# Kutu kirişli köprülerin stokastik dinamik analizi

# Fevzi SARITAŞ<sup>\*</sup>, Zeki HASGÜR

İTÜ Fen Bilimleri Enstitüsü, Yapı Mühendisliği Programı, 34469, Ayazağa, İstanbul

## Özet

Bu çalışmada çok açıklıklı değişken kutu kesitli kirişleri olan elastomer mesnetli köprüler için sonlu eleman yöntemi ile dinamik analiz adımları birleştirilerek kuvvetli yer hareketleri etkisindeki viyadüğün dinamik davranışı, farklı zemin tipleri ve sönüm oranlarına bağlı olarak rasgele titreşim kuramına dayalı stokastik analiz yöntemi ile belirlenmektedir. Ayrıca, kaydedilmiş bir yer hareketi esas alınarak stokastik vöntemlere davalı hesaplamalar ile her zemin grubu icin ve bevaz gürültü modeli esas alınarak anakaya seviyesinde benzestirilmiş deprem iymeleri bölgenin sismik aktivitesine bağlı olarak elde edilmektedir. Stokastik dinamik analizler ile viyadük sisteminde yerdeğiştirme, eğilme momenti ve kesme kuvvetleri gibi yapısal tepkiler için frekans ortamında hesaplanan sonuçlar, deterministik dinamik yöntemlerle zaman ortamında yapılan analizlerden elde edilen değerlerle karşılaştırılmıştır. Stokastik dinamik çözümleme yönteminin uygulanabilmesi için köprü sisteminde sonlu eleman modelinin kurulması ve dinamik analizleri gerçekleştirmek üzere bilgisavar programları gelistirilmistir. Vivadük sisteminin avrıklastırılarak sonlu elemanlarla modellenmesi için BRIFEAP, dinamik analizleri için BRIDAP, kaydedilmiş bir yer hareketinin beyaz gürültü ile anakaya seviyesinde ve farklı zemin tiplerine göre benzeştirilmesi için SIMEARTHP ve viyadük sisteminin stokastik analizleri için BRISTOCAP adlı bilgisayar programları geliştirilmiştir. Stokastik analizlerde ver hareketinin değişimi, filtrelenmiş bevaz gürültü modeli ile göz önüne alınmaktadır. Kavdedilmiş kuvvetli ver hareketinin ilgili bileşeni için anakaya sevivesinde ve 3 zemin türünde 20 şer adet benzeştirilmiş yer hareketleri türetilmektedir. Yapılan çözümlemelerden stokastik yöntemlerin deterministik dinamik yöntemlerle uyumlu sonuçlar vermesinin yanısıra stokastik yöntemin rasgeleliğin tahmininde üstünlüğü ve ekonomikliği gözlenmiştir.

Anahtar Kelimeler: Stokastik, beyaz gürültü, benzeştirilmiş yer hareketleri, köprü, dinamik, sonlu eleman.

<sup>&</sup>lt;sup>\*</sup>Yazışmaların yapılacağı yazar: Fevzi SARITAŞ. saritasfe@itu.edu.tr; Tel: (212) 285 38 37.

Bu makale, birinci yazar tarafından İTÜ Fen Bilimleri Enstitüsü, Yapı Mühendisliği Programı'nda tamamlanmış olan "Kutu kirişli köprülerin stokastik dinamik analizi" adlı doktora tezinden hazırlanmıştır. Makale metni 25.10.2007 tarihinde dergiye ulaşmış, 15.01.2008 tarihinde basım kararı alınmıştır. Makale ile ilgili tartışmalar 31.01.2010 tarihine kadar dergiye gönderilmelidir.

# Stochastic dynamic analysis of boxgirder bridges

## **Extended** abstract

In this study, under the effect of strong ground motions for bridges which have multi spans, and continuous box-girders with elastomer bearings, the finite element method and dynamic analysis steps are combined and dynamic behavior of viaduct is determined depending on various soil types and damping ratios by stochastic analysis method based on random vibration. Furthermore, based on recorded ground motion, the calculations performed by stochastic methods, are obtained in order to simulate earthquake acceleration for each soil types and at bedrock level based on white noise model depending on seismic activity of zone. By the stochastic dynamic analyses of the viaduct system, the structural responses such as displacements, bending moments and shear forces are calculated. The results in frequency domain are compared with those of made by deterministic methods in time domain.

Stochastic dynamic procedure is applied to the analysis of viaduct system, thus stiffness and mass matrices are obtained to establish the finite element model and to carry out dynamic analysis. The computer code BRIFEAP is developed to discreatize the viaduct system, for dynamic analyses BRIDAP, for simulation of ground motion SIMEARTHP and BRISTOCAP is developed to perform the stochastic analysis of viaduct system. In stochastic analyses, filtered white noise model is taken as basis to consider the variation of ground motions. Simulated ground motions are generated at the bedrock level for three soil types and for twenty relevant components of recorded strong ground motions for each.

Programs are developed for a small viaduct model and dynamic analyses are carried out by constituting substructure procedures at the beginning. Having carried out the analyses by using developed computer programs for the system, the displacements of the nodal points and the dynamic characteristics are obtained and compared with those of the computer package SAP2000 to verify the program developed. Later, the analyses of an actual box-girder viaduct having elastomeric bearings are carried out by making additions and improvements to the programs to represent the structural system as accurately as possible. The stiffness of elastomeric bearings decreases inertia forces due to ground motion by providing flexibility to the superstructure of the viaduct. The analysis includes the governing equations and specifications of the elastomeric bearing stiffness depending on its mechanical properties.

An equivalent (or reduced) model of viaduct is developed by considering the elements that only connect the selected reference nodal points to reduce the computation volume and time. A second reduction is done in the mass and stiffness matrices for decreasing the number of the freedom which governs the free vibration of the system. By performing the dynamic analysis with reduced dynamic stiffness matrices is showed that the reduced model of the system can represent the actual system with an acceptable accuracy.

Since ground motions have several types of uncertainties due to their random properties, a deterministic analysis of the system is not realistic. In the present thesis, random variations are considered for the ground motions. Stochastic analysis is carried out by using the power density function of the ground motion recorded at local site. They are filtered by adopting the transfer functions of Tajimi and Penzien. For this purpose, the corresponding power spectral density functions and the constant power spectral magnitudes are obtained for various types of soils.

Having performed stochastic and deterministic dynamic analyses for the viaduct without making any simplification, a simple model representing one of the middle piers is developed and the corresponding stochastic analyses are carried out. In these analyses, the single pier with elastomeric bearings at the supports is considered. The pier is assumed to be subjected to horizontal and vertical ground motions simultaneously and the recorded and simulated ground motions are taken into consideration. The variances and average values of the base shear forces and the overturning moments are obtained for various ratios of damping and for soil types. The results are compared with those of the deterministic analysis as well. By carrying out the analyses, the stochastic methods have given results compatible with those of deterministic dynamic analysis and also have been observed as its economical and procedure superiority of the prediction of randomness.

*Keywords:* Stochastic, white noise, simulated ground motions, bridge, dynamic, finite element.

## Giriş

Dinamik analizlerde başlangıç koşulları, yapı özellikleri ve dinamik yüklerin kesin bilindiği duruma karşı gelen davranışın maksimum tasarım yükü gibi çeşitli ölçütlerle belirlenmesi deterministik çözüm olarak yeterli olurken, etkiyen yüklerin rasgele olması durumunda davranış belirsizlikler içerir ve deterministik olmayan rasgele titreşim teorisi analizi, davranışın daha iyi sekilde ortaya çıkarılmasını sağlamaktadır. Bu çalışmada sonlu elemanlar yöntemi ile dinamik analiz adımları birleştirilerek köprü sisteminin rasgele titreşim teorisine göre stokastik vapılarak uygulanan analizleri vöntemin deterministik yöntemlere göre avantaj ve dezavantajları bakımından değerlendirilmiştir. Beyaz gürültü modeli ile simülasyondan türetilen yer hareketleri etkisinde stokastik analizler yapılmıştır.

Yang ve Leung (2001), kutu kirişlerde kesmegecikme (shear-lag) etkisini stokastik sonlu parça (segment) yöntemiyle incelemişlerdir. Der Kiureghian ve diğerleri (1997), köprülerin çoklu mesnet davranış spektrum analizi yapmıştır. Pagnini ve Solari (1999), köprü ayaklarının doğrusal eşdeğer davranışını, sismik ivmeyi durağan bir gauss işleyimi alarak stokastik analizini yapmışlardır. Ahmed (2000), rüzgar yükleri etkisinde, köprülerin stokastik analizi için matematiksel genel bir çerçevenin geliştirilmesi üzerine çalışmalar yürütmüştür.

Ettouney ve diğerleri (2001), frekans ortamında yaptıkları analizde, önemli düzensizliklerden olan zemin koşulları, dalga geçişi (wave passage) ve tutarsız etkileri (incoherency effects) gözönüne almışlardır. Hasgür (1995), simetrik konsollu köprü ayağını 4 serbestlik dereceli olarak frekans ortamı yaklaşımı ile incelemiştir. Şafak ve Eeri (1997), yer büyütmesinin karakterize edilmesinde kullanılan modellerin incelemesini yaparak, teorik altyapısı daha iyi olan yeni teknikler sunmuştur.

## Viyadük sonlu eleman modellemesi

Köprü sistemi tabliye, gövde ve ayakların yanı sıra enkesit değişimlerinin gözlendiği bölgelerde olmak üzere farklı ağ aralıkları ile ayrıklaştırılarak sistem için üç boyutlu sonlu eleman ağı oluşturulmaktadır. Çubuk eksen takımlarında tanımlı eleman rijitlik matrisleri, eleman dönüşüm matrisleri yardımıyla,

$$[K]_{XYZ} = [T]^{T} [k]_{xyz} [T]$$
(1)

global eksen takımında tanımlanır ve sonlu eleman çözümlemesi genel bağıntı,

$$[K][d]=[R]$$
 (2)

ile yapılmaktadır. Viyadük sistemi için kullanılan 12 serbestlikli prizmatik sonlu eleman tipi ve kütleleri düğümlerde toplanmış sonlu eleman modeli Şekil 1'de gösterilmiştir.



Şekil 1. Viyadük için sonlu eleman modeli ve düğümlerde toplanmış kütleler

Elastomer mesnet mekanik özellikleri, yönetmeliklerde verilen bağıntılara dayalı olarak hesaplanmıştır. Şekil 2'de bir köprü ayağının sonlu eleman modeli görülmektedir.



Şekil 2. Köprü enkesiti ve elastomer mesnetler

## Stokastik çözümleme modeli

Dinamik etkiler altında yapının analiz ve tasarımında, dinamik tasarım yüklerinin hassas şekilde belirlenmesi karşılaşılan temel zorluktur. Doğrusal tek serbestlik dereceli bir sistemin giriş ve çıkış işleyiminde hesaplarda kullanılan stokastik terimler Şekil 3'te gösterilmiştir.



Şekil 3. Rasgele dinamik davranış şeması

Özilişki ( $R_p(\tau)$ ), veya güç spektrum yoğunluk fonksiyonlarından ( $S_p(\varpi)$ ) birisi biliniyorsa durağan çıkış işleyimi v(t) transfer fonksiyonları ile karakterize edilebilir. Çok serbestlik dereceli sistemlerin dinamik davranışı normal hareket denklemlerinin çözümünden belirlenebilir.

$$\ddot{Y}_{n}(t) + 2\omega_{n}\xi_{n}\dot{Y}_{n}(t) + \omega_{n}^{2}Y_{n} = \frac{P_{n}(t)}{M_{n}}$$
 (3)

