

Anlık basınç yükü etkisi altındaki katmanlı kompozit bir plağın titreşimlerinin kontrolü

Haydar UYANIK*, Zahit MECİTOĞLU

İTÜ Fen Bilimleri Enstitüsü, Uçak Mühendisliği Programı, 34469, Ayazağa, İstanbul

Özet

Bu sayısal çalışmada, bir kenarından ankastre olarak mesnetlenmiş konsol bir plağın üzerine etkileyen anlık basınç yükü nedeniyle oluşan titreşimler, plak üzerine yerleştirilmiş piezoelektrik uyarıcılarla kontrol edilerek sönümlenmiştir. Anlık basınç yükü modeli için zamana bağlı olarak üstel bir biçimde azalan Friedlander fonksiyonu kullanılmış ve bu fonksiyondaki parametreler için deneysel çalışmalardan elde edilen değerlerden yararlanılmıştır. Plağın sonlu eleman modelinin oluşturulması için bilinen semiloof kabuk eleman ile piezoelektrik etkilerin eklendiği semiloof kabuk sonlu eleman modeli kullanılmıştır. Sonlu eleman modelinin serbestlik derecesi yüksek olduğundan ve günümüzün modern kontrol yöntemlerinde yaygın olarak kullanılan durum denklemleriyle sistemin ifade edilmesi halinde serbestlik derecesinin ikiye katlanması nedeniyle sonlu eleman modelini indirgemek için mod toplama yöntemi ile indirgeme işlemleri yapılmıştır. Bu işlemler sonucunda elde edilen plak modelinin statik ve dinamik analizleri yapılmıştır. Plak aynı zamanda ANSYS yazılımı ile de modellenerek statik ve dinamik analizlerin sonuçları karşılaştırılmış ve bu sonuçların uyumluluğu gösterilmiştir. İndirgenmiş plak sonlu eleman modelinden sistemin durum denklemleri elde edilmiştir. Kararlılık sınırında bulunan sistemin kararlı olmasını garantilemek için optimum doğrusal regülatör problemi (optimal linear regulator problem, LQR) araştırılmıştır. Duyargalardan ölçülen deplasman değerlerini kullanarak sistemin durumlarını tahmin edecek gözleyicili bir kontrol sistemi ile oluşan yapısal titreşimler başarılı bir şekilde kontrol edilmiş ve sönümlenmiştir.

Anahtar Kelimeler: Titreşim kontrolü, durum gözleyici, semiloof kabuk eleman, piezoelektrik, anlık basınç yükü.

*Yazışmaların yapılacağı yazar: Haydar UYANIK. h.uyanik@hho.edu.tr; Tel: (212) 663 24 90 dahili: 4480.

Bu makale, birinci yazar tarafından İTÜ Fen Bilimleri Enstitüsü, Uçak Mühendisliği Programı'nda tamamlanmış olan "Anlık basınç yükü etkisi altındaki katmanlı kompozit bir plağın aktif titreşim kontrolü" adlı doktora tezinden hazırlanmıştır. Makale metni 14.06.2006 tarihinde dergiye ulaşmış, 11.10.2006 tarihinde basım kararı alınmıştır. Makale ile ilgili tartışmalar 30.04.2008 tarihine kadar dergiye gönderilmelidir.

Vibration control of a laminated composite plate subjected to blast loading

Extended abstract

Plates and shells are the most widely used elements in aeronautics industry and the use of layered composite materials in the manufacturing of these parts is increasing. Layered composite materials, commonly used in aerospace structures, are chosen as plate material. Still, applications of smart structures which involve the use of piezoelectric parts not only in the desired shape changes of command and control surfaces of aeronautics and space structures, but also in vibration suppression, is one of the most popular research subjects. For this reason, static and dynamical analyses of these types of structural parts are very important.

In this numerical study, vibrations of a cantilever composite plate subjected to blast loading are controlled and suppressed by the use of piezoelectric actuators. The dynamic responses of structures under blast loading have been investigated in many applications. Blast loading depends on magnitude and orientation of the blast pressure, geometry and size of the surface that the shock wave encounters and on the distance from the detonation source. Commonly, Friedlander exponential decay function can be used for expressing uniform time dependent blast loading which affects object surface through normal direction. Various parameters of the equation can be obtained from some of the experimental studies.

Piezoelectric materials also have been investigated in many applications. Piezoelectric elements are used for controlling and suppression as preferred widely in recent years. The development of piezoelectric composite materials offers great potential for use in advanced aerospace structural applications. For a material to exhibit an anisotropic property such as piezoelectricity, its crystal structure must have no centre of symmetry. The piezoelectric effects can be seen as transformations between electrical and mechanical energy. That is linear piezoelectric constitutive equations include electromechanical coupling.

Semiloof shell finite element including piezoelectric effects is used for finite element modeling of the plate. Semiloof shell element is one of the most efficient elements for solution of shells having arbitrary geometry and it accounts for both membrane and

bending actions. Three displacement degrees of freedom at the corner and mid-side nodes are sufficient for defining the membrane action. The rotations at loof nodes are necessary to impart C^1 continuity and account for bending action.

Stiffness, mass and damping matrices which express the structural model are obtained from the semiloof shell finite element. In order to reduce the degrees of freedom of the finite element model, mode summation method is used with weighted modal vector including dominant modes in the dynamic behavior. Calculated results of the static and dynamic analyses of the plate are compared with those modeled by using Ansys software. A good agreement is observed. After noticing the good agreement between dynamic and static analysis, state-space equations are obtained from the reduced finite element model. The system of equation must satisfy the controllability condition in order to be taken under control. If this system is also desired to be controlled by using a state observer, it must satisfy the observability condition. Optimal linear quadratic regulator (LQR) problem has been investigated to guarantee the stability of the system on the stability edge due to neglecting structural damping.

In this work, both piezoelectric pairs were used as actuators. This change doubled the force used in vibration suppression. In this case the voltages applied to the piezoelectric actuators are determined by employing state observer feedback control system which estimates all states by using displacements of some specific points of the plate. Structural vibrations due to blast loading have been successfully controlled and suppressed by using a state observer feedback control system.

This study will provide noteworthy supports for experimental works in this area in the future. Vibration control of plates under different loads such as random or harmonic can be investigated by using different control strategies in experimentally or numerically. The influence of different boundary conditions and addition of stiffeners to the plate on structural vibrations and vibration control can also be investigated. Furthermore, some issues like nonlinear effects on plate deformations and adding structural damping are needed to be explored.

Keywords: Vibration control, state observer, semiloof shell element, piezoelectric, blast loading.

Giriş

Hava ve uzay yapılarında en çok karşılaşılan yapı elemanları plak ve kabuk elemanlardır. Bu yapıların imalatında katmanlı kompozit malzemelerin kullanımı gün geçtikçe artış göstermektedir. Yine son yıllarda piezoelektrik elemanların kullanıldığı akıllı yapılar (smart structures), gerek hava ve uzay yapılarının kumanda ve kontrol yüzeylerinde istenen şekil değişimlerinin oluşturulmasında, gerek ortaya çıkan titreşimlerin bastırılmasında, araştırılan konuların başında yer almaktadır. Dolayısıyla bu tür yapı elemanlarının statik ve dinamik analizleri büyük önem taşımaktadır. Hafif, esnek ve kontrol edilebilir yapıların hava ve uzay araçlarındaki kullanımının artışına paralel olarak, bu tür yapıların statik ve dinamik davranışları üzerindeki araştırmalarda da büyük bir artış meydana gelmiştir. Yapılan çalışmalar temel olarak bu tür yapıların teorisinin ve matematiksel formülasyonunun geliştirilmesi, çözüme yönelik metotların araştırılması, matematik modelle gerçek durumun uyumluluğu için deneysel çalışmaların yapılması şeklinde sınıflandırılabilir.

Sunar ve Rao (1999) bir tarama çalışması yaparak esnek yapıların piezoelektrik malzemelerle algılanması ve kontrolü konusundaki çalışmaları değerlendirmiştir. Yazarlar çalışmalarında bu tür yapıların teorisi, formülasyonunun geliştirilmesi, duyarga (sensor) ve eyleyici (actuator) olarak piezoelektrik elemanların kullanımları, statik şekil kontrolü ve dinamik titreşim kontrolü, duyarga ve eyleyici piezoelektrik elemanların yapıdaki optimum konumlarının belirlenmesi gibi konularda yakın zamana kadar yapılmış teorik, sayısal ve deneysel 336 çalışmayı inceleyerek konunun önemini ve güncelliğini ortaya koymuşlardır.

Titreşimlerin kontrolü konusunda yapılan çalışmalardan olan Takawa ve diğerleri (1997) çalışmalarında bir kompozit çubuğun hem eğilme hem de burulma titreşimlerini piezoseramik eyleyicilerle ve kapalı çevrim kontrol kullanarak deneysel olarak kontrol etmiştir. Gaudenzi ve diğerleri (1997) yaptıkları deneysel çalışmada iki yüzü piezoelektrik malzemeyle kaplanmış katmanlı kompozit bir çubuğun zorlanmış titre-

şimlerini kapalı çevrimli kontrol sistemi ile aktif olarak 40~2000 Hz frekans aralığında kontrol etmiş ve piezoelektrik malzemelerin etkili bir biçimde titreşim kontrolünde kullanılabileceğini göstermişlerdir. Sun ve Huang (2000) yaptıkları analitik çalışmada piezoelektrik malzemeyle kaplanmış kompozit bir çubuğun negatif hız geri beslemesi ile aktif titreşim kontrolünü gerçekleştirmişlerdir. Han ve Lee (1998) yaptıkları sayısal çalışmada kompozit çubukların piezoelektrik malzemelerle kapalı çevrimli aktif kontrolünde, plakların sonlu elemanlar modellemesinde katmanlı plak teorisi (layerwise plate theory) yaklaşımını kullanarak sonlu elemanlar modelini iyileştirmiş ve piezoelektrik elemanların oluşturdukları kuvvetleri daha hassas şekilde hesaplayarak daha iyi sonuçlar elde etmişlerdir.

Literatürde anlık basınç yüküne maruz yapıların titreşimlerinin kontrolü ile ilgili yapılmış çalışma sayısı oldukça sınırlı kalmıştır. Librescu ve Na (1998,2000) tarafından yapılmış olan sayısal çalışmalar göze çarpmakta olup bu sayısal çalışmaların ilkinde ince cidarlı kesit özelliğine sahip katmanlı kompozit konsol çubukların patlama yükü (blast load-sonic boom) etkisi altındaki titreşimlerinin kapalı çevrim kontrol sistemi ile kontrolü incelenmektedir. İkinci çalışma, patlama yüküne maruz, dış yük taşıyan kanat yapılarının kapalı çevrim kontrol kavramı kullanılarak titreşimlerin kontrol edilmesi üzerine yapılmış sayısal bir çalışmadır. Bu çalışmada kanat yapısı bir çubuk olarak modellenmiş ve eyleyici olarak piezoelektrik malzemeler kullanılmıştır. Na ve Librescu (2000) bir diğer çalışmalarında ise yine ince cidarlı katmanlı kompozit konsol bir çubuğun patlama yükü etkisi altında titreşimlerinin kontrol edilmesi için kullanılan kapalı çevrim kontrol sisteminin optimizasyonu konusunu araştırmışlardır.

Piezoelektrik uyarıcılarla aktif hale getirilmiş kompozit katmanlı konsol bir plağın anlık basınç yükü etkisinde ortaya çıkan yapısal titreşimleri durum gözleyicili bir kontrol sistemi ile sayısal olarak sönmümlendirilmesi konusu bu çalışmada ele alınmıştır. Anlık basınç yükü modeli için modifiye edilmiş Friedlander fonksiyonu kullanılmıştır. Bu fonksiyonun parametreleri

için daha önce yapılmış bazı deneysel çalışmalardan elde edilen değerler kullanılmıştır. Plağın sonlu eleman modeli piezoelektrik etkilerin eklendiği 8 düğüm noktalı semiloff kabuk elemanlar ile elde edilmiştir. Mod toplama yöntemi ile sonlu eleman modelinin serbestlik derecesi indirgenerek durum denklemleri elde edilmiş ve ardından sistemin kararlılığını garantileyen optimal doğrusal regülatör problemi (linear quadratic regulator, LQR) ele alınmıştır. Plağın deplasman ölçümünün yapıldığı serbestliklerden hareketle sistemin durumlarını tahmin edecek bir durum gözleyicisi tasarlanarak anlık basınç yükü etkileyen plağa ait titreşimler başarılı bir şekilde sönümlendirilmiştir.

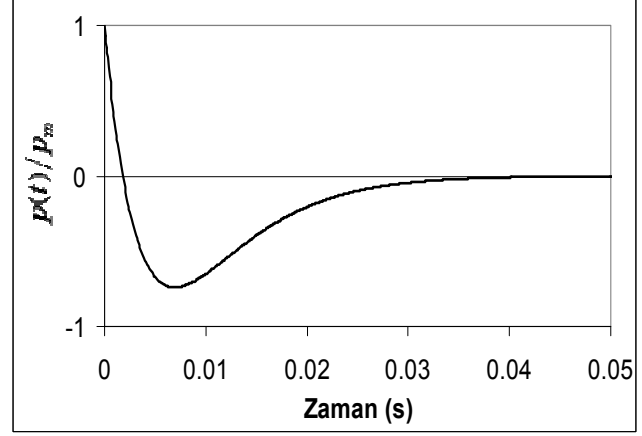
Anlık basınç yükü modeli

Anlık basınç yükleri atmosferde şok veya patlama dalgası şeklinde ortaya çıkar. Patlama kaynağından üretilen sıcak gazlar çevresindeki atmosferi kuvvetli bir şekilde geri iterek şok dalgası veya patlama dalgası oluşturur. Şiddetine bağlı olarak patlama dalgası yakın ve uzak çevresindeki yapılara değişik boyutlarda hasar verebilir. Yapıların yakınında oluşan patlamaların basınç yükünün, hem zamana bağlı hem de yapı üzerinde konuma bağlı üniform olmayan sinüzoidal bir dağılım gösterdiğini Türkmen ve Mecitoğlu (1999) çalışmalarında ortaya koymuşlardır. Yapıdan yeteri kadar uzakta meydana gelen patlamalarda ise yapı üzerindeki basınç dağılımı sadece zamana bağlı üniform basınç yükü olarak kabul edilebilir hale gelmektedir. Patlama kaynağından yeteri kadar uzakta düzgün dağılım gösteren basınç yükünün zamana göre değişimi modifiye edilmiş Friedlander fonksiyonu

$$p(t) = p_m(1 - t/t_p)e^{-\alpha t/t_p} \quad (1)$$

ifadesi ile verilmektedir. Burada p_m basıncın zaman içindeki maksimum değerini, t_p basıncın etki süresini, α basınç dalga formu parametresini göstermektedir. Türkmen (1999,2002) yaptığı deneysel çalışmalarında patlama kaynağından 100 cm uzakta bulunan 22×22 cm boyutlarında bir panele etkileyen anlık basınç yükünün üniform olarak kabul edilebileceğini ve anlık basınç yükü

kü fonksiyonu için $p_m=28.906 \text{ kPa}$, $t_p=0.0018 \text{ s}$ ve $\alpha=0.35$ şeklinde olduğunu göstermiştir. Verilen parametrelere göre Şekil 1'de $p(t)/p_m$ boyutsuz anlık basınç yükünün zamana bağlı değişimi gösterilmiştir.



