_1/L$  ve  $4EI_2/L$  rijitlik katsayılarını,  $\theta_{1i}$ ,  $\theta_{2i}$  ve  $\theta_{1j}$ ,  $\theta_{2j}$  sırasıyla i ve j uçlarında, enkesitin 1-1 ve 2-2 asal eksenleri etrafındaki elemanın etkili açısal uç deplasmanlarını,  $M_{1p}$  ve  $M_{2p}$  ise enkesitin 1-1 ve 2-2 asal eksenleri etrafındaki moment taşıma kapasitelerini gösterir.

Bu etkili açısal uç deplasmanları, prizmatik elemanlar için, elemanın iki uç noktası dışında her yerde lineer elastik bir modelle temsil edildiği bilinerek şöyle ifade edilirler;

$$\theta_{kl} = \phi_{kl} + 1/2 \cdot \phi_{kl} \tag{15}$$

k=1,2 ve l=i,j indisli yukarıdaki ifadelerde;  $\phi_{1i}$ ,  $\phi_{2i}$  ve  $\phi_{1j}$ ,  $\phi_{2j}$  sırasıyla i ve j uçlarında, enkesitin 1-1 ve 2-2 asal eksenleri etrafındaki elemanın açısal uç deplasmanlarıdır.

Benzer şekilde (13) bağıntısı da,

$$N = \frac{K_{N} \cdot \Delta L}{\left[1 + \left|\frac{K_{N} \cdot \Delta L}{N_{p}}\right|^{b}\right]^{1/b}}$$
(16)

olarak ifade edilmiştir. Burada,  $K_N$  elemanın boyuna ekseni doğrultusundaki AE/L eksenel

rijitliğini,  $\Delta L$  elemanın iki ucunun birbirlerine göre eksenel deplasman farkını göstermektedir.

Bu çalışmada, sistem zamana bağlı değişken dış yüklerin etkisinde olduğu için, plastik mafsallarda birçok yükleme, elastik boşalma ve tekrar yükleme evreleri olduğu ve bu nedenle  $M - \theta$ ve  $N - \Delta L$  bağıntılarına ait iskelet ve dal eğrileri kullanılarak histerik davranışlar tanımlanmıştır.

Sonlu küçük uç deplasmanları nedeniyle uç kuvvetlerindeki oluşan değişim, (14) ve (16) ifadelerinin türevleri sonlu küçük artımlar için alınarak aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\Delta M_{kl} = \frac{K_k \cdot \Delta \theta_{kl}}{\left[1 + \left|\frac{\overline{M}_{kl(E)}}{\overline{M}_{kp}}\right|^b\right]^{(l+b)/b}}$$
(17)

$$\Delta \theta_{kl} = \Delta \phi_{kl} + 1/2 \cdot \Delta \phi_{kl} \tag{18}$$

Bu ifadelerdeki indis değerleri k=1,2 ve l=i,j 'dir.

Benzer şekilde,

$$\Delta N = \frac{K_{N} \cdot \Delta(\Delta L)}{\left[1 + \left|\frac{\overline{N}_{E}}{\overline{N}_{p}}\right|^{b}\right]^{(1+b)/b}}$$
(19)

Yukarıdaki  $\Delta M - \Delta \theta$  ve  $\Delta N - \Delta(\Delta L)$  ifadeleri,  $M - \theta$  ve  $N - \Delta L$  eğrilerinin herhangi bir noktasındaki teğetlerinin eğimini yaklaşık olarak ifade etmektedir. Bu ifadelerdeki,  $\overline{M}_{1i(E)}$ ,  $\overline{M}_{2i(E)}$ ,  $\overline{M}_{1j(E)}$  ve  $\overline{M}_{1j(E)}$  momentleri ile  $\overline{M}_{1p}$  ve  $\overline{M}_{2p}$  moment taşıma kapasiteleri, histerik davranışı tanımlar şekilde hesaplanmış değerlerdir.

(18) ifadeleri, (17) ifadelerindeki yerlerine koyularak ve bu çalışmada elasto-plastik düzeltme katsayıları adı verilecek olan aşağıdaki katsayılar tanımlanmıştır.

$$g = \left[1 + \left|\overline{N}_{E} / \overline{N}_{p}\right|^{b}\right]^{(1+b)/b}$$
(20)

$$\mathbf{p} = \left[1 + \left|\overline{\mathbf{M}}_{1i(E)} / \overline{\mathbf{M}}_{1p}\right|^{b}\right]^{(1+b)/b}$$
(21)

$$\mathbf{h} = \left[ 1 + \left| \overline{\mathbf{M}}_{2i(E)} / \overline{\mathbf{M}}_{2p} \right|^{\mathbf{b}} \right]^{(1+\mathbf{b})/\mathbf{b}}$$
(22)

$$\mathbf{s} = \left[ 1 + \left| \overline{\mathbf{M}}_{1j(\mathrm{E})} / \overline{\mathbf{M}}_{1p} \right|^{\mathrm{b}} \right]^{(1+b)/b}$$
(23)

$$\mathbf{d} = \left[1 + \left|\overline{\mathbf{M}}_{2j(\mathrm{E})} / \overline{\mathbf{M}}_{2p}\right|^{\mathrm{b}}\right]^{(1+\mathrm{b})/\mathrm{b}}$$
(24)

(17) ifadeleri tekrar yazıldıklarında,

$$\Delta M_{1i} = \left(\frac{4EI_1}{L} \cdot \Delta \phi_{1i} + \frac{2EI_1}{L} \cdot \Delta \phi_{1j}\right)/p$$
(25)

$$\Delta M_{2i} = \left(\frac{4EI_2}{L} \cdot \Delta \phi_{2i} + \frac{2EI_2}{L} \cdot \Delta \phi_{2j}\right) / h \qquad (26)$$

$$\Delta M_{1j} = \left(\frac{4EI_1}{L} \cdot \Delta \phi_{1j} + \frac{2EI_1}{L} \cdot \Delta \phi_{1i}\right)/s$$
(27)

$$\Delta M_{2j} = \left(\frac{4EI_2}{L} \cdot \Delta \phi_{2j} + \frac{2EI_2}{L} \cdot \Delta \phi_{2i}\right)/d$$
(28)

$$\Delta N = \frac{EA}{L} \cdot \Delta(\Delta L) / g$$
(29)

eşitlikleri elde edilir. (r) numaralı bir eleman için (25), (26), (27), (28) ve (29) ifadeleri matris formunda,

$$\Delta F^{(r)} = S_T^{(r)} \cdot \Delta e^{(r)}$$
(30)

olarak yazılabilir. Burada,  $S_T^{(r)}$  elemanın özel koordinat sistemine göre elasto-plastik tanjant rijitlik matrisini göstermektedir.

Özel koordinat sisteminde yazılan eleman tanjant rijitlik matrisinden ortak koordinat sisteminde yazılan eleman tanjant rijitlik matrisine aşağıdaki gibi geçilebilir.

$$\mathbf{K}_{\mathrm{T}}^{(\mathrm{r})} = \left[\mathbf{A} \cdot \mathbf{S}_{\mathrm{T}} \cdot \mathbf{A}^{\mathrm{T}}\right]^{(\mathrm{r})}$$
(31)

Elde edilen eleman tanjant rijitlik matrisinden sistem tanjant rijitlik matrisine önceden açıklanıldığı şekilde geçilmiştir.

Plastik moment ve eksenel yük kapasitelerinin değerleri, eleman enkesitine etkiyen iç kuvvet bileşenleri arasındaki karşılıklı etkiye bağlıdır. Üç boyutlu elemanın herhangi bir ucundaki kesitte altı uç kuvveti (eksenel kuvvet, iki adet kesme kuvveti, burulma momenti ve 1-1 ile 2-2 asal eksenleri etrafındaki eğilme momentleri) arasındaki karşılıklı etki, plastik moment ve eksenel yük kapasitelerinin hesabında gözönünde bulundurulmalıdır.

Bu çalışmada,  $M_{1p}$ ,  $M_{2p}$  ve  $N_p$  değerlerinin her bir yük artımı için hesabında, kesme kuvvetlerinin etkisi, bu kuvvetlerden dolayı oluşan kayma deformasyonlarının çok küçük olması nedeniyle ihmal edilmiştir.

Çerçeve sistemlerin analizinde, akma şartının normalleştirilmiş (boyutsuz) kuvvet bileşenleri cinsinden ifade edilmesi en uygunudur. Kuvvet cinsinden ifade edilmiş bir akma şartı, eleman enkesitinde plastik deformasyonu başlatmak için gerekli olan iç kuvvet bileşenlerinin kombinasyonunu ifade eden bir bağıntıdır. Stabil elasto-plastik malzeme için, karşılıklı etki yüzeyi daima kapalı ve dışbükeydir. Akma şartının normalleştirilmiş (boyutsuz) parametreleri;  $m_1 = M_1/M_{1p}$ ,  $m_2 = M_2/M_{2p}$ ,  $n = N/N_p$ ve  $t = T/T_p$  olarak verilebilir;

 $M_{1p}$  ve  $M_{2p}$  değerleri, sırasıyla 1-1 ve 2-2 asal eksenleri etrafında kesitin plastik eğilme momentlerini,  $N_p$  değeri, kesitin plastik eksenel kuvvetini ve  $T_p$  değeri ise, kesitin plastik burulma momentini ifade eder.

En geniş anlamda, bir enkesit için akma yüzeyinin, enkesit tarafsız ekseninin tüm pozisyonları için tanımlanabiliyor olmasıdır. Eksenel kuvvet, eğilme momentleri ve burulma momentine maruz bir enkesit için kesin bir akma yüzeyi ifadesinin elde edilmesi gerçekten çok zordur. Morris ve Fenves (1969) tarafından, I kesitlere ait karşılıklı etki yüzeylerinin tanımlanabilmesi, enkesite ait tarafsız eksen pozisyonlarınının tümüne karşı gelen beş değişik tarafsız eksen konumuna ait alt-sınır akma yüzeyi ifadelerinin elde edilebilmesiyle olmuştur. Şekil 6'da gösterilen herhangi bir I kesitine ait akma yüzeylerinin ifadeleri aşağıda verilmiştir. (Chen ve Atsuta., 1977). Kesitin geometrisi aşağıdaki parametreler ile tanımlıdır:  $A_F$  = Tek bir flanşın alanı,  $A_W = G$ övde alanı,  $C = A_W/A_F$ , H = Kesityüksekliği, W = Flanş genişliği, t<sub>F</sub> = Flanş kalınlığı,  $t_W = G$ övde kalınlığı.

(1) nolu akma yüzeyi ifadesi;

$$n + \frac{4+C}{4+2C}m_1 - \sqrt{1-t^2} = 0.$$
 (32)

(2) nolu akma yüzeyi ifadesi;

$$\frac{(4+C)m_1}{\sqrt{1-t^2}} - 2\sqrt{1-\frac{2m_2}{\sqrt{1-t^2}}} + \left(\frac{n(2+C)}{1-t^2} + \sqrt{1-\frac{2m_2}{\sqrt{1-t^2}}} - 1\right)^2 / C = 2 + C \quad (33)$$

(3) nolu akma yüzeyi ifadesi;

$$\begin{split} & m_2 \sqrt{1-t^2} + \left[ n(1+C/2) - C/2\sqrt{1-t^2} \right]^2 \\ & + m_1^2 [1+C/4]^2 + t^2 - 1 = 0. \end{split} \tag{34}$$

(4) nolu akma yüzeyi ifadesi;

$$C_{1} = (C^{2} - 12)(1 - t^{2})$$

$$C_{2} = (12m_{2} - (4C + C^{2})m_{1})$$

$$C_{3} = (4 + C)^{2}m_{1}^{2}$$

$$C_{4} = 3n^{2}(C + 2)^{2}$$



Şekil 6. Morris ve Fenves (1969) tarafından önerilen karşılıklı etki yüzeyleri

$$K1 = \sqrt{C_1 + C_2 \sqrt{1 - t^2} + C_4 + C_5}$$
  

$$K2 = 54C(1 - t^2)^{3/2} - 54m_2(1 - t^2)$$

olmak üzere,

$$(2+C/2)m_1 - C\sqrt{1-t^2} - K1 + K2/((4+C)m_1) - 2C\sqrt{1-t^2} + K1)^2 = 0.$$
 (35)

(5) nolu akma yüzeyi ifadesi;

$$m_2^2 + t^2 - 1 = 0. (36)$$

 $M_{1p}$  ve  $M_{2p}$  moment taşıma kapasiteleri, karşılıklı etki eğrilerinden yararlanılarak, her bir  $\Delta t$  zaman artımı sonunda, plastik karşılıklı etkiyi içerecek şekilde hesaplanacaktır. Bu amaçla, ilgili  $\Delta t$  zaman artımı için, hareket denklemi integre edildikten sonra elde edilen uç kuvveti değerlerinden yararlanılır.

Sistemin herhangi bir elemanının uçlarından birine ait uç momentlerine karşı gelen normalleştirilmiş moment artım vektörünün karşılıklı etki eğrisi üzerinde sağlaması gereken, diklik koşulunu (Orthogonality Condition) her bir  $\Delta t$  zaman artımı sonunda tam olarak sağlamayabilir.

Bu koşul tam olarak sağlansa bile  $\Delta t$  zaman artımları sonlu küçük olduğu için, normalleştirilmiş moment artımı vektörü karşılıklı etki yüzeyi dışına taşabilir. Bu ise, akma olayının fiziği ile bağdaşmaz.

Bu aksaklığı gidermek amacıyla, her bir  $\Delta t$ zaman artımı sonunda karşılıklı etki denklemini sağlayan sonuçlar elde etmek için, hangi elemanda bu aksaklık ortaya çıkmış ise bu elemana ait tanjant rijitlik matrisi düzeltilerek  $\Delta t$  zaman aralığı için integrasyon işlemi tekrarlanır. Böyle bir düzeltme işlemi için, Uzgider (1980) tarafından geliştirilmiş bir yöntem kullanılmıştır.

# İkinci mertebe etkiler

Eleman formülasyonunda, eleman uç noktalarının farklı yer değiştirmesi sonucu oluşan ikinci mertebe etkiler ( $P - \Delta$  etkisi) geometrik rijitlik matrisiyle, eleman uzunluğu boyunca elemanda oluşan ikinci mertebe etkiler ( $P - \delta$  etkisi) ise stabilite fonksiyonları kullanılarak dikkate alınmıştır. (Liew vd., 2000).

Eleman geometrik rijitlik matrisi, elemanın rijit bir cisim gibi yaptığı varsayılan dönme hareketi nedeniyle, elemana etkiyen eksenel uç kuvvetlerinin ortaya çıkardığı ikinci mertebe etkilerinin ( $P-\Delta$  etkisi) oluşturduğu düğüm noktası kuvvetlerindeki değişimi içerir.

Uzay çerçeve sistemlerinin herhangi bir elemanı için, uygun şekilde seçilen özel koordinat sistemine göre, geometrik rijitlik matrisi, Şekil 7'den yararlanılarak çıkarılmış ve uzay çerçeve sisteminin tamamı için,

$$P_{g} = K_{g} \cdot X \tag{37}$$

olarak yazılmıştır.

Burada,  $P_g$  sistemin düğüm noktalarında oluşan ilave kuvvetlere ( $P - \Delta$  etkisinden dolayı) ait vektörü,  $K_g$  sistemin geometrik rijitlik matrisini ve X sistemin düğüm noktalarına ait deplasman vektörünü göstermektedir. (Kim vd., 2001c).



Şekil 7. Eksenel uç kuvvetlerinin P-∆ etkisi

Bir ij elemanının 1-1 ve 2-2 asal eksenleri etrafındaki uç momentleri ile karşı gelen açısal uç deplasmanları arasındaki bağıntılar, eleman uzunluğu boyunca elemanda oluşan ikinci mertebe etkiler ( $P - \delta$  etkisi) gözönüne alınarak yeniden yazılırsa, (Kim, vd., 2001b)

$$M_{1i} = (4EI_1 / L)s_2\theta_{1i} + (2EI_1 / L)s_3\theta_{1j}$$
(38)

$$M_{1j} = (2EI_1 / L)s_3\theta_{1i} + (4EI_1 / L)s_2\theta_{1j}$$
(39)

$$M_{2i} = (4EI_2 / L)s_5\theta_{2i} + (2EI_2 / L)s_6\theta_{2j}$$
(40)

$$M_{2j} = (2EI_2 / L)s_6\theta_{2i} + (4EI_2 / L)s_5\theta_{2j}$$
(41)

elde edilir. Buradaki;  $s_2$ ,  $s_3$ ,  $s_5$  ve  $s_6$  ifadeleri, stabilite fonksiyonlarını tanımlar.

Uç momentlerinden dolayı eleman üzerinde ilave eksenel deformasyon meydana gelir. Eksenel deformasyon üzerindeki eğilmenin etkisini gözönüne alabilmek için elemanın eksenel rijitlik ifadesi düzeltilmiştir. Düzeltilmiş eksenel rijitlik,  $s_1(EA/L)$  olsun, buradaki  $s_1$ değeri, eğilmenin eksenel rijitlik üzerindeki etkisini (bowing effect) gösteren stabilite fonksiyonunu ifade eder. (Ekhande vd., 1989).

## Dinamik analiz yöntemi

Bu çalışmada, sistemin kütlesinin düğüm noktalarındaki tekil kütlelerden oluştuğu kabul edilmiştir. Sistemin sönüm katsayıları matrisi, sisteme ait kütle matrisine ve tanjant rijitlik matrisine lineer bağımlı olarak tanımlanmıştır.

Sistemin dinamik dış yüklere karşı davranışı lineer olmadığından hareket denklemleri sonlu küçük zaman artımları için adım-adım integre edilmiştir. Bunun için hareket denklemi sonlu küçük  $\Delta t$  zaman aralığı için ifade edilmiştir. Herhangi bir t zamanında başlayan sonlu küçük  $\Delta t$  zaman artımı için hareket denklemi,

$$\mathbf{M} \cdot \Delta \ddot{\mathbf{X}} + \mathbf{C}_{\mathrm{T}}^{(\mathrm{t})} \cdot \Delta \dot{\mathbf{X}} + \overline{\mathbf{K}}_{\mathrm{T}}^{(\mathrm{t})} \cdot \Delta \mathbf{X} = \Delta \mathbf{P}$$
(42)

olarak yazılmıştır. Burada,

$$\overline{K}_{T}^{(t)} = K_{T}^{(t)} + K_{g}^{(t)}$$

$$\tag{43}$$

 $K_{g}^{(t)}$ , sisteme ait geometrik rijitlik matrisidir.

Dinamik hareket denkleminin her bir  $\Delta t$  zaman aralığındaki sayısal integrasyonu için, Newmark'ın ivmenin  $\Delta t$  zaman aralığında sabit bir değerde kaldığı varsayımına dayanan Sabit İvme (Constant Acceleration Method) yöntemi uygulanmıştır.

Sisteme giren enerji, sistemde depolanan enerji ve sistemde sarf olan enerji bağıntıları kullanılarak, herhangi bir t zamanı için sisteme giren ve harcanan enerji değerleri hesaplanmıştır.

Sistemin elasto-plastik davranışını elemanların süneklik oranları ile ifade edebilmek için, üç boyutlu elemanlara uygun ve histerik davranışları içerecek şekilde eğrilik ve enerji ilkelerine dayalı süneklik tanımlamaları kullanılmıştır.

# Sayısal örnek

Bu bölümde, geliştirilen algoritmaya uygun olarak yazılan bilgisayar programı kullanılarak çeşitli örnekler çözülmüştür. Bu uygulamada, Şekil 8'de görülen tek açıklıklı ve iki katlı uzay çerçeve sisteminin USGS (United States Geological Survey)'den alınmış olan El Centro 1940 depreminin Doğu-Batı, Kuzey-Güney ve Düşey bileşenlerine karşı elastik ve elastoplastik davranışı incelenmiştir. Malzeme olarak ASTM A36 (St 37) çeliği kullanılmıştır ve b değeri 10 olarak hesaba katılmıştır.

Yarı-rijit birleşimlerin teşkilinde, W8x31 enkesitli kolonlar ile W10x49 enkesitli kirişlerin birleşimi için; Üst ve Alt flanş korniyerleri olarak L6x6x3/4 korniyeri, Gövde korniyerleri olarak da L4x4x3/8 korniyeri kullanılmıştır.



Şekil 8. Tek açıklıklı ve iki katlı uzay çerçeve sistemi

Yarı-rijit birleşime ait birleşim parametreleri;

 $R_{ki} = 3742345 \text{ kN-cm/rad},$   $M_u = 13972 \text{ kN-cm},$ n = 1.237,

Şekil 9 ve 10'da iki katlı sistemin  $X_{40}$  ve  $X_{41}$  düğüm noktası deplasmanına ait elastik ve elasto-plastik cevaplar verilmiştir.



Şekil 9.  $X_{40}(t)$  yerdeğiştirmesine ait davranış



Şekil 10.  $X_{41}(t)$  yerdeğiştirmesine ait davranış

Elasto-plastik analiz sonucunda alt kat elemanlarında yeteri kadar plastik mafsal oluşumu sonrasında sistemde göçme mekanizması meydana gelmiştir. Sistemin göçme doğrultusu, verilen kat düzeyi-yatay deplasman zarf eğrilerinden (Şekil 11 ve 12) kolaylıkla anlaşılabilmiştir.

Eleman seviyesindeki süneklik gereksinim değerleri eğrilik ve enerji esaslı tanımlamalara göre hesaplanmıştır. Sistem seviyesindeki süneklik gereksinimi ( $\mu_{sys} = u_{max} / u_y$ ) değerleri, taban kesme kuvveti-kat mekanizmasının oluştuğu kata ait yatay deplasman eğrileri (Şekil 13 ve 14) kullanılarak belirlenmiştir. Sistem seviyesindeki süneklik gereksinim değerleri, eleman seviyesindeki maksimum süneklik gereksinim değerlerinin yaklaşık olarak 1/4'ü oranında çıkmıştır.



X-doğrultusu yatay deplasman zarfı (cm)

Şekil 11. Sisteme ait x-doğrultusundaki yatay deplasman zarfi



Y-doğrultusu yatay deplasman zarfı (cm)

## Şekil 12. Sisteme ait y-doğrultusundaki yatay deplasman zarfi

Sistemin göreli kat öteleme gereksinim değerleri, global bir parametre olan göreli kat öteleme açısı (göreli kat ötelemesi/kat yüksekliği) ile ifade edilmiştir. Göreli kat öteleme gereksinim değerleri; rijit birleşimli sistemde, x- doğrultusu için 0.22 ve y- doğrultusu için 0.18 seviyesinde, yarı-rijit birleşimli sistemde, x- doğrultusu için 0.25 ve y- doğrultusu için 0.17 seviyesinde çıkmıştır.









Şekil 15'te sisteme giren ve sistemde harcanan enerji değerlerinin zamana göre değişimi verilmiştir.

#### Sonuçlar

Bu çalışmada üç boyutlu çerçeve sistemlerin üç bileşenli deprem yükleri altındaki göçme mekanizmalarının, göçme doğrultularının saptanması ve eleman ile sistem seviyesindeki süneklik gereksinimlerinin belirlenebilmesi için bir algoritma geliştirilmiş ve bu algoritmaya uygun dinamik analiz yapabilen bir bilgisayar programı yazılmıştır.



Şekil 15. Sistemin zamana göre enerji değişimi

Ele alınan uzay çerçeve sistemlerinin çözümlerinden; sistem seviyesindeki süneklik gereksinim değerinin yaklaşık olarak eleman seviyesindeki maksimum süneklik gereksinim değerinin 1/3'ü mertebesinde olduğu, göreli kat öteleme gereksinim değerinin rijit birleşimli sistemler için 0.12-0.24 aralığında, yarı-rijit birleşimli sistemler için ise 0.21-0.41 aralığında değiştiği ve yarı-rijit birleşimli sistemde harcanan enerji miktarının rijit birleşimli sistemde harcanan değerden daha büyük olduğu sonuçlarına varılmıştır.

#### Kaynaklar

- Chan, S.L., Chui, P.P.T., (2000). Non-Linear static and cyclic analysis of steel frames with semi-rigid connections, Elsevier Science Publishing Co., New York.
- Chen, W.F., Atsuta, T., (1977). *Theory of beamcolumns, space behavior and design,* McGraw-Hill Inc., New York.
- Chen, W.F., Kishi, N., (1989). Semirigid steel beamto-column connections: Data base and modeling,

Journal of Structural Engineering, ASCE, 115, 105-119.

- Chen ,W.F., Toma, S., (1994). Advanced analysis of steel frames, CRC Press Inc., Boca Raton.
- Ekhande, S.G., Selvappalam, M., Madugula, M.K.S., (1989). Stability functions for three-dimensional beam-columns, *Journal of Structural Division*, *ASCE*, **115**, 467-479.
- Goldberg, J.E., Richard, R.M., (1963). Analysis of nonlinear structures, *Journal of the Structural Division, ASCE*, 89, 333-351.
- Jonatowski, J.J., Birnstiel, C., (1970). Inelastic stiffened suspension space structures, *Journal of Structural Division, ASCE*, **96**, 1143-1166.
- Kim S.E., Choi, S.H., (2001a). Practical advanced analysis for semi-rigid space frames, *International Journal of Solids and Structures*, 38, 9111-9131.
- Kim, S.E., Kim, Y., Choi, S.H., (2001b). Nonlinear analysis of 3-D steel frames, *Thin-Walled Structures*, **39**, 445-461.
- Kim, S.E., Park, M.H., Choi, S.H., (2001c). Direct design of three-dimensional frames using practical advanced analysis, *Engineering Structures*, 23, 1491-1502.
- Liew, J.Y.R., Chen, W.F., Chen, H., (2000). Advanced inelastic analysis of frame structures, *Journal of Constructional Steel Research*, 55, 245-265.
- Mondkar, D.P., Powell, G.H., (1974). Towards optimal in-core equation solving, *Computers & Structures*, **4**, 531-548.
- Morris, G.A., Fenves, S.J., (1969). Approximate yield surface equations, *Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE*, **95**, 937-954.
- Sekulovic, M., Salatic R., Nefovska M., (2002).. Dynamic analysis of steel frames with flexible connections, *Computers & Structures*, 80, 935-955.
- Tebedge N., Chen W.F., (1974). Design criteria for Hcolumns under biaxial loading, *Journal of the Structural Division, ASCE*, **100**, 579-598.
- Uzgider, E.A., (1980). Inelastic response of space frames to dynamic loads, *Computers & Structures*, **11**, 97-112.
- Wang, C.K., (1970). Matrix methods of structural analysis, American Publishing Co., Wisconsin.