Normal koordinatlarla lineer ilişkili herhangi bir v(t) davranışı şu şekilde hesaplanır;

$$\mathbf{v}(t) = \sum_{n} \mathbf{B}_{n} \mathbf{Y}_{n}(t) \tag{4}$$

 $B_n$  katsayıları standart analiz metotlarıyla elde edilir. Zamana bağımlı olarak yazılan genel hareket denkleminin,

$$m\ddot{v} + c\dot{v} + kv = p(t) \tag{5}$$

zaman tanım alanında çözümünden,

$$\mathbf{v}(t) = \int_{-\infty}^{t} \mathbf{p}(\tau) \mathbf{h}(t-\tau) d\tau$$
 (6)

elde edilen yerdeğiştirme ifadesine Fourier dönüşümleri uygulanarak,

$$\mathbf{v}(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{H}(i\boldsymbol{\varpi}) \mathbf{c}(i\boldsymbol{\varpi}) \mathbf{e}^{i\boldsymbol{\varpi} t} d\boldsymbol{\varpi}$$
(7)

frekans tanım alanına geçilir. İntegral terimleri, H( $i\varpi$ ) Kompleks frekans davranış fonksiyonuna, c( $i\varpi$ ) ise kuvvet fonksiyonunun Fourier dönüşümüne karşı gelir. Kuvvet fonksiyonuna Fourier dönüşümü uygulanır,

$$c(i\varpi) = \int_{-\infty}^{\infty} p(t)e^{-i\varpi t}dt$$
(8)

ve bunu takiben ters Fourier dönüşümünden,

$$p(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} c(i\varpi) e^{i\varpi t} d\varpi$$
(9)

orijinal dalga elde edilir. Denklem (6) ve (9) aralarındaki benzerlik ve bunların denklem (5)'de yerine yazılmasıyla,

$$H(i\varpi) = \frac{1}{k[1 + 2i\xi(\varpi/\omega) - (\varpi/\omega)^{2}]}$$
(10)

kompleks frekans davranış fonksiyonu elde edilir. Denklem (4) ile ifade edilen bileşenin, otokorelasyon fonksiyonuna Fourier dönüşümü yapılarak integral hesabı ile

$$S_{v_m v_n}(\varpi) = B_m B_n H_m(-i\varpi) H_n(i\varpi) S_{p_m p_n}$$
(11)

giriş ve çıkış işleyimi arasındaki ilişkiyi gösteren çapraz güç spektrum yoğunluk fonksiyonu elde edilir. Toplam modal davranış Denklem (12) ile hesaplanır.

$$S_{v}(\varpi) == \sum_{m} \sum_{n} S_{V_{m}V_{n}}(\varpi)$$
(12)

Ayrık rasgele p kuvvetlerini içeren çapraz güç spektrum yoğunluk fonksiyonu,

$$\mathbf{S}_{\mathbf{v}_{m}\mathbf{v}_{n}}(\boldsymbol{\varpi}) = \mathbf{B}_{m}\mathbf{B}_{n}\mathbf{H}_{m}(-i\boldsymbol{\varpi})\mathbf{H}_{n}(i\boldsymbol{\varpi})\boldsymbol{\varphi}_{m}^{\mathrm{T}}\mathbf{S}_{p}\boldsymbol{\varphi}_{n} \qquad (13)$$

bağıntısı ile belirlenir. Çapraz terimlere karşı gelen farklı modların birbirleri arasındaki ilişki

istatiksel anlamda bağımsız ise güç spektrumu matrisinin diyagonal dışı terimleri sıfır olacaktır. Bu durumda davranış,

$$S_{v}(\varpi) = \sum_{m} S_{V_{m}V_{m}}(\varpi) = \sum_{m} B_{m}^{2} |H_{m}(i\varpi)|^{2} S_{p_{m}p_{m}}(\varpi)$$
(14)

ifadesi ile elde edilebilir. Güç spektrum yoğunluk fonksiyonu olan denklem (14)'in integrali alınırsa davranışın varyans ifadesi elde edilmiş olur.

$$\sigma_{v}^{2}(t) = \sum_{m} \sum_{n} B_{m} B_{n} S_{P_{m}P_{n}} \int_{-\infty}^{+\infty} H_{m}(i\varpi) H_{n}(-i\varpi) d\varpi \quad (15)$$

Çapraz terimlerin ihmal edilmesi durumunda denklem (14)'ün integralinden,

$$\sigma_{v}^{2}(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \sum_{m} S_{v_{m}v_{m}}(\varpi) = \sum_{m} B_{m}^{2} S_{p_{m}p_{m}} \int_{-\infty}^{+\infty} \left| H_{m}(i\varpi) \right|^{2} d(\varpi) \quad (16)$$

davranışa ait varyans bağıntısı elde edilir. Kompleks frekans davranış fonksiyonu ise çapraz terimleri içeren frekans davranış fonksiyonunda aynı mod karakteristikleri dikkate alınarak denklem (10)'da yazılırsa,

$$\left|H_{\rm m}(i\varpi)\right|^2 = \frac{1}{K_{\rm m}^2[1 + (4\xi_{\rm m}^2 - 2)(\varpi/\omega_{\rm m})^2 + (\varpi/\omega_{\rm m})^4]} \qquad (17)$$

ifadesi elde edilir. Çapraz terimlerin ihmal edilmemesi halinde  $H_m(i\varpi)$  ve  $H_m(-i\varpi)$  fonksiyonlarının çarpımının integrali söz konusudur.

## Kuvvetli yer hareketi modeli

Bu çalışmada Tajimi-Kanai'nin önerdiği ve daha sonra Clough ve Penzien tarafından düzenlenmiş olan filtre fonksiyonları, yer hareketinin modellenmesinde kullanılan beyaz gürültü işlemi için transfer fonksiyonları olarak alınmıştır (Clough ve Penzien, 1993). Tajimi- Kanai'nin önerdiği filtre fonksiyonu,

$$\left| \mathbf{H}_{1}(\boldsymbol{\varpi}) \right|^{2} = \frac{1 + 4\xi_{g}^{2}(\boldsymbol{\varpi}/\boldsymbol{\omega}_{g})^{2}}{\left[ 1 - \left( \boldsymbol{\varpi}/\boldsymbol{\omega}_{g} \right)^{2} \right]^{2} + 4\xi_{g}^{2}(\boldsymbol{\varpi}/\boldsymbol{\omega}_{g})^{2}}$$
(18)

bağıntısı ile ifade edilmektedir. Bu durumda geçiş fonksiyonu ile süzülen x(t)'nin güç spektrum yoğunluk fonksiyonu,

$$\mathbf{S}_{\mathrm{x1}}(\boldsymbol{\varpi}) = \left| \mathbf{H}_{\mathrm{1}}(\mathrm{i}\boldsymbol{\varpi}) \right|^{2} \mathbf{S}_{\mathrm{x}}(\boldsymbol{\varpi}) \quad -\infty < \boldsymbol{\varpi} < +\infty \quad (19)$$

şeklinde olacaktır. Denklem (18)'de verilen bağıntıda,  $\omega_g$  ve  $\xi_g$ : yerin karakteristik zemin frekansı ile karakteristik zemin sönüm oranıdır.

Tajimi-Kanai filtre fonksiyonu yüksek frekanslı bileşenleri seyreltmektedir. Ancak çok düşük frekanslar için, Denklem (20) ile verilen Penzien'in önerdiği ikinci bir filtre fonksiyonu kullanılmıştır (Clough ve Penzien, 1993).

$$\left|H_{2}(i\varpi)\right|^{2} = \frac{(\varpi/\omega_{1})^{4}}{\left[1 - (\varpi/\omega_{1})^{2}\right]^{2} + 4\xi_{1}^{2}(\varpi/\omega_{1})^{2}}$$
(20)

Filtrelenmiş çıkış işleyiminin güç spektrum yoğunluk fonksiyonu,

$$S_{x2}(\varpi) = |H(i\varpi)|^2 S_x(\varpi) \qquad -\infty < \varpi < +\infty \qquad (21)$$

$$\left|\mathbf{H}(\mathbf{i}\boldsymbol{\varpi})\right|^{2} = \left|\mathbf{H}_{1}(\mathbf{i}\boldsymbol{\varpi})\right|^{2} \left|\mathbf{H}_{2}(\mathbf{i}\boldsymbol{\varpi})\right|^{2}$$
(22)

ile belirlenebilir. Gerçek ivme izlerinin durağan olmayan karakterini göz önüne almak üzere,

$$a(t) = \kappa(t) a_{xf}(t)$$
(23)

bağıntısı ile mevcut işleyim dikkate alınır. Burada  $\kappa(t)$ , gerçek ivme izlerinin istatiksel analizine dayalı olarak verilen uygun bir zarf eğrisinin üstel fonksiyonunu ifade eder.

1992 Erzincan depremleri için sağlam, orta ve yumuşak zemim ile anakaya seviyesinde olmak üzere her zemin gurubunda 20'şer adet benzeştirilmiş yer hareketleri elde edilmiştir. Benzeştirme işlemi ile ilgili kaynaklarda verilen  $t_1$ ,  $t_2$ ,  $t_3$ ,  $t_4$  süreleri ile üstel zarf fonksiyonunun ele alınan deprem için uygun sonuçlar vermemesi nedeniyle gerek t sürelerinde gerekse zarf fonksiyonunda asıl kayda benzerliği yakalamak için deneme-yanılma yöntemi ile elde edilen farklı çözümler sonucunda regresyon analizi yardımıyla uygun üstel zarf fonksiyonu ve t süreleri belirlenmiştir.

Şekil 4'te benzeştirilmiş bir yer hareketi ile zarf fonksiyonunun etkisi gösterilmektedir.



Şekil 4. Zarf fonksiyonu etkisi

1992 Erzincan depremi esas alınarak elde edilen güç spektrumları Şekil 5'te gösterilmiştir.



a) kaydedilmiş yer hareketi güç spektrumu



b) zemin türleri için güç spektrumları

## Şekil 5. Hesaplanan güç yoğunluk spektrumları

Yer hareketinin geçtiği ortamdaki zeminin karakteristiklerini yansıtmak üzere dalga,

$$S_{\tilde{v}-zemin}(\omega) = S_o \left| H_g(\omega) \right|^2 \left| H_f(\omega) \right|^2$$
(24)

ile filtre edilir.  $|H_g|$  ve  $|H_f|$  her zemin için farklı parametreleri içerir. Denklem (18) ve (20) uyarınca,

$$H_{g}(\varpi)\Big|^{2} = \frac{1 + 4\xi_{g}^{2}(\varpi/\omega_{g})^{2}}{[1 - (\varpi/\omega_{g})^{2}] + 4\xi_{g}^{2}(\varpi/\omega_{g})^{2}}$$
(25a)

$$\left| H_{f}(\varpi) \right|^{2} = \frac{(\varpi/\omega_{f})^{4}}{\left[ 1 - (\varpi/\omega_{f})^{2} \right]^{2} + 4\xi_{f}^{2}(\varpi/\omega_{f})^{2}}$$
(25b)

yazılabilir.  $\omega_g$  ve  $\omega_f$ , Tablo 1'de verilmiştir (Der Kiureghian ve Neuenhofer, 1991).

Tablo 1. Filtre fonksiyonları parametreleri

Zomin türü	Parametre					
Zemin turu	$\omega_{g}$	ξg	$\omega_{\mathrm{f}}$	ξ <sub>f</sub>		
Sağlam	15.0	0.6	1.5	0.6		
Orta	10.0	0.4	1.0	0.6		
Yumuşak	5.0	0.2	0.5	0.6		

Tablo 2'de 1992 Erzincan depremi için zemin türlerine göre sönüm oranı % 5 için hesaplanan sabit güç spektrumu şiddetleri gösterilmektedir.

Tablo 2. 1992 Sabit güç spektrumu değerleri

Zemin Türü	<b>\$</b>	$\sigma_x^2(cm^2/s^4)$	$S_o(cm^2/s^3)$
Sağlam	46.08	4875	52.91
Orta	31.50	4875	77.40
Yumuşak	22.57	4875	108.04

1992 Erzincan depreminin Housner şiddeti büyük olan kuzey-güney bileşeni için benzeştirilmiş kayıtlardan anakaya ile sağlam zemin için birer adet Şekil 6'da gösterilmiştir.

Benzeştirilmiş depremlerin ivme spektrumları, bazı zemin türleri için Şekil 7'de gösterilmiştir.

Benzeştirilmiş ivme kayıtları için hesaplanan güç ve ivme spektrumlarının ortalamaları, kaydedilmiş depremin spektrumları ile yakın olduğu Şekil 8'de görülmektedir.

Benzeştirilmiş depremin güç spektrumlarındaki zikzakları gidermek üzere yumuşatılarak Şekil 9'da sağlam zemin için düzleştirilmiş (smoothing) spektrum hali görülmektedir.



Şekil 6. Benzeştirilmiş yer hareketleri



Şekil 7. Benzeştirilmiş yer hareketleri için ivme spektrumları

Kaydedilmiş yer hareketine ait güç spektrumlarıyla en uygun çözümü veren benzeştirilmiş yer hareketleri güç spektrumları, karşılaştırmalı çizimi Şekil 10'da gösterilmiştir. Güç spektrumları her zemin türünde oldukça yakın olarak bulunmuştur. Benzeştirilmiş yer hareketlerinin ivme izleri ile ivme spektrumu ve güç spektrumlarının kaydedilmiş yer hareketlerine ait olanlarla yeter derecede yakın olduğu kanısına varılarak bu aşamadan sonra stokastik dinamik analizlere geçilmektedir. 1992 Erzincan ve benzeştirilmiş bir deprem için genliklerin dağılımı Şekil 11'de gösterilmiştir.



a) ivme spektrumlarının karşılaştırılması



b) güç spektrumlarının karşılaştırılması

Şekil 8. Kaydedilmiş ve benzeştirilmiş yer hareketi spektrumları



Şekil 9. Benzeştirilmiş yer hareketinin güç spektrumunun düzleştirilmesi

Kaydedilmiş ve benzeştirilmiş depreme ait genliklerin dağılımı Gaussian (normal) dağılıma uygun olarak değiştiği ve standart sapmalarının kaydedilmiş deprem için  $\sigma = 0.66 \text{ m/s}^2$ , benzeştirilmiş deprem için ise  $\sigma = 0.63 \text{ m/s}^2$  olan bu değerlerin yakın olduğu görülmüştür.





b) orta sert zemin güç spektrumları





a) 1992 Erzincan depremi genliklerin dağılımı



b) benzeştirilmiş deprem genliklerin dağılımı Şekil 11. Yer hareketlerinde genliklerin dağılımı

## Deterministik dinamik çözümleme Model-1 çözümlemeleri

Dikdörtgen kesitli kutu kirişler üzerinde uzanan köprü tabliyesi kenar mesnetlere oturmaktadır. Analiz için gözönüne alınan sistem için üç doğrultuda oluşturulan sonlu eleman modeli Şekil 12'de gösterilmiştir. Dinamik rijitlik matrisi [K<sup>\*</sup>], sistem rijitlik matrisinin indirgenmesiyle elde edilmektedir.



Şekil 12. Model-1: sonlu eleman ağı ve toplanmış kütle modeli

Dinamik çözümler, tüm sistemin yanısıra 22×22 boyutlarında indirgenmiş rijitlik matrisi için de yapılarak elde edilen sonuçlar kıyaslanmıştır. Tüm sistem, indirgenmiş sistem ve SAP2000 programı (SAP2000, 2005) ile hesaplanan periyotlar Tablo 3 ve 4'de gösterilmiştir.

Tablo 3. Köprü enine doğrultuda titreşimde rijitlik matrisi ve karşı gelen periyotlar

Rijitlik Mat- risi	T <sub>1</sub> (s)	$T_{2}(s)$	T <sub>3</sub> (s)	$T_4(s)$	T <sub>5</sub> (s)
242×242 ağ	0.095	0.044	0.033	0.028	0.023
22×22 ağ	0.101	0.050	0.033	0.025	0.021
SAP2000	0.098	0.046	0.034	0.029	0.022

Tablo 4. Köprü düşey doğrultuda titreşimde rijitlik matrisi ve karşı gelen periyotlar

Rijitlik Matrisi	$T_1(s)$	$T_2(s)$	T <sub>3</sub> (s)	$T_4(s)$	T <sub>5</sub> (s)
242×242 ağ	0.132	0.089	0.055	0.043	0.032
22×22 ağ	0.132	0.079	0.056	0.041	0.033
SAP2000	0.132	0.090	0.055	0.043	0.032

Köprü sistemi için düşey doğrultudaki dinamik analizine ait mod şekilleri ise ilk 3 mod için Şekil 13'te gösterildiği gibidir.



Şekil 13. Viyadük düşey titreşim mod şekilleri

#### Model-2 çözümlemeleri

Bu model çok açıklıklı bir viyadük sistemi olup değişken enkesitli tabliye ile ince cidarlı kutu kirişe sahiptir. Şekil 14'te ayak kesiti gösterilen 325m uzunluğundaki viyadükte, kenar ayaklar dışında iç açıklıklarda 5 adet içi boşluklu dikdörtgen kesitli ayaklar bulunmaktadır.



Şekil 14. Viyadük boykesit ve enkesiti

Viyadüğün sonlu eleman ve toplanmış kütle modeli Şekil 15'te gösterilmiştir.



Şekil 15. Viyadük sonlu eleman modeli ve düğümlerde toplanmış kütleler

Seçilen referans düğümlerine karşı gelen indirgenmiş sistemin eşdeğer sonlu eleman ve toplanmış kütle modeli Şekil 16'daki gibidir.



Şekil 16. Eşdeğer sistem sonlu eleman modeli

Tüm sistem ve eşdeğer sistem için dinamik analizler sonucunda elde edilen periyotlar rijitlik matrislerine göre gösterilmekte ve bulunan değerler bir paket programın analiz sonuçları ile karşılaştırılmaktadır. Geliştirilen bilgisayar programları ile viyadük sisteminde trafik akışına dik yönde enine doğrultuda hesaplanan titreşim periyotları Tablo 5'de gösterilmiştir.

Tablo 5. Enine doğrultuda Model-2 için hesaplanan periyotlar

Rijitlik Mat- risi	$T_1(s)$	T <sub>2</sub> (s)	T <sub>3</sub> (s)	T <sub>4</sub> (s)	T <sub>5</sub> (s)
786×786 ağ	1.977	1.552	1.086	0.627	0.396
78×78 ağ	2.010	1.578	1.099	0.624	0.384
SAP2000	1.992	1.563	1.095	0.629	0.390

Düşey doğrultudaki salınım için hesaplanan titreşim periyotları ve karşılaştırmaları Tablo 6'da gösterilmiştir.

Tablo 6. Düşey doğrultuda Model-2 için hesaplanan periyotlar

Rijitlik Mat- risi	T <sub>1</sub> (s)	T <sub>2</sub> (s)	T <sub>3</sub> (s)	T <sub>4</sub> (s)	T <sub>5</sub> (s)
786×786 ağ	0.330	0.303	0.300	0.285	0.268
78×78 ağ	0.379	0.365	0.352	0.341	0.300
SAP2000	0.355	0.347	0.329	0.318	0.310

Sistemin salınım hareketini tanımlayan özdeğer ve özvektörlerin hesaplanmasının ardından di-

namik karakteristiklerin belirlenmesiyle ortaya çıkan mod şekilleri enine doğrultudaki köprü eksenine dik titreşim hareketi için Şekil 17'de ilk 3 mod için gösterilmiştir.



Şekil 16. Köprü enine titreşim mod şekilleri

#### Stokastik dinamik çözümlemeler

Yer hareketinin rasgele özelliğini hesaba katan stokastik modellere dayalı analizlerle, titreşim hareketinde oluşan tepkilerin belirlenmesi mümkündür. Bu amaçla deprem hareketi frekans ortamında tanımlanarak buna ait güç spektrum yoğunluk fonksiyonları hesaplanmakta ve yerel zemin koşulları için yer hareketinin beyaz gürültü modeli oluşturulmaktadır.

Sisteme giriş olarak genelleştirilmiş  $p_n(t)$  kuvvetleri verildiğinde çıkış işleyiminde çapraz terimler ihmal edilmesi durumunda davranış;

$$S_{p_m p_m}(\boldsymbol{\varpi}) = \{\boldsymbol{\varphi}\}_m^T[\mathbf{m}][\mathbf{a}_y \, \mathbf{a}_y \dots \mathbf{a}_x \, \mathbf{a}_x]^T$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{a}_y \, \mathbf{a}_y \dots \mathbf{a}_x \, \mathbf{a}_x \end{bmatrix} [\mathbf{m}] \{\boldsymbol{\varphi}\}_m \quad \mathbf{m} = 1, 2, \dots$$
(26)

ile belirlenir. Bağıntıda  $a_x$ ,  $a_y$  yer hareketi ivmeleri ve {Ø} mod şeklini ifade etmektedir. Çıkış işleyimi varyansı, çapraz terimler kullanılarak moment ve kesme kuvveti için;

27 ve 28 denklemleri ile hesaplanmaktadır.  $B_n$  ve  $A_n$  katsayıları;

$$B_{n} = \omega_{n}^{2} [L_{1} L_{2} , L_{n}][m] \{\phi_{n}\} \qquad n = 1, 2, \dots (29)$$

$$A_{n} = \omega_{n}^{2} [L_{1} L_{2} ,., L_{n}][m] \{\phi_{n}\} Y_{n}(t) \quad n = 1, 2,. \quad (30)$$

bağıntıları ile hesaplanır. Çapraz terimlerin etkisinin analize dahil edilmesi durumunda integral hesabıyla bulunan ifadelerde  $\xi = \xi_n = \xi_m$  alınarak varyanslar sırasıyla (n $\neq$ m);

$$\sigma_{\rm M}^2(t) = \sum_{\rm m} \sum_{\rm n} \frac{4\pi \xi \omega_{\rm m}^2 \omega_{\rm n}^2 B_{\rm m} B_{\rm n} S_{\rho_{\rm m} \rho_{\rm n}}}{K_{\rm m} K_{\rm n} (\omega_{\rm m} + \omega_{\rm n}) [(\omega_{\rm m} - \omega_{\rm n})^2 + 4\xi^2 \omega_{\rm n} \omega_{\rm m}]}$$
(31)

$$\sigma_{\rm V}^{2}(t) = \sum_{\rm m} \sum_{\rm n} \frac{4\pi \xi \omega_{\rm m}^{2} \omega_{\rm n}^{2} A_{\rm m} A_{\rm n} S_{\rm p_{\rm m} p_{\rm n}}}{K_{\rm m} K_{\rm n} (\omega_{\rm m} + \omega_{\rm n}) [(\omega_{\rm m} - \omega_{\rm n})^{2} + 4\xi^{2} \omega_{\rm n} \omega_{\rm m}]}$$
(32)

bağıntıları ile hesaplanmaktadır.

Stokastik analizlerden elde edilen herhangi bir noktadaki davranış, spektral ve zaman tanım alanındaki çözümlerle karşılaştırılmaktadır. Bu amaçla, viyadük yapısının bulunduğu yerin zemin koşulları olarak sert, orta ve yumuşak zeminler için benzeştirilmiş 20'şer adet ivme kaydı ile dinamik hesaplar yapılmaktadır. Yer hareketi doğrultusunda, sönüm oranı  $\xi=\%$  5 için hesaplanan orta ayak taban kesme kuvvetlerine ait varyanslar Şekil 18'de gösterilmiştir.



Şekil 18. Orta ayak taban kesme kuvvetleri varyansları ( $\xi = \%$  5)

Grafiklerde, STA: stokastik, SPA: spektral ve THA: zaman tanım alanı çözümlerini ifade eder.

$$\sigma_{M}^{2}(t) = \sum_{m} \sum_{n} B_{m} B_{n} S_{p_{m} p_{m}} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\varpi}{K_{m} K_{n} [1 + 2i\xi_{m} (\varpi/\omega_{m}) - (\varpi/\omega_{m})^{2}] [1 - 2i\xi_{n} (\varpi/\omega_{n}) - (\varpi/\omega_{n})^{2}]}$$
(27)  
$$\sigma_{V}^{2}(t) = \sum_{m} \sum_{n} A_{m} A_{n} S_{p_{m} p_{m}} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\varpi}{K_{m} K_{n} [1 + 2i\xi_{m} (\varpi/\omega_{m}) - (\varpi/\omega_{m})^{2}] [1 - 2i\xi_{n} (\varpi/\omega_{n}) - (\varpi/\omega_{n})^{2}]}$$
(28)

Sönüm oranı  $\xi=\%5$  için ayak taban eğilme momenti varyansları Şekil 19'da gösterilmiştir. Stokastik analizden elde edilen çözüm sonuçları deterministik analizlerle bulunanlara yakın çıkmaktadır. En büyük varyans değerlerinin yumuşak zeminde, en küçük varyans değerlinin ise sert zemin türünde oluştuğu görülmektedir. Benzeştirilmiş yer hareketleri etkisinde orta ayak taban kesme kuvvetleri değişimi zemin türüne bağlı olarak Şekil 20'de gösterilmiştir.



Şekil 19. Orta ayak eğilme momenti varyansları  $(\xi=\% 5)$ 



Şekil 20. Sönüm oranı  $\xi = \% 5$  için orta ayak taban tepkisinin zemin türüne göre değişimi

Sönüm oranının artması ( $\xi=\%$  5) ile varyans değerlerinin düşmesinin yanı sıra stokastik analiz çözümleri ile deterministik çözümlerin ( $\xi=\%$ 2 sönüm oranına kıyasla) birbirine daha yakın olduğu Şekil 21'de görülmektedir.

Ayaklarda farklı zeminler bakımından taban eğilme momenti ve kesme kuvvetleri için değişimler Şekil 22'de gösterilmiştir. Sönüm oranı  $\xi=\%$  2 ve  $\xi=\%$  5 için ayak taban kesme kuvveti ve eğilme momenti varyansları karşılaştırması Şekil 23'te gösterilmiştir.

Grafiklerde, BZN, BZY, BZO ve BZS sırasıyla anakaya, yumuşak, orta ve sert zemin türünde benzeştirilmiş yer hareketleri için çözümlerdir. En büyük varyanslar orta ayak ile 5 no'lu ayakta oluşmaktadır. Sönüm oranının artmasıyla varyanslarda belirgin düşüşler gözlenmektedir. Viyadükte, ayak üst uçlarının davranışı, yer değiştirmenin toplum ortalaması ve varyansı ile Şekil 24'te ifade edilmektedir.



a) kesme kuvveti varyansları karşılaştırılması



b) eğilme momenti varyansları karşılaştırılması

#### Şekil 21. Sönüm oranlarına göre varyanslar

Analizlerden elde edilen toplum ortalaması, her zemin için orta ayakta olmak üzere, en büyük varyansların sırasıyla yumuşak, orta, sert ve anakaya türlerinde oluştuğu şekil 24b'den anlaşılmaktadır. Tabliye yer değiştirmeleri, % 5 sönüm oranı ile en büyük varyansları yumuşak zemin türünde 4 ve 5 no'lu açıklık ortasında meydana geldiği Şekil 25'te görülmektedir.



a) ayak tabanı eğilme momentleri ( $\xi = \% 2$ )



*b) ayak taban kesme kuvvetleri (\xi = \% 2)* 

Şekil 22. Zemin türlerine göre ayak tepkileri



a) anakaya ve sert zemin için varyanslar



b) orta ve yumuşak zeminler için varyanslar





a) ayak yer değiştirmeleri için toplum ortalaması



b) ayak yer değiştirme varyansları

Şekil 24. Ayak üst uçlarında yer değiştirmeler ve varyanslar ( $\xi = \% 5$ )



Şekil 25. Tabliye yerdeğiştirmeleri varyansları

Tabliye yer değiştirmelerinin anakaya ve sağlam zemin grupları ile orta ve yumuşak zemin grupları için sönüm oranlarına bağlı olarak karşılaştırılması Şekil 26'da görülebilir. Yer değiştirmeler bütün zemin türleri için benzer değişim göstermekte ve en büyük değerler açıklıklarda oluşmaktadır.

Yer değiştirme varyansları Şekil 27'de sönüm oranlarına bağlı olarak karşılaştırılmıştır.



a) anakaya ve sert zemin için yer değiştirmeler



b) orta ve yumuşak zemin için yer değiştirmeler

Şekil 26. Tabliye ortalama yer değiştirmeleri



a) anakaya ve sert zemin için varyanslar



b) orta ve yumuşak zeminler için varyanslar

## Şekil 27. Tabliye yer değiştirmeleri varyansları karşılaştırılması

Viyadük sisteminde tabliye orta açıklıklarında deprem doğrultusunda köprü açıklığı boyunca oluşan en büyük yer değiştirmeler ve dolayısıyla en büyük varyanslar 4 ve 5 no'lu ayaklarda görülmektedir. Tabliye yer değiştirmelerinde ve varyanslarında en küçük değerler büyük sönüm oranları için viyadük yerinin sağlam zemin sınıfı olarak göz önüne alınması durumunda oluşmaktadır. Benzetilmiş yer hareketlerinden dolayı oluşan ortalama yer değiştirmeler, kaydedilmiş yer hareketleri için bulunan yer değiştirmelere yakın değerler almaktadır.

## Sonuçlar

Viyadük sistemi için hesaplanan rijitlik matrisinde yoğunlaştırma ile serbestlik derecelerinin azaltılmasına dayalı olarak yapılan indirgeme işlemi sonucunda elde edilen eşdeğer sistemin, tüm viyadük sisteminin dinamik davranışını temsil edebildiği görülmüştür.

Kaydedilmiş bir yer hareketindeki çok yüksek ve düşük frekanslı bileşenler Tajimi ve Penzien'in önerdiği filtre fonksiyonları ile seyreltilerek çeşitli zemin tipleri için güç spektrum voğunluk fonksivonları elde edilmistir. Filtreden geçirilmiş benzeştirilmiş kayıtların, bölgedeki yerin sismik aktivitesine, kuvvetli hareket bölgesinin süresine ve merkez üssüne olan uzaklık gibi birtakım parametrelere bağlı olarak belirlenen zarf fonksiyonları ile ele alınması gerekmektedir. Kaynaklarda mevcut zarf fonksiyonu için verilen t<sub>i</sub> süreleri ile üstel fonksiyon parametreleri ile elde edilen benzesim kaydının ele alınan depremin karakteristiği ile uygun sonuçlar vermediği gözlenmiştir. Deneme-yanılma yöntemi ile farklı çözümler sonucunda kaydedilmiş yer hareketi ile daha iyi benzeşim sağlamak üzere zarf fonksiyonları parametreleri değiştirilmiş ve üstel fonksiyonlar için regresyon analizi yapılarak parametreler belirlenmiştir. Zarf fonksivonunun belirlenmesi esnasında, elde edilen durağan dışı kayıtların kaydedilmiş yer hareketinin kuvvetli hareket bölgesi ve kuvruk kısmı ile uyumlu olmasına dikkat edilmelidir. Avrıca zarf fonksiyonu parametreleri belirlenirbenzeştirilen yer hareketlerine ken ait varyansların ortalaması ile ortalama ivme spektrumlarının kaydedilmiş yer hareketininkine yakın olmasına dikkat edilmesi durumunda gerçek deprem hareketinin karakteristiğini daha iyi temsil ettiği görülmüştür. Böylece benzeştirilmiş kuvvetli yer hareketlerinin viyadüklerin yanısıra önemli yapısal sistemlerin dinamik analizlerinde ve tasarımlarda kullanılması uygun olmaktadır.

Stokastik dinamik analizler ile viyadük sisteminde yerdeğiştirme, eğilme momenti ve kesme kuvvetleri gibi yapısal tepkiler için toplum ortalaması ve varyanslar hesaplanmıştır. Stokastik analizlerden elde edilen sonuçlar, benzeştirilmiş yer hareketleri etkisinde spektral ve zaman tanım alanında yapılan deterministik dinamik analiz sonuçları ile karşılaştırılarak elde edilen değerlerin olasılık esaslı tasarım ya da güvenirlilik hesaplamaları için uygun olduğu görülmüştür.

Viyadük sisteminde yapılan analizlerde, taban kesme ve eğilme momentleri varyansları için en küçük değerler anakayada; zemin türleri bakımından ise sırasıyla sağlam, orta ve yumuşak zemin yer hareketlerinde görülmektedir. Stokastik analizlerde, filtre edilmiş zemin türlerinin tamamında taban kesme kuvveti ve eğilme momentleri için bulunan varyanslar deterministik çözümlerle bulunanlardan büyük olmaktadır. En büyük varyans değerleri, orta ayakta % 2 sönüm oranı ile yumuşak zeminde görülmüştür.

Stokastik yöntemlerle benzeştirilen yer hareketlerinin dağılımları ve standart sapmaları hesaplanarak kaydedilmiş yer hareketinin karakteristiğini yansıttığı görülmüştür.

Ayrıca viyadük üst yapısındaki yerdeğiştirmeler benzeştirilen yer hareketleri etkisinde incelenmiş ve elastomer mesnedin etkileri gözlenmiştir. Bu amaçla viyadüğün açıklık ortalarında tabliye yerdeğiştirmelerinin toplum ortalaması ve varyansları hesaplanmıştır. Elastomer mesnetlerin tabliye enine davranışında etkin olduğu görülmüştür. Stokastik analizler ile deterministik yöntemler arasındaki farklılığı vurgulamak gerekir. Deterministik çözümler için her zemin grubunda çok sayıda benzeştirilmiş yer hareketleri ve her birisi için zaman tanım alanında ayrı ayrı hesap yapılmakta olduğu açıktır. Buna karşın stokastik analizlerde kısa zamanda çok daha az bir hesap hacmi ile sonuca ulaşılması oldukça ekonomik olmakta ve tasarım için bu yöntemin büyük bir üstünlük sağladığı karşılaştırmalardan da anlaşılmaktadır.

## Kaynaklar

- Ahmed, N.U., (2000). A general mathematical framework for stochastic analysis of suspension bridges, *Nonlinear Analysis: Real World Applications*, **1**, 457-483.
- Clough, R.W. ve Penzien, J., (1993). *Dynamics of structures*, McGraw-Hill Inc, New York.
- Der Kiureghian, A., Keshishian, P. ve Hakobian, A., (1997). Multiple support response spectrum analysis of bridges including the site-response effect and MSRS code, Report no: UCB/EERC-97/02, Earthquake Engineering Research Center, College of Engineering, University of California, Berkeley.
- Der Kiureghian A. ve Neuenhofer A., (1991). A response spectrum method for multiple-support seismic excitations, Report no: UCB/EERC-91/08, Earthquake Engineering Research Center, College of Engineering, University of California, Berkeley.
- Ettouney, M., Hapij, A. ve Gajer, R., (2001). Frequency-domain analysis of long-span bridges subjected to nonuniform seismic motions, *Journal of Bridge Engineering*, ASCE, **6**, 6, 577-586.
- Hasgür, Z., (1995). Stochastic analysis of bridge piers with symmetric cantilevers under the base accelerations, *Bullet of the Technical University of Istanbul*, **48**, 3-4, 657-667.
- Pagnini, L.C. ve Solari, G., (1999). Stochastic analysis of the linear equivalent response of bridge piers with aseismic devices, *Earthquake Engineering*, *Structural Dynamics*, **28**, 543-560.
- SAP2000, (2005). Structural analysis program, Computers and Structures Inc., Berkeley.
- Şafak, E. ve Eeri, M., (1997). Models and methods to characterize site amplification from a pair of records, *Earthquake Spectra*, 13, 1, 97-129.
- Yang, L.F. ve Leung, A.Y.T., (2001). The stochastic finite segment in the analysis of the shear-lag effect on box-girders, *Engineering Structures*, 23, 1461-1468.