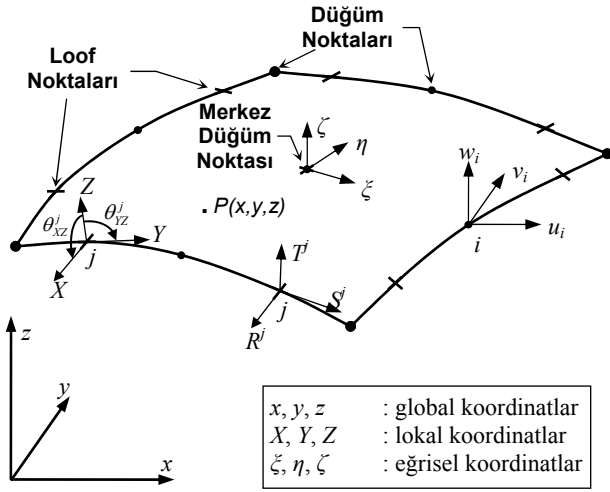
Şekil 1. Boyutsuz anlık basınç yükünün zamana bağlı değişimi

Aktif semiloff kabuk eleman

İnce kabukların sonlu elemanlar analizleri günümüze kadar büyük gelişmeler göstermiştir ve ince kabukların analizleri için yeni sonlu elemanlar yöntemleri geliştirilmiştir. Bu yöntemler arasında Irons (1973) tarafından geliştirilen semiloff eleman, formülasyonu ve performansı ile ayrı bir yere sahiptir. Semiloff eleman, Ergatoudis'in (1968) ortaya koyduğu izoparametrik elemanlarla Ahmad'ın (1969) geliştirdiği membran ve istif edilmiş membran elemanların zamanla geliştirilmesi sonucu oluşturulmuştur.

Semiloff eleman üç boyutlu katı elemanlardan türetilir. Kirchhoff hipotezi ve ince kabuk teorisi gereği plağın herhangi bir noktasının yer değiştirme ve dönme değerleri orta düzleminde eşdeğer yer değiştirme ve dönmelere dönüştürülürler. Böylece indirgenen kabuk elemanın her bir noktasında 3 yer değiştirme ve 2 dönme serbestliği bulunur. Semiloff kabuk elemanda Şekil 2'de görüldüğü gibi köşe ve kenar orta noktalarında 3 serbestlik derecesi, loof noktalarında 2 serbestlik derecesi, merkez düğüm noktasında 5 serbestlik derecesi olup eleman toplam 45 ser-

bestlik derecesine sahiptir. Serbestlik derecesi sayısı kayma kısıtları uygulanarak 32'ye indirgenmektedir.



Şekil 2. Semiloof kabuk eleman

Elemanı ince kabuklar için daha elverişli ve ekonomik hale getiren daha gelişmiş bir model, integrasyon indirgenme tekniği kullanılarak Zienkiewicz ve diğerleri (1974) tarafından elde edilmiştir. Bu eleman üstün performansı ile, görevini tam olarak yerine getiremeyen ilk elemanın kullanımını da kaldırmıştır. Yeni elemanda Irons (1973) ve Baldwin ile arkadaşları (1973) tarafından istenmeyen değişkenleri elimine etmek üzere ayrık Kirchhoff kayma kabulleri kullanılmıştır. Zira başta birim uzama-yer değiştirme denklemlerinden yola çıkılmakta sonrasında Kirchhoff hipotezi ayrık noktalarda sayısal olarak sağlatılmaktadır. Benzer yöntemler Semiloof kabuk elemandan istenmeyen değişkenler elimine edilirken kullanılır. Ancak ayrık olmayan (non-discrete) kısıtlarının sonucu olarak kısıt denklemleri çok karmaşıktır. Sayısal formülasyonu karmaşık olmasına rağmen elemanın üstün performansı bu dezavantajını kapatmaktadır.

Kararlılık ve titreşim problemlerinin çözümüne yönelik lineer elastik çalışmaların sonuçları Albuquerque (1973), Martins (1974), Martins ve Owen (1977) tarafından yayınlanmıştır. Owen ve Dinis (1978) dinamik analizlerde bazı sonuçlar elde etmişlerdir. Mecitoğlu (1988), takviyeli

dairese silindirik kabuk yapıların serbest titreşimlerini semiloof eleman kullanarak incelemiştir. Viladkar ve diğerleri (1998), Uyanık ve Kazancı (2004), Uyanık ve diğerleri (2004), Uyanık ve Mecitoğlu (2006) tarafından yapılmış olan çalışmalar son yıllarda semiloof kabuk sonlu eleman modeli kullanılarak yapılmış olan çalışmalardan bazılarıdır.

Semiloof kabuk eleman köşelerde, kenar ortalarında, Loof noktalarında ve merkezde bulunan toplam 17 düğüm noktasından oluşmaktadır ve her düğüm noktasında ayrı bir şekil fonksiyonu tanımlıdır. Köşelerdeki düğüm noktalarında

$$N_i = \frac{1}{4}(1 + \xi_0)(1 + \eta_0)(\xi_0 + \eta_0 - 1) \quad (2)$$

kenar ortalarındaki düğüm noktalarında

$$\begin{aligned} N_i &= (1 - \xi^2)(1 + \eta_0), & \xi_i &= 0 \\ N_i &= (1 - \eta^2)(1 + \xi_0), & \eta_i &= 0 \end{aligned} \quad (3)$$

merkezdeki düğüm noktasında

$$N_c = (1 - \xi^2)(1 - \eta^2) \quad (4)$$

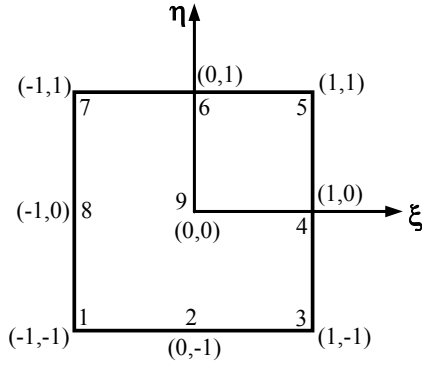
ve loof noktalarında

$$\begin{aligned} L_i &= \frac{3}{32}(3\xi^2 - \eta^2) + \frac{1}{8} \left[3\xi_0(1 - \eta^2) \right. \\ &\quad \left. + 3\eta_0 \left\{ 3\xi^2 + \xi_0 - 1 + \frac{3}{2}\xi_0(\xi^2 - \eta^2) \right\} \right]; \xi_i = \pm 1 \quad (5) \\ L_i &= \frac{3}{32}(3\eta^2 - \xi^2) + \frac{1}{8} \left[3\eta_0(1 - \xi^2) \right. \\ &\quad \left. + 3\xi_0 \left\{ 3\eta^2 + \eta_0 - 1 + \frac{3}{2}\eta_0(\eta^2 - \xi^2) \right\} \right]; \eta_i = \pm 1 \end{aligned}$$

şekindedir. Burada

$$\xi_0 = \xi \xi_i ; \quad \eta_0 = \eta \eta_i \quad (6)$$

ile tanımlıdır. Şekil 3'te semiloof kabuk elemanın düğüm noktalarındaki ξ, η eğrisel koordinatları verilmiştir.



Şekil 3. Semiloof elemanın düğüm noktalarında ξ ve η eğrisel koordinatları

Piezoelektrik etkiler

Piezoelektrik elemanlar elektrik enerjisi ve mekanik enerji arasında dönüşümü gerçekleştiren kristal yapılara sahiptir. Lineer piezoelektrik malzemeler için bünye denklemleri

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\sigma} &= \mathbf{c}_E \boldsymbol{\varepsilon} - \mathbf{e}^T \mathbf{E} \\ \mathbf{D} &= \mathbf{e} \boldsymbol{\varepsilon} + \boldsymbol{\varepsilon}_S \mathbf{E} \end{aligned} \quad (7)$$

veya

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\varepsilon} &= \mathbf{s}_E \boldsymbol{\sigma} - \mathbf{d}^T \mathbf{E} \\ \mathbf{D} &= \mathbf{d} \boldsymbol{\sigma} + \boldsymbol{\varepsilon}_T \mathbf{E} \end{aligned} \quad (8)$$

şeklinde verilir. Bu denklemlerdeki ilk eşitlikler piezoelektrik elemanın eyleyciliğini, ikinci eşitlikler ise algılayıcılığını temsil etmektedir. Bu eşitliklerde yer alan $\boldsymbol{\sigma}$ gerilme vektörünü, $\boldsymbol{\varepsilon}$ birim şekil değiştirme vektörünü, \mathbf{E} elektrik alan vektörünü, \mathbf{D} elektrik yer değiştirme vektörünü, \mathbf{c}_E ve \mathbf{s}_E terimleri sabit elektrik alan için elastisite matrisini, $\boldsymbol{\varepsilon}_S$ ve $\boldsymbol{\varepsilon}_T$ matrisleri sırayla sabit mekanik birim uzama ve sabit gerilme için dielektrik matrislerini, \mathbf{e} ve \mathbf{d} piezoelektrik sabitler matrislerini ifade etmektedir. (7) ve (8) denklemlerinden \mathbf{e} ve \mathbf{d} piezoelektrik sabitler matrisleri arasında

$$\mathbf{e} = \mathbf{d} \mathbf{c}_E \quad (9)$$

bağıntısının olacağı görülebilir. Genel olarak piezoelektrik sabitler matrisi

$$\mathbf{d} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & d_{15} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d_{15} & 0 & 0 \\ d_{31} & d_{31} & d_{33} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} ; \begin{aligned} &(d_{32} = d_{31}) \\ &(d_{24} = d_{15}) \end{aligned} \quad (10)$$

şeklinde verilmektedir (Piefort, 2001). Sadece panelin kalınlığı boyunca orta düzleme dik doğrultuda etkiyen üniform elektrik alan veya elektrik yer değiştirme varsa

$$\mathbf{E} = \{0 \quad 0 \quad E_z\}^T ; \mathbf{D} = \{0 \quad 0 \quad D_z\}^T \quad (11)$$

olacaktır. Kirchoff hipotezi gereği $\gamma_{yz} = \gamma_{xz} = 0$ olmak üzere orta düzlemden z mesafesi uzaklığında oluşan deformasyonlar, orta düzlemin \mathbf{S}_0 deformasyonuna ve orta düzlemin $\boldsymbol{\kappa}$ eğrilğine

$$\mathbf{S}_p = \mathbf{S}_0 + z \boldsymbol{\kappa} \quad (12)$$

şeklinde bağlıdır. Burada $\mathbf{S}_p = \{\varepsilon_{xx} \quad \varepsilon_{yy} \quad \varepsilon_{xy}\}^T$ olup iki boyutlu birim şekil değişimlerini ifade etmektedir. Şekil 4'te görülen çok katmanlı bir yapıda piezoelektrik herhangi bir k 'nci katman için, bu katmana z doğrultusunda uygulanan üniform elektrik alanı E_k olmak üzere (7) denklemleri (9) ve (10) ifadeleri göz önüne alınarak

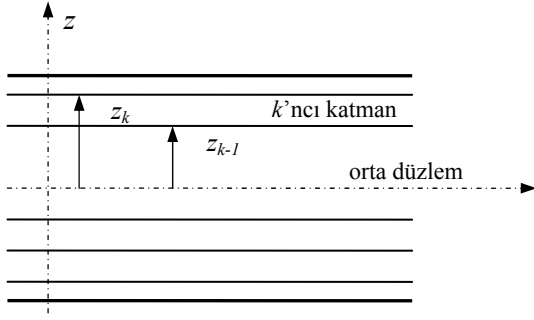
$$\begin{aligned} \boldsymbol{\sigma}_k &= \mathbf{c}_{Ek} \boldsymbol{\varepsilon}_k - \mathbf{e}_k E_k \\ \mathbf{D}_k &= \{e_{31} \quad e_{32} \quad 0\}_k \boldsymbol{\varepsilon}_k + \boldsymbol{\varepsilon}_{Sk} E_k \end{aligned} \quad (13)$$

ifadeleri bulunabilir. Bu ifadede geçen \mathbf{c}_{Ek} ilgili katmanın elastisite matrisidir. Katmanda ortaya çıkan $\boldsymbol{\sigma}_k$ gerilmelerinin katman kenarlarında ve o katmanın orta yüzeyi üzerinde oluşturacağı \mathbf{N}_k normal kuvvetleri ve bu kuvvetlerin katmanlı yapının orta düzleminde meydana getireceği \mathbf{M}_k momentleri

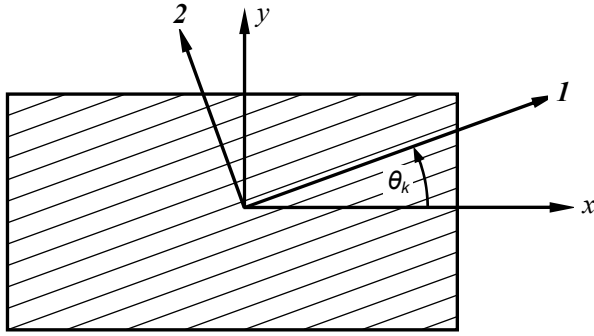
$$\mathbf{N}_k = \int_{-\frac{h_k}{2}}^{\frac{h_k}{2}} \boldsymbol{\sigma}_k dz \quad ; \quad \mathbf{M}_k = \int_{-\frac{h_k}{2}}^{\frac{h_k}{2}} \boldsymbol{\sigma}_k z dz \quad (14)$$

ifadeleriyle hesaplanabilir.

Katmanlarda ortaya çıkan kuvvet ve moment hesapları yapılırken Şekil 5'te görüldüğü üzere ilgili katmanın doğrultusunu da dikkate almak gerekir.



Şekil 4. Çok katmanlı yapı



Şekil 5. Global ve katman koordinat eksen takımları

Bu durumda katman doğrultusundaki gerilmeler ile global koordinatlardaki $\bar{\sigma}_k$ gerilmeleri arasında

$$\sigma_k = \mathbf{R}_{Tk} \bar{\sigma}_k \quad (15)$$

bağıntısı bulunmaktadır. Bu eşitlikteki \mathbf{R}_{Tk} matrisi

$$\mathbf{R}_{Tk} = \begin{bmatrix} \cos^2 \theta_k & \sin^2 \theta_k & 2 \sin \theta_k \cos \theta_k \\ \sin^2 \theta_k & \cos^2 \theta_k & -2 \sin \theta_k \cos \theta_k \\ -\sin \theta_k \cos \theta_k & \sin \theta_k \cos \theta_k & \cos^2 \theta_k - \sin^2 \theta_k \end{bmatrix} \quad (16)$$

şeklinde k 'nci katman için lokal koordinat sistemindeki gerilmelerin katman doğrultusuna bağlı olarak global eksen takımına dönüşüm matrisidir. Benzer şekilde katman doğrultusundaki birim uzamalarla global eksen takımındaki $\bar{\epsilon}_k$ birim uzama değerleri arasında

$$\epsilon_k = \mathbf{R}_{Sk} \bar{\epsilon}_k \quad (17)$$

bağıntısını yazmak mümkündür. Bu ifadedeki \mathbf{R}_{Sk} matrisi de k 'nci katman için

$$\mathbf{R}_{Sk} = \begin{bmatrix} \cos^2 \theta_k & \sin^2 \theta_k & \sin \theta_k \cos \theta_k \\ \sin^2 \theta_k & \cos^2 \theta_k & -\sin \theta_k \cos \theta_k \\ -2 \sin \theta_k \cos \theta_k & 2 \sin \theta_k \cos \theta_k & \cos^2 \theta_k - \sin^2 \theta_k \end{bmatrix} \quad (18)$$

şeklinde birim uzamaların lokal koordinat sisteminden global eksen takımına dönüşüm matrisidir. Gerilme dönüşüm ifadesi olan (15) eşitliğini

$$\bar{\sigma}_k = \mathbf{R}_{Tk}^{-1} \sigma_k \quad (19)$$

olarak da yazmak mümkündür. Piezoelektrik özelliğe sahip olmayan bir katman için $\sigma_k = \mathbf{c}_{Ek} \epsilon_k$ olduğu dikkate alınarak ve (17) denklemi de bu ifadede kullanılarak

$$\bar{\sigma}_k = \mathbf{R}_{Tk}^{-1} \mathbf{c}_{Ek} \mathbf{R}_{Sk} \bar{\epsilon}_k \quad (20)$$

eşitliği elde edilir. İlgili k 'nci katman için katmanın katılık matrisinin global eksen takımındaki dönüştürülmüş değeri olarak

$$\bar{\mathbf{Q}}_k = \mathbf{R}_{Tk}^{-1} \mathbf{c}_{Ek} \mathbf{R}_{Sk} \quad (21)$$

tanımlamasını yapmak mümkündür. Piezoelektrik özelliklere sahip bir katman için ise (13) denklemlerinin birincisinde verilen gerilme ifadesinin global eksen takımına (19) ile dönüşümünden

$$\bar{\sigma}_k = \mathbf{R}_{Tk}^{-1} \mathbf{c}_{Ek} \mathbf{R}_{Sk} \mathbf{S}_p - \mathbf{R}_{Tk}^{-1} \mathbf{e}_k E_k \quad (22)$$

eşitliği elde edilir. Piezoelektrik katmanın kalınlığı $h_k = z_k - z_{k-1}$ boyunca elektrik alanının üniform olmasından dolayı, ϕ_k ilgili katmanın yüzeyleri arasındaki potansiyel farkı olmak üzere bu elektrik alan ifadesi $E_k = \phi_k / h_k$ şeklinde olacaktır. n adet katmandan oluşan ve içinde piezoelektrik özelliklere sahip katmanlar bulunduran bir yapıda bu piezoelektrik aktif katmanlara uygulanan potansiyel farklarının oluşturduğu kuvvet ve momentlerin, yapının orta düzlemine indirgenerek toplanmasıyla yapı içinde yer alan tüm piezoelektrik katmanların oluşturduğu $\bar{\mathbf{N}}$ normal kuvvetleri ve $\bar{\mathbf{M}}$ eğilme momentlerinin değerleri

$$\begin{Bmatrix} \bar{\mathbf{N}} \\ \bar{\mathbf{M}} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{A}} & \bar{\mathbf{B}} \\ \bar{\mathbf{B}} & \bar{\mathbf{D}} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{S}_0 \\ \boldsymbol{\kappa} \end{Bmatrix} + \sum_{k=1}^n \begin{bmatrix} \mathbf{I}_3 \\ z_{mk} \mathbf{I}_3 \end{bmatrix} \mathbf{R}_{Tk}^{-1} \mathbf{e}_k \phi_k \quad (23)$$

$$\mathbf{D}_k = \begin{Bmatrix} e_{31} & e_{32} & 0 \\ \mathbf{R}_{Sk} [\mathbf{I}_3 & z_{mk} \mathbf{I}_3] \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{S}_0 \\ \boldsymbol{\kappa} \end{Bmatrix} - \frac{\boldsymbol{\varepsilon}_{Sk}}{h_k} \phi_k$$

şeklinde elde edilir. Bu eşitliklerde yer alan z_{mk} ifadesi

$$z_{mk} = \frac{z_k + z_{k-1}}{2} \quad (24)$$

şeklinde k 'nci katmanın orta yüzeyinin plağın orta düzleminde olan uzaklığıdır. \mathbf{I}_3 matrisi 3×3 boyutunda birim matris olup eşitliğin sağ tarafındaki ilk terim içerisinde yer alan ifadeler katmanlı kompozit bir yapı için klasik katılık matrisini oluşturan terimleri içerir. $\bar{\mathbf{A}}$ uzama katılık matrisi, $\bar{\mathbf{D}}$ eğilme katılık matrisi ve $\bar{\mathbf{B}}$ ise uzama ve eğilme etkileşimini ifade eden matris olup

$$\{\bar{\mathbf{A}}, \bar{\mathbf{B}}, \bar{\mathbf{D}}\} = \sum_k \bar{\mathbf{Q}}_k \left\{ (z_k - z_{k-1}); \frac{1}{2}(z_k^2 - z_{k-1}^2); \frac{1}{3}(z_k^3 - z_{k-1}^3) \right\} \quad (25)$$

şeklinde hesaplanmaktadır. Ortaya çıkan ve (23) denklemleri ile hesaplanan normal kuvvet ve momentler semiloof elemanın şekil fonksiyonları kullanılarak eleman düğüm noktalarındaki serbestlikler doğrultusunda dağıtılabilmektedir. Seeger, Köppe ve Gabbert (2001) semiloof kabuk elemanlar için aktif olarak kullanılabilir çeşitli elemanlar önermişlerdir. Bunlardan S1 elemanı olarak adlandırılan eleman yaklaşımına göre yapıdaki piezoelektrik elemanlarda elektromekanik etkileşim (coupling) bulunmayıp orijinal semiloof kabuk sonlu eleman katılık ve kütle matrisleri değişmeden kalır. Aktif katmanlara uygulanan potansiyel farkı yani elektrik alan tarafından oluşturulan normal kuvvet ve momentler, dinamik denge denklemlerinde eşitliğin diğer tarafında yapıya etkiyen kuvvetler vektörü olarak yer alır.

Titreşim kontrolü

Sonlu eleman modeli ile elde edilen katılık, kütle ve sönüm matrisleri kullanılarak dinamik hareket denklemi

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{K}\mathbf{q} = \mathbf{F} \quad (26)$$

ile ifade edilir. Ağırlıklı modal dönüşüm matrisi $\tilde{\boldsymbol{\Phi}}$ kullanılarak indirgenmiş modele ait hareket denklemleri de

$$\tilde{\mathbf{M}}_s \ddot{\boldsymbol{\eta}} + \tilde{\mathbf{C}}_s \dot{\boldsymbol{\eta}} + \tilde{\mathbf{K}}_s \boldsymbol{\eta} = \tilde{\mathbf{F}}_s \quad (27)$$

şeklinde olacaktır. Bu son denklem durum denklemleri formuna

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) + \mathbf{E}p(t) \quad (28)$$

şeklinde dönüştürülebilir. Bu ifadede yer alan \mathbf{A} sistem matrisi, \mathbf{B} kontrol matrisi ve \mathbf{E} bozuntu matrisi olup

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ -\tilde{\mathbf{M}}_s^{-1} \tilde{\mathbf{K}} & -\tilde{\mathbf{M}}_s^{-1} \tilde{\mathbf{C}}_s \end{bmatrix}; \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ -\tilde{\mathbf{M}}_s^{-1} \tilde{\boldsymbol{\Phi}}^T \mathbf{V}_p \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{E} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ -\tilde{\mathbf{M}}_s^{-1} \tilde{\boldsymbol{\Phi}}^T \mathbf{V}_B \end{bmatrix} \quad (29)$$

olarak ifade edilebilir. Plağın deplasman ölçümü yapıldığı kabul edilen fiziksel koordinatlardaki serbestliklerden yararlanılarak

$$\mathbf{y} = \mathbf{C}_x \mathbf{x} \quad (30)$$

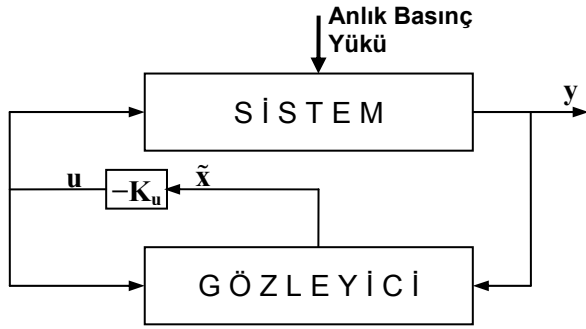
çıkış denklemi bulunur. Şekil 6'da görüldüğü gibi durum gözleyicili bir kontrol sisteminin kullanılması halinde gözleyici tarafından tahmin edilen $\tilde{\mathbf{x}}$ durum vektörü ile piezoelektrik elemanlara uygulanacak potansiyel farklarını içeren \mathbf{u} kontrol vektörü bulunabilir. Kontrol işleminin gerçekleşmesi, (28) ve (30) ile verilen sistemin kontroledilebilirlik ve gözlenebilirlik şartlarını sağlaması ile mümkün olur.

Geri besleme kazanç matrisi \mathbf{K}_u değerinin hesaplanması için optimal doğrusal regülatör problemi (*linear quadratic regulator, LQR*) esas alınarak sonuçta elde edilecek sistemin kararlılığı garantilenmiş olur.

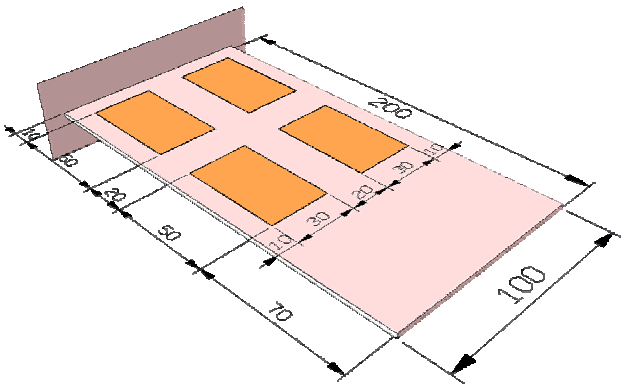
Sayısal uygulama

Anlık basınç yükü etkisindeki plağın titreşimlerinin kontrolü için Şekil 7'de görülen yapısal

sönümün ihmal edildiği, alt ve üst yüzeylerinde 0.25 mm tabaka kalınlığı olan dörder adet piezoelektrik uyarıcı elemanın bulunduğu, her bir katmanı 0.28 mm kalınlığında fiber doğrultuları $[0^\circ/90^\circ]$, olan 7 katmanlı kompozit bir plak modeli kullanılmıştır. Kullanılan kompozit malzemenin ve piezoelektrik elemanların malzeme özellikleri Tablo 1’de verilmiştir.



Şekil 6. Anlık basınç yükü etkileyen durum gözleyicili kontrol sistemi



Şekil 7. Plak modeli (boyutlar mm'dir)

Tablo 1. Malzeme özellikleri

Parametre	Kompozit Cam elyafı kumaş	Piezoseramik PZT G1195N
Elastisite modülü (MPa)	$E_{11}=24140$ $E_{22}=24140$	$E=63000$
Poisson oranı	$\nu_{12} = 0.11$	$\nu = 0.3$
Kayma modülü (MPa)	$G_{12}=3790$	$G=24200$
Yoğunluk ($N \cdot s^2/mm^4$)	$1.8 \cdot 10^{-9}$	$7.6 \cdot 10^{-9}$
Piezoelektrik sabitler (mm/V)	—	$d_{31}=254 \cdot 10^{-9}$ $d_{32}=254 \cdot 10^{-9}$
Katman Kalınlığı (mm)	0.28	0.25

Plagın her iki yüzeyinde bulunan piezoelektrik elemanların tamamı eyleyici (actuator) olarak kullanılmış olup üst ve alt yüzeylerdeki karşılıklı piezoelektrik eyleyicilere uygulanan elektrik alanlar zıt yönlü olarak seçilmiştir. Plagın serbest kenar köşe noktalarında ve plak orta noktasında deplasman ölçümünün yapıldığı kabul edilmiştir. Plagın titreşimlerinin kontrolüne geçmeden önce oluşturulan sonlu eleman modelinin güvenilirliğini test etmek amacıyla serbest titreşim analizi ve statik analizler yapılmış ve elde edilen sonuçlar *Ansys* yazılımı sonuçları ile karşılaştırılmıştır.

Oluşturulan plagın semiloof kabuk sonlu eleman yaklaşımıyla elde edilen modelinin serbestlik derecesi 2760 olmuştur. Durum denklemlerinin kullanılması halinde serbestlikler iki katına çıkacağından uygulama açısından bu durum çok pratik olmayacaktır. Bu nedenle plagın dinamik davranışında etkin olduğu düşünülen ilk dört frekansa karşılık gelen mod şekilleri esas alınarak sonlu eleman modeli indirgenmiştir. Ardından zamana bağlı anlık basınç yükü etkisi altındaki plagın dinamik davranışı Newmark zaman integrasyonu ile analiz edilmiş ve indirgenmiş sistemin anlık basınç yüküne cevabı ile karşılaştırılmıştır. Daha sonra *Matlab-Simulink* yazılımı kullanılarak tasarlanan durum gözleyici sistemle anlık basınç yükü etkisindeki kompozit katmanlı plagın titreşimleri başarılı bir şekilde kontrol edilerek sönümlenmiştir.

Plak serbest titreşimi

Semiloof kabuk sonlu eleman modeli kullanılarak modellenen yapısal sönümün ihmal edildiği plagın serbest titreşim analizi yapılmıştır. Elde edilen sonuçları karşılaştırmak amacıyla *Ansys* yazılımında SOLID46 ve SOLID5 elemanları ile plak modeli oluşturulmuştur. Tablo 2’de bu çözümlerden elde edilen serbest titreşim frekans değerleri karşılaştırmalı olarak verilmiştir.

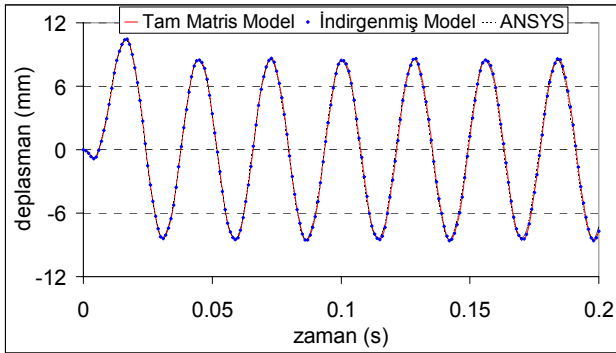
İndirgeme işlemi

Semiloof kabuk sonlu eleman yaklaşımı ile elde edilen sistemin serbestlik derecesi 2760 olarak elde edilmiştir. Sistemin durum değişkenleri formunda ifade edilmesi halinde serbestlik derecesi ikiye katlanacağı için sisteme etkileyen anlık

basınç yükünün özelliği de göz önüne alınarak ilk dört frekansa karşılık gelen iki eğilme ve iki burulma modunu esas alarak mod toplama yöntemi ile indirgeme yapılabileceği değerlendirilmiştir. Anlık basınç yükü etkisindeki plağın zamana bağlı dinamik hareketinin çözümü için (1) denkleminde maksimum basınç değeri için $p_m=0.001 \text{ MPa}$ ve zaman adımı için $\Delta t=0.1 \text{ ms}$ alınmak üzere Newmark zaman integrasyonu ile çözüm elde edilmiştir. Ayrıca plak *Ansys* yazılımı ile de modellenmiş ve plağın serbest kenar orta noktasının zamana bağlı deplasman hareketi karşılaştırmalı olarak Şekil 8’de verilen grafikte gösterilmiştir.

Tablo 2. Semiloof kabuk eleman ve *Ansys* ile elde edilen serbest titreşim frekansları (Hz)

Mod	Semiloof Kabuk	<i>Ansys</i>
1	35.890	35.994
2	132.931	131.86
3	197.265	198.17
4	352.183	350.25
5	507.294	509.48
6	736.802	731.79

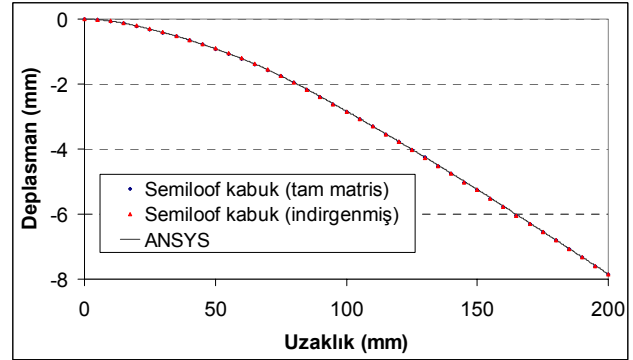


Şekil 8. Tam matris model, indirgenmiş model ve *Ansys* modelinin dinamik cevabı

Şekilden de anlaşılacağı üzere anlık basınç yükü etkisindeki plağın dinamik davranışının analizinde ilk dört frekansın göz önüne alınması yeterli olmaktadır.

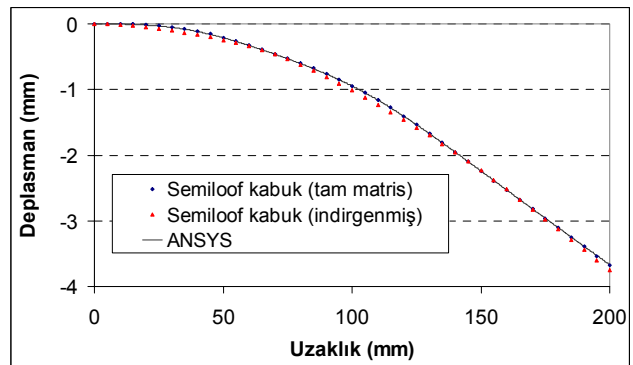
Statik basınç analizi için plak yüzeyine üniform 0.001 MPa şiddetinde basınç yükünün etki ettiği kabul edilmiştir. Bu yükleme durumunda statik olarak ortaya çıkan şekil değişimi semiloof kabuk sonlu eleman modeli ile ve *Ansys* yazılımı

ile analiz edilmiştir. Plak orta düzleminde simetri eksenini oluşturan orta hat çizgisinin deplasmanı karşılaştırmalı olarak Şekil 9’da görülmektedir. Semiloof kabuk modeli ile yapılan statik analiz sonucunda plağın serbest kenar orta noktasının deplasmanı tam matris çözümden -7.858 mm , indirgenmiş sistem çözümünden -7.848 mm ve *Ansys* çözümünden -7.842 mm olarak elde edilmiştir.



Şekil 9. Sabit basınç için orta hat deplasmanı

Semiloof kabuk sonlu eleman modelinin piezoelektrik etkiler yönünden test edilmesi için üst yüzeydeki piezoelektrik elemanlara 500 V , alt yüzeydekilere ise -500 V potansiyel farkı uygulanmıştır. Semiloof sonlu eleman çözümüyle elde edilen plağın orta hat çizgisinin deplasmanı, *Ansys* çözümüyle elde edilenle karşılaştırmalı olarak Şekil 10’da verilmiştir.

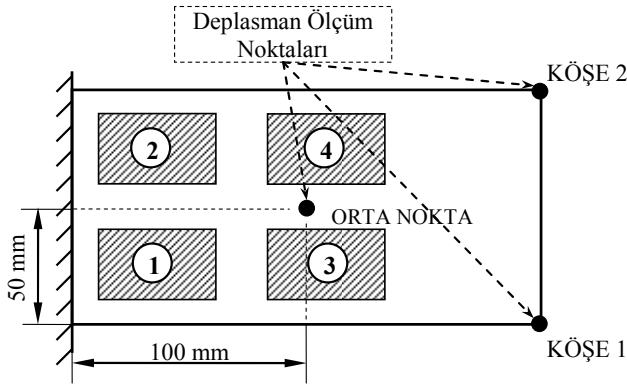


Şekil 10. Sabit potansiyel farkı için orta hat deplasmanı

Oluşturulan semiloof kabuk sonlu modeli ile piezoelektrik elemanlara uygulanan potansiyel farkları sonucunda plağın serbest kenar orta

noktasının deplasmanı için tam matris çözümden -3.67 mm, indirgenmiş sisteme ait çözümden -3.7499 mm ve *Ansys* çözümünden ise -3.689 mm olarak elde edilmiştir.

Plağın anlık basınç yükü etkisi altında oluşan titreşimlerinin kontrolü için indirgeme işlemleri ile Şekil 11’de görülen plağın serbestlik derecesi 4 değerine indirgenmiştir. Durum denklemleri ile elde edilen kontrol sisteminin serbestlik derecesi bu durumda 8 olmaktadır.



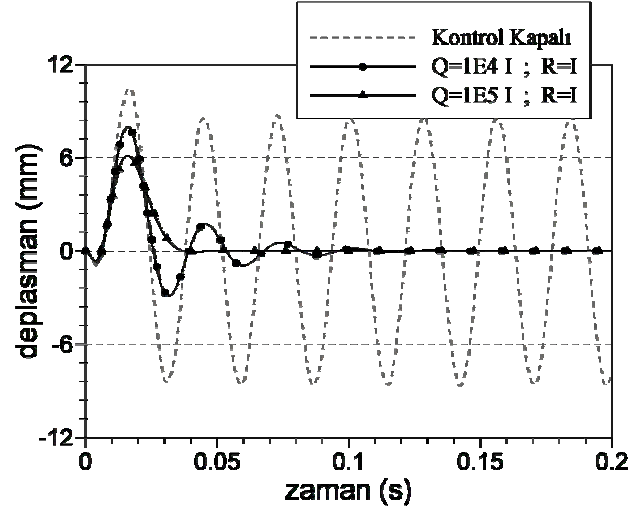
Şekil 11. Düyargaların yerleri ve piezoelektrik eleman numaraları

Kontrol uygulamasından önce sistemin kontroledilebilirliği ve gözlenebilirliği durumu incelenmiş ve bu şartları sağladığı görülmüştür. Performans göstergesi ifadesinde yer alan ağırlık matrisleri önce $Q=10^4 \cdot I_8$ ve $R=I_4$ değerleri olarak alınmış daha sonra bu değerler için $Q=10^5 \cdot I_8$ ve $R=I_4$ seçilmiştir. Bu değerlere karşılık gelen optimum regülatör kazanç matrisi K_u hesaplanmış ve buna bağlı olarak gözleyici kazanç matrisinin değeri bulunmuştur. Bu çözümler için karşılaştırma amacıyla plağın serbest kenar orta noktasının zamana bağlı deplasmanı Şekil 12’de verilmiştir.

Değerlendirme

Bu çalışmada anlık basınç yüküne maruz, üzerinde piezoelektrik elemanlar bulunan katmanlı kompozit konsol bir plağın titreşimleri durum gözleyicisi ile başarılı bir şekilde sönümlenmiştir. Anlık basınç yükü modeli için üstel olarak azalan Friedlander fonksiyonu kullanılmış ve bu fonksiyona ait parametreler için lite-

ratürdeki bazı deneysel sonuçlardan yararlanılmıştır.



Şekil 12. $Q=10^4 \cdot I_8$; $R=I_4$ ve $Q=10^5 \cdot I_8$; $R=I_4$ için deplasman değişimi

Plak sonlu eleman modeli oluşturulurken iki tip-te semiloof kabuk eleman modeli kullanılmıştır: i) kompozit katman için bilinen semiloof kabuk eleman, ii) piezoelektrik özellikler ilave edilmiş semiloof kabuk eleman. Plağın sonlu eleman modeli oluşturularak serbest titreşim analizleri yapılmıştır. Ardından sabit basınç yükü için ve piezoelektrik elemanlara uygulanan sabit potansiyel farkı için statik analizler yapılmıştır. Daha sonra indirgeme işlemi gerçekleştirilerek indirgenmiş sistem için statik analizler yapılmıştır. Anlık basınç yükü etkisindeki plağın tam matris ve indirgenmiş matris sistem için dinamik analizleri elde edilmiştir. Plak SOLID elemanlar kullanılarak *Ansys* yazılımı ile modellenmiş ve benzer analizler yapıp elde edilen statik ve dinamik analiz sonuçlarının uyumlu olduğu gösterilmiştir. SOLID elemanlara göre semiloof kabuk elemanın daha az sayıda serbestlik içermesi bir avantaj oluşturmaktadır.

İndirgenmiş plağa ait dinamik hareket denklemlerinden yola çıkılarak modern kontrol yöntemlerinin kullanılmasına imkan veren durum denklemleri elde edilmiştir. Kararlılık sınırında bulunan sistemin kararlılığını garantilemek için optimal kontrol için kullanılan doğrusal regülatör problemi ele alınmıştır. Plağın deplasman

ölçümünün yapıldığı serbestliklerden hareketle sistemin durumlarını tahmin edecek bir gözleyici tasarlanarak anlık basınç yükü etkisindeki plağın titreşimleri başarılı bir şekilde sönümlendirilmiştir.

Teşekkür

Yazarlar, 901341998k121980 numaralı “Yapılar Üzerindeki Patlama Etkilerinin Araştırılması” projesinin bir parçası olarak bu çalışmayı desteklediğinden dolayı Devlet Planlama Teşkilatı’na müteşekkirdir.

Kaynaklar

- Ahmad, S., (1969). Curved finite elements in the analysis of solid shell and plate structures, *PhD Thesis*, University of Wales, Swansea.
- Albuquerque, F., (1973). A beam element for use with the semiloof shell element, *MSc Thesis*, University of Wales, Swansea.
- Baldwin, J. T., Razzaque, A., ve Irons, B. M., (1973). Shape functions subroutine for an isoparametric thin plate element, *Internal Report of Civil Eng. Dept.*, University of Wales, Swansea.
- Ergatoudis, J. G., (1968). Isoparametric finite elements in two and three dimensional analysis, *PhD Thesis*, University of Wales, Swansea.
- Gaudenzi, P., Carbonaro, R., Barboni, R., (1997). Vibration control of an active laminated beam, *Composite Structures*, **38**, 1-4, 413-420.
- Han J.-H., Lee, I., (1998). Analysis of composite plates with piezoelectric actuators for vibration control using layerwise displacement theory, *Composites Part B*, **29B**, 621-632.
- Irons, B. M., (1973). A Further Modification of the Ahmad Shell element, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, **6**, 305-309.
- Irons, B.M., (1976). *The Semiloof Shell Element*, In *Finite Elements for Thin Shells and Curved Members*, Willey, New York.
- Librescu, L., Na, S., (1998). Dynamic response control of thin-walled beams to blast pulses using structural tailoring and piezoelectric actuation, *Journal of Applied Mechanics*, **65**, 2, 497-504.
- Librescu, L., Na, S., (2000). Optimal vibration control of thin-walled anisotropic cantilevers exposed to blast loadings, *Journal of Guidance Control and Dynamics*, **23**, 3, 491-500.

- Martins, R. A. F., (1974). Finite element eigenvalue solution employing the semiloof shell element, *MSc Thesis*, University of Wales, Swansea
- Martins, R. A. F., ve Owen, R. J., (1977). Structural stability and natural vibration analysis of thin arbitrary shells by use of the semilof shell element, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, **11**, 481-498.
- Mecitoğlu, Z., (1988). Takviyeli silindirik kabuk yapıların serbest titreşimlerinin incelenmesi, *Doktora Tezi*, İstanbul Teknik Üniversitesi, İstanbul.
- Na, S., Librescu, L., (2000). Dynamic response of adaptive cantilevers carrying external stores and subjected to blast loading, *Journal of Sound and Vibration*, **231**, 4, 1039-1055.
- Owen, D. R. J., ve Dinis, L. M. S., (1978). Transient dynamic analysis of thin shells, including viscoplastic and large displacement effects, In *the Mathematics of Finite Elements and Applications*, Brunel University.
- Piefort, V., (2001). Finite element modelling of piezoelectric active structures, *PhD Thesis*, Université Libre de Bruxelles, Bruxelles.
- Seeger, F., Köppe, H., Gabbert, U., (2001). Comparison of different shell elements for the analysis of smart structures, *Journal of Mathematics and Mechanics*, Section 1-24 Additional Issue 81, S4, S887-S888.
- Sun, B., Huang, D., (2000). Analytical vibration suppression analysis of composite beams with piezoelectric laminae, *Smart Materials and Structures*, **9**, 751-760.
- Sunar, M., Rao, S. S., (1999). Recent advances in sensing and control of flexible structures via piezoelectric materials technology, *Applied Mech Rev*, **52**, 1, 1-16.
- Takawa, T., Fukuda, T., Takada, T., (1997). Flexural-torsion coupling vibration control of fiber composite cantilevered beam by using piezoceramic actuators, *Smart Materials and Structures*, **6**, 477-484.
- Türkmen, H.S., (1999). Structural response of cylindrically curved laminated composite shells subjected to blast loading, *ARI*, **51**, 175-180.
- Türkmen, H. S., (2002). Structural response of laminated composite shells subjected to blast loading: comparison of experimental and theoretical methods, *Journal of Sound and Vibration*, **249**, 4, 663-678.
- Türkmen, H. S., ve Mecitoğlu, Z., (1999). Dynamic response of a stiffened laminated composite plate

- subjected to blast loading, *Journal of Sound and Vibration*, **221**, 3, 371-389.
- Uyanık H., Kazancı Z., Mecitoğlu Z., (2004). Semiloof kabuk elemanlar kullanılarak akıllı kompozit bir plağın statik analizi, *Havacılıkta İleri Teknolojiler ve Uygulamaları Sempozyumu*, 9-10 Aralık, İstanbul
- Uyanık, H. ve Kazancı, Z., (2004). Anlık basınç yükü etkisi altındaki konsol bir plağın dinamik analizi, *Havacılık ve Uzay Teknolojileri Dergisi*, **1**, 3, 9-17.
- Uyanık, H., Mecitoğlu, Z., (2006). Vibration control of a laminated composite plate subjected to blast loading, *III European Conference on Computational Mechanics*, 05-09 June, Lisbon, Portugal.
- Viladkar, M., N., Godbole, P., N., Krishna, P., (1998). Finite element analysis of column supported hyperbolic cooling towers using semi-loof shell and beam elements, *Engineering Structures*, **20**, 1-2, 75-85.
- Zienkiewicz, O. C., Taylor, R. L., ve Too, J. M., (1974). Reduced integration technique in general analysis of plates and shells, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, **13**, 275-290.