

Nanoteknolojide yerel olmayan çubukların burkulması ve başlangıç değer yöntemi

Ayşegül TEPE*, Reha ARTAN

İTÜ Fen Bilimleri Enstitüsü, Yapı Mühendisliği Programı, 34469, Ayazağa, İstanbul

Özet

Bu çalışmada, yerel olmayan elastisite çerçevesinde başlangıç değerleri yöntemi kullanılarak bir çubuğun burkulması araştırılmıştır. Bilindiği gibi nanoteknoloji, moleküler boyutta (1-100 nm) fonksiyonel sistemlerin mühendisliğidir. Atom ve moleküller ölçeğinde özel yöntem ve tekniklerle yapıların, materyallerin ve araçların inşâ edilmesini, bu ölçekte ölçme, tahmin etme, izleme ve yapım faaliyetlerinde bulunmayı, benzeri görülmemiş özelliklerde yeni nanoteknolojik aygıtlar üretmeyi hedefler. Nanoteknolojiyi uygulanabilir kılan şey, atomların yapısı ve aralarındaki olağanüstü organizasyon özelliği olduğundan atomların yapısı ve davranış biçimlerinin çok iyi bilinmesi gerekir. Nanoteknolojide ilk uygulamalar karbon nanotüp yapısı kullanılarak gerçekleştirilmiştir. Karbon nanotüpler hem yapısal, hem de mekanik özellikleri bakımından nano ölçekteki malzemelere en güzel örneklerden biri olup, sahip oldukları olağanüstü özelliklerden dolayı bilinen en sert ve en güçlü liflerdir. Ayrıca karbon nanotüpler, moleküler boyutta grafit karbonların içi boş silindirik çubukları olarak düşünülür ve geniş çapta nanoteknolojik uygulamalarda kullanılırlar. Çalışmada başlangıç değerleri yönteminin uygulanabilirliği için gerekli olan taşıma matrisi verilmiştir. Bir çubuğa ait taşıma matrisinin bilinmesinin en önemli avantajlarından biri, çubukların kuvvetler etkisi altındaki davranışlarını sistematik olarak incelemeyi mümkün kılmasıdır. Taşıma matrisi elde edildikten sonra çeşitli türlerde desteklenmiş çubuklar için kritik yükler hesaplanmıştır. Uygulamalarda elde edilen sonuçlar, yerel olmayan etkilerin nanoyapıların mekanik davranışlarını anlamada klasik elastisiteye göre çok daha güçlü olduğunu ve karbon nanotüplerin burkulmasında da yerel olmayan etkilerin önemli olduğunu göstermektedir.

Anahtar Kelimeler: Nanoteknoloji, yerel olmayan elastisite, başlangıç değer yöntemi, nanotüpler.

*Yazışmaların yapılacağı yazar: Ayşegül TEPE. atep@iticu.edu.tr; Tel: (505) 254 10 78.

Bu makale, birinci yazar tarafından İTÜ Fen Bilimleri Enstitüsü, Yapı Mühendisliği Programı'nda tamamlanmış olan "Nanoteknolojide nano ölçekteki yapıların yerel olmayan elastisite çerçevesinde incelenmesi" adlı doktora tezinden hazırlanmıştır. Makale metni 28.12.2007 tarihinde dergiye ulaştırılmış, 30.01.2008 tarihinde basım kararı alınmıştır. Makale ile ilgili tartışmalar 31.01.2010 tarihine kadar dergiye gönderilmelidir.

Buckling of nonlocal bars and initial value method in nanotechnology

Extended abstract

Nanotechnology is a field of applied science and technology covering a broad range of topics. The main unifying theme is the control of matter on a scale smaller than 1 micrometer, normally between 1-100 nanometers, as well as the fabrication of devices on this same length scale. Nanotechnology cuts across many disciplines, including colloidal science, chemistry, applied physics, materials science, and even mechanical and electrical engineering. Carbon NanoTube (CNT) is a new form of carbon, configurationally equivalent to two dimensional graphene sheet rolled into a tube. It is grown now by several techniques in the laboratory and is just a few nanometers in diameter and several microns long. They are the stiffest and strongest known fibers and have unique electrical properties. An ideal nanotube can be thought of as a hexagonal network of carbon atoms that has been rolled up to make a seamless cylinder.

In classical elasticity theory the stress tensor at a given point depends linearly on the strain tensor of the same point. Thus, local elastic theory contains no information about the long range forces between atoms i.e., there is no internal length scale. On the other hand, the theory of nonlocal continuum mechanics assumes that the stress state at a given reference point is considered to be function of the strain states of all points in the body.

Properties of materials at the nanoscale differ fundamentally from those of their bulk counterparts. Carbon nanotubes are one of the structural elements that are used in nanotechnological applications widely. In this study, they are envisioned as hollow cylindrical bars of graphitic carbon at the nanoscale. For these reasons nonlocal theory is more capable to display the mechanical behaviour of materials at the nanoscale.

Carbon nanotubes hold substantial promise for the development of nanotechnology. However, thorough understanding of the mechanical behavior of carbon nanotubes is essential. Currently, theoretical treatment of buckling of carbon nanotubes has relied on the use of classical continuum mechanics models, such as the elastic shell model or the Bernoulli-Euler beam bending model. Although classical continuum models are relevant to some extent, and efficient in computation for models at large length

scales, the applicability of these classical continuum models at small length scales is questionable.

Multiple recent experimental results have shown a significant size-effect in mechanical properties when the dimensions of the specimen or the probed material volume become small. The classical continuum theories lack the capability of representing such effects since they do not include any internal length scale. Consequently, these theories are expected to fail when the specimen size become comparable with the internal length scale(s) of the material. Several modifications of the classical elasticity formulation have been proposed to address this deficiency. They are of nonlocal or gradient type and, as a common feature, include one or several intrinsic length scales. Nonlocal elasticity theory was proposed to account for the scale effect in elasticity by assuming the stress at a reference point to be a function of strain field at every point in the body. When the structure considered falls into the nanometer range, nonlocality parameter γ has a significant influence on the outcomes of this study. In some cases, the ratio of local and nonlocal buckling loads can be 1.4.

The buckling of carbon nanotubes has been studied by molecular mechanics in literature. In this paper the method of initial values is used in the frame of nonlocal elasticity. This method gives the values of the displacements and stress resultants throughout the rod once the initial displacements and initial stress resultants are known. A priority of this method is that the high degree of statical indeterminacy adds no extra hardship to the solution of the problem. It is interesting to note that the size of the matrix (2x2) from which the buckling determinant obtained in the presented method is the half of its classical counterpart.

Local modeling of nanomaterials can be inaccurate, inadequate and misleading.

Proposed nanotechnology devices are envisioned to have lengths on the order of nanometers ($10^{-7} \text{ cm} < L < 10^{-6} \text{ cm}$). It is clear that for the devices of this size nonlocal effects could be significant. The results are used to display that nonlocal effects could be significant in buckling of carbon nanotubes.

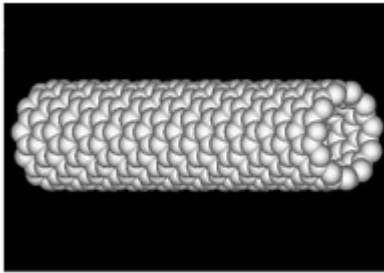
Keywords: Nanotechnology, nanobar, carbon nanotubes, nonlocal elasticity, initial value problems.

Giriş

Nanoteknoloji fizik, kimya, biyoloji gibi fen bilimleri dallarıyla, elektronik, endüstri, mekanik, uzay, bilgisayar, malzeme gibi bir çok mühendislik dallarını birleştiren, tüm disiplinleri kendi alanlarında moleküler düzeyde düşünmeye, tanıyıp anlamaya, tasarlamaya ve bunları ürüne dönüştürmeye yönlendiren disiplinlerarası bir bilim dalıdır.

Nanoteknoloji, atomlar ve moleküller seviyesinde 1-100 nanometre boyutlarında olan maddelerin anlaşılması, kontrolü, atomsal seviyede değiştirilip işlenmesi ve bu sayede yeni nanoteknolojik aygıtların, malzemelerin, sistemlerin üretilmesi ile ilgilenir (Hierold vd., 2007; Gu vd., 2007).

Nanoteknolojide yapılan ilk uygulamalar karbon nanotüp (CNT) yapısı kullanılarak gerçekleştirilmiştir. Nanoteknoloji sürecini başlatan ilk çalışma, 1991 yılında karbon nanotüp yapılarının elde edilmesi için yapılan deneysel çalışmadır. Karbon nanotüpler, hem yapısal, hem de mekanik özellikleri açısından nanoölçekteki malzemelere en güzel örneklerden biridir. Bilinen en güçlü ve en sert liflerdir ve benzersiz elektriksel özelliklere sahiptirler. Laboratuvarlarda bazı tekniklerle geliştirilmektedirler ve sadece birkaç nanometre çapında ve birkaç mikron uzunluğundadırlar (Şekil 1).



Şekil 1. Karbon nanotüp (<http://www.uncp.edu>)

Karbon nanotüplerin potansiyel uygulama alanlarından birkaçı, düz ekran televizyonlar, kurşun geçirmeyen, leke ve bakteri tutmayan kumaşlar, vücut zırhı ve gözyaşı dirençli kumaş lifleri, hidrojen depolama ve yakıt hücreleri, ortamda bulunan zehirli gazları algılayabilen gaz dedektörü örnek olarak verilebilir. Ağırlıklarının çok

hafif olması, yüksek elastisite modülü ve gözükken en dayanıklı fiber olma ihtimali önemli özelliklerinden biridir.

Karbon nanotüpler benzersiz nanoyapıları ile olağanüstü elektronik ve mekanik özelliklere sahip oldukları için, hem akademik, hem de endüstriyel alanlarda ilgi odağı haline gelmişlerdir (Gu vd., 2007; Chen vd., 1992; Barhate vd., 2007; Lia vd., 2006; Wu., 2006; Mamalis vd., 2004; Gould, 2007). İdeal bir nanotüp, kusursuz bir silindir elde etmek için karbon atomlarının bükülerek oluşturduğu bir hegzagonal ağ olarak düşünülebilir. Karbon nanotüpler, tek ya da içiçe geçmiş, uçları açık ya da kapalı silindirler biçiminde değişik çaplarda olabilmektedirler.

Grafit tabakalarının sayısına göre tek duvarlı nanotüpler (SWNTs) ve çok duvarlı nanotüpler (MWNTs) olmak üzere iki temel tipte nanotüp vardır. Tek duvarlı nanotüpler temel silindirik yapı olarak düşünülebilir. Çok duvarlı nanotüpler ise içiçe geçmiş karbon tüplerinden oluşmaktadır ve bir tüp şekli formu oluşturmak için bir çok birbirlerine sarılmış grafit katmanlar içerirler. Çok duvarlı nanotüplerde iki tüp arasındaki uzaklık, genellikle tüpü oluşturan karbon atomları arasındaki bağ uzaklığından fazladır. Grafit plakalarının kıvrılma yönüne göre tüpler ya zikzak yapıda, ya koltuk yapıda, ya da her iki yapının biraz bükülmesi ile bükük yapıda olabilmektedirler.

Klasik elastisite teorisinde verilen bir noktadaki gerilme tensörü, aynı noktadaki şekil değiştirme tensörüne lineer olarak bağlıdır. Bu yüzden, yerel elastik teori, iç uzunluk ölçüleri olmadığından dolayı atomlar vb. arasındaki uzun aralıklı kuvvetler hakkında bilgi içermezler. Diğer taraftan yerel olmayan süreklilik mekaniğinde, verilen bir referans noktasındaki gerilme durumunun, cismin bütün noktalarındaki şekil değiştirmenin bir fonksiyonu olduğu düşünülür (Eringen, 1972; Kröner, 1967; Pin vd., 2007; Polizotto vd., 2004).

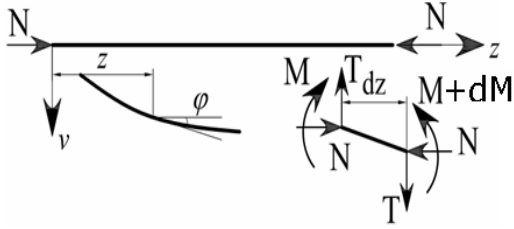
Karbon nanotüpler, geniş çapta nanoteknolojik uygulamalarda kullanılan yapı elemanlarından biridir. Nano boyutta grafit karbonların içi boş

silindirik çubukları olarak tasarlanmışlardır. Bu sebeplerden dolayı yerel olmayan teori, nano boyuttaki malzemelerin mekanik davranışlarını ortaya koymada oldukça başarılıdır (Peddieson vd., 2003).

Literatürde karbon nanotüplerin burkulması moleküler mekanik simülasyonlar olarak incelenmiştir (Sears vd., 2006). Bu makalede yerel olmayan elastisite çerçevesinde başlangıç değerleri yöntemi kullanılmıştır. Bu yöntem, bir kere başlangıç noktasındaki yerdeğiştirmeler ve gerilme bileşenleri bilindiğinde, tüm çubuk boyunca olan yerdeğiştirme ve gerilme bileşenlerinin değerlerini verir.

Temel denklemler

Çubuğun klasik elastisitedeki geometrik uygunluk koşulları, oluşturucu bağıntı ve denge denklemleri (Artan, 1997) (Şekil 2):



Şekil 2. N aksenal kuveti ile sıkıştırılmış bir çubuk modeli

$$\frac{dv(z)}{dz} = \varphi(z) \quad (1)$$

$$\frac{d\varphi(z)}{dz} = -\frac{M(z)}{EI} \quad (2)$$

$$\frac{dM(z)}{dz} = T(z) + N\varphi(z) \quad (3)$$

$$\frac{dT(z)}{dz} = 0 \quad (4)$$

Bu denklemlerden yerel olmayan elastisitede geçerli olan denklemler, geometrik uygunluk koşulu olarak ifade edilen (1) denklemi ve (3-4) denge denklemleridir. Diğer taraftan (2) denkle-

mi, yerel olmayan elastisitede farklı bir formda ifade edilir.

$\gamma = e_0 a$ olmak üzere yerel olmayan elastisitede geçerli olan bağıntı,

$$M - \gamma^2 M'' = EI \frac{1}{\rho} \quad (5)$$

olup, a iç karakteristik uzunluk, e_0 sabit olmak üzere $e_0 = 0.39$ cm ve $a = 4 \times 10^{-8}$ cm'dir. (1) denklemi yardımıyla (5) denklemi

$$M - \gamma^2 M'' = -EIv'' = -EI\varphi' \quad (6)$$

formuna dönüşür. (3) yardımıyla,

$$M'' = N\varphi' \quad (7)$$

olur. (3) denkleminde M'' ifadesini koyup tekrar düzenlersek

$$-\frac{M}{EI} = \left(1 - \frac{\gamma^2 N}{EI}\right)\varphi' \quad (8)$$

olur.

(1), (8), (3), (4) denklemleri matris formunda

$$\frac{d}{dz} \begin{bmatrix} v \\ \varphi \\ M \\ T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{EI(1-\alpha^2\gamma^2)} & 0 \\ 0 & N & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ \varphi \\ M \\ T \end{bmatrix} \quad (9)$$

şeklinde ifade edilir. Burada,

$$\alpha^2 = \frac{N}{EI} \quad (10)$$

dir. Bu sistem kompakt formda

$$\frac{dy}{dz} = Ay + g, \quad y(0) = y_0 \quad (11)$$

şeklinde yazılabilir.

Yerel olmayan elastisitede taşıma matrisi

(11) denkleminin çözümü

$$y(z) = Y(z,0)y_0(z) \quad (12)$$

olup, buradaki $Y(z,0)$ taşıma matrisidir. $\exp(Az)$ fonksiyonu taşıma matrisini verir (Artan, 1997; Myskis, 1975) ve

$$Y(\alpha, \alpha) = I, \quad Y(\varphi, 0)Y(\alpha, 0) = Y(\varphi, \alpha) \quad (13)$$

formunda sürekli grup özelliğine sahiptir (Myskis, 1975).

Hesaplanan taşıma matrisinin elemanları şöyledir:

$$Y_{11}(z) = 1 \quad (14)$$

$$Y_{12}(z) = \frac{\sqrt{\alpha^2\gamma^2 - 1} \sinh\left(\frac{z\alpha}{\sqrt{\alpha^2\gamma^2 - 1}}\right)}{\alpha} \quad (15)$$

$$Y_{13}(z) = \frac{\cosh\left(\frac{z\alpha}{\sqrt{\alpha^2\gamma^2 - 1}}\right) - 1}{EI\alpha^2} \quad (16)$$

$$Y_{14}(z) = \frac{\sqrt{\alpha^2\gamma^2 - 1} \sinh\left(\frac{z\alpha}{\sqrt{\alpha^2\gamma^2 - 1}}\right) - z\alpha}{EI\alpha^3} \quad (17)$$

$$Y_{21}(z) = 0 \quad (18)$$

$$Y_{22}(z) = \cosh\left(\frac{z\alpha}{\sqrt{\alpha^2\gamma^2 - 1}}\right) \quad (19)$$

$$Y_{23}(z) = \frac{\sinh\left(\frac{z\alpha}{\sqrt{\alpha^2\gamma^2 - 1}}\right)}{EI\alpha\sqrt{\alpha^2\gamma^2 - 1}} \quad (20)$$

$$Y_{24}(z) = \frac{\cosh\left(\frac{z\alpha}{\sqrt{\alpha^2\gamma^2 - 1}}\right) - 1}{EI\alpha^2} \quad (21)$$

$$Y_{31}(z) = 0 \quad (22)$$

$$Y_{32}(z) = EI\alpha\sqrt{\alpha^2\gamma^2 - 1} \sinh\left(\frac{z\alpha}{\sqrt{\alpha^2\gamma^2 - 1}}\right) \quad (23)$$

$$Y_{33}(z) = \cosh\left(\frac{z\alpha}{\sqrt{\alpha^2\gamma^2 - 1}}\right) \quad (24)$$

$$Y_{34}(z) = \frac{\sqrt{\alpha^2\gamma^2 - 1} \sinh\left(\frac{z\alpha}{\sqrt{\alpha^2\gamma^2 - 1}}\right)}{\alpha} \quad (25)$$

$$Y_{41}(z) = 0 \quad (26)$$

$$Y_{42}(z) = 0 \quad (27)$$

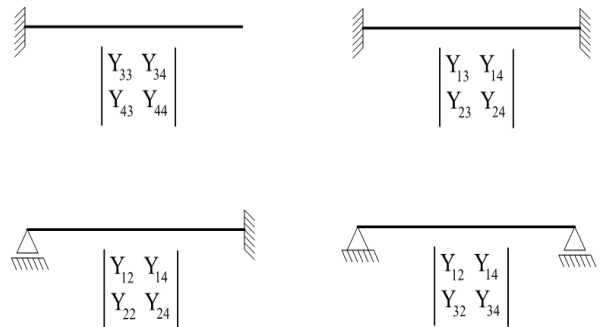
$$Y_{43}(z) = 0 \quad (28)$$

$$Y_{44}(z) = 1 \quad (29)$$

Yerel olmayan elastisitede burkulma uygulamaları

Örnek

Her 4 durumda da başlangıç değerlerinin ikisi bilinmektedir (Şekil 3). Diğerleri sınır koşullarından elde edilir. Bu koşullar iki bilinmeyen için lineer homojen sisteme yol açar.



Şekil 3. Çubuklar ve ilgili determinantlar

Burkulma yükleri, katsayılar matrisi determinantının sıfıra eşitlenmesiyle elde edilir.

Bir uçtan sabitlenmiş, diğer uçtan desteklenmiş bir çubuktaki burkulma yükleri şöyledir:

$$N_{loc} = \frac{\pi^2 EI}{(0.7L)^2}, \quad N_{nonloc} = \frac{\pi^2 EI}{0.7^2 L^2 \left[1 + \frac{\pi^2 \gamma^2}{0.7^2 L^2} \right]} \quad (30)$$

Basit bir biçimde desteklenmiş çubuğun burkulma yükleri şöyledir:

$$N_{loc} = \frac{\pi^2 EI}{L^2}, \quad N_{nonloc} = \frac{\pi^2 EI}{L^2 \left[1 + \pi^2 \frac{\gamma^2}{L^2} \right]} \quad (31)$$

Sabit çubuğun burkulma yükleri şöyledir:

$$N_{loc} = EI \frac{4\pi^2}{L^2}, \quad N_{nonloc} = \frac{4\pi^2 EI}{L^2 \left[1 + 4\pi^2 \frac{\gamma^2}{L^2} \right]} \quad (32)$$

Ankastre çubuk için burkulma yükleri şöyledir:

$$N_{loc} = \frac{\pi^2 EI}{4L^2}, \quad N_{nonloc} = \frac{\pi^2 EI}{4L^2 \left[1 + \frac{(\pi\gamma)^2}{4L^2} \right]} \quad (33)$$

Sonuç

Bu çalışmada karbon nanotüpler, nano boyutta grafit karbonların içi boş silindirik çubukları olarak düşünülebilir. Karbon nanotüpler nanoteknolojinin gelişmesine önemli katkılar sağladığı için, karbon nanotüplerin mekanik davranışlarının çok iyi anlaşılması önemlidir. Karbon nanotüplerin burkulmasındaki teorik davranışlar, halen elastik doku modeli veya Bernoulli-Euler çubuk modeli gibi klasik süreklilik mekaniği modellerinin kullanımına dayanır.

Klasik sürekli ortam modeli büyük uzunluk ölçeğindeki modellerin hesaplanmasında elve-

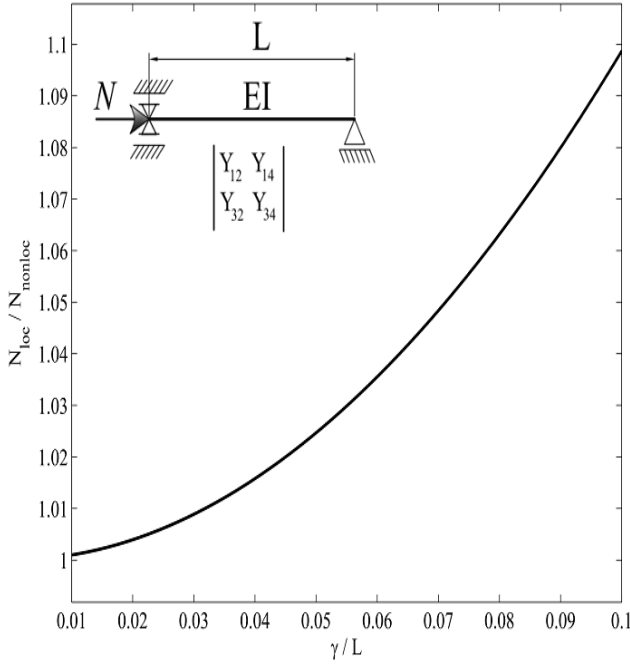
rişlidir. Ancak küçük uzunluk ölçeğindeki modellerin hesaplanmasında uygulanabilirliği tartışılan bir konudur. Son zamanlarda yapılan çeşitli deneysel sonuçlar, modelin boyutları veya araştırılan malzemenin hacmi küçüldüğü zaman mekanik özelliklerde boyut etkisinin önemli olduğunu göstermiştir.

Klasik süreklilik teorileri herhangi bir iç uzunluk ölçüsünü kapsamadığı için gösterdiği etkilerin güçlülüğüne gereksinim duymaktadır. Sonuç olarak, modelin boyutu malzemenin iç uzunluk boyutu ile karşılaştırılabilir bir boyutta olduğu zaman bu teorilerin başarısız olduğu düşünülmektedir. Bu eksikliği gidermek için klasik elastisite formüllerinde çeşitli değişiklikler ileri sürülmüştür.

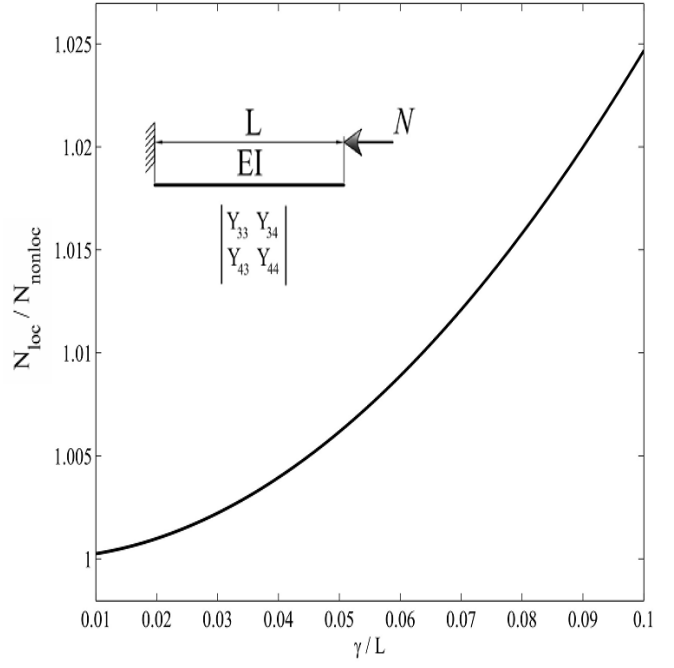
Karbon nanotüpler üzerine son on yılda yapılan keşifler, birçok araştırmacının dikkatini çekmiştir (Gould, 2007; Gibson vd., 2007; Guz vd., 2007). Yapı nanometre boyutlarına indirgenğinde yerel olmayan parametre olan γ 'nın bu çalışmanın sonucu üzerine önemli etkileri vardır (Şekil 4-7).

Uygulamalarda verilen çubukların boyu ($10^{-7} \text{ cm} < L < 10^{-6} \text{ cm}$) arasında atomik boyutlara indirgenmiş olup yöntem olarak başlangıç değer metodu kullanılmıştır. Metodun önceliği, yüksek dereceli statik belirsizliklerde problemin çözümüne ekstra bir zorluk eklememesidir (Artan, 1997). Bazı durumlarda yerel ve yerel olmayan burkulma yükünün oranı 1.4 olabilir (Şekil 7).

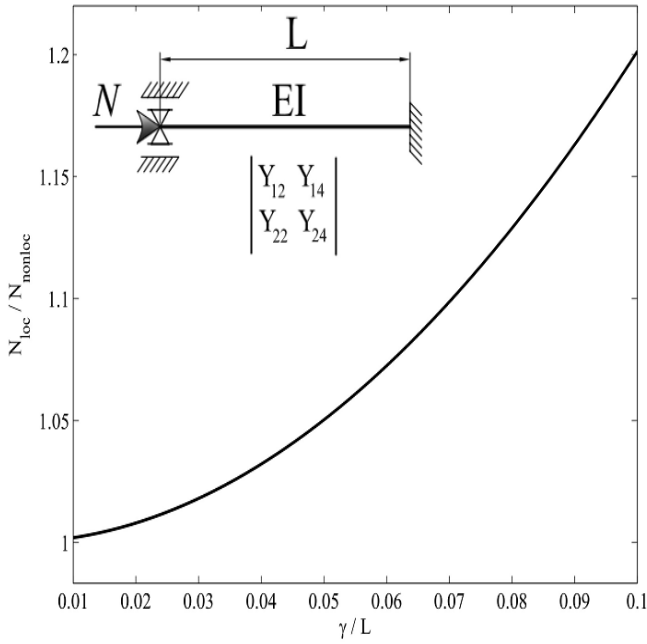
Nanomalzemelerin yerel modelleri hatalı, yanıltıcı, yetersiz olabilir. Uygulamalarda elde edilen sonuçlar, yerel olmayan etkilerin nano-yapıların mekanik davranışlarını anlamada klasik elastisiteye göre çok daha güçlü olduğunu ve karbon nanotüplerin burkulmasında da yerel olmayan etkilerin önemli olduğunu göstermektedir.



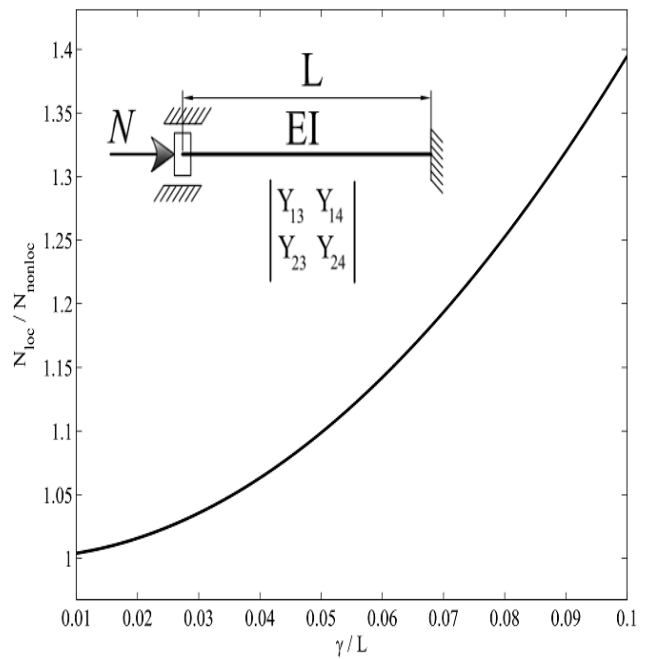
Şekil 4. Basitçe desteklenmiş bir çubukta klasik ve yerel olmayan burkulma yüklerinin oranı



Şekil 5. Ankastre bir çubukta klasik ve yerel olmayan burkulma yüklerinin oranı



Şekil 6. Bir ucu sabit ve diğer ucu desteklenmiş bir çubukta klasik ve yerel olmayan burkulma yüklerinin oranı



Şekil 7. Sabitlenmiş bir çubuğun klasik ve yerel olmayan burkulma yüklerinin oranı

Kaynaklar

Artan, R., (1997). The analytical calculation of circular rods of variable cross-section by the initial values method, *Computers and Structures*, **62**, 3, 445-461.

Barhate, R. ve Ramakrishna, S., (2007). Nanobrous filtering media: Filtration problems and solutions from tiny materials, *Journal of Membrane Science*, **296**, 1-2, 1-8.

Chen, J.S., Kadic-Galeb, Ferrari, M. ve Devine, T.M., (1992). Embrittlement of nano-scale struc-

- tures, *Mechanics Research Communications*, **19**, 6, 555-561.
- Eringen, A., (1972). Nonlocal polar elastic continua, *International Journal of Engineering Science*, **10**, 1, 1-16.
- Gu, F.X., Karnik, R., Wang, A. ve Nissenbaum, L.E., (2007). Targeted nanoparticles for cancer therapy, *NanoToday*, **2**, 3, 14-21.
- Gibson, R.F., Ayorinde, O. ve Wen, Y., (2007). Vibrations of carbon nanotubes and their composites: A review, *Composites Science and Technology*, **67**, 1, 1-28.
- Gould, P., (2007). Nanotubes line up for electronics, *Nanotechnology Materials Today*, **10**, 5, 15-26.
- Guz, I., R.A.A. ve Rushchitsky, V., (2007). Developing the mechanical models for nanomaterials, *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, **38**, 4, 1234-1250.
- Hierold, C., Jungen, A., Jungen, C., ve Helbling, T., (2007). Nanoelectromechanical sensors based on carbon nanotubes sensors and actuators, *A: Physical*, **136**, 1, 51-61.
- Kröner, E., (1967). Elasticity theory of materials with long range cohesive forces, *International Journal of Solids and Structures*, **3**, 731-742.
- Lia, Z., Lima, C. ve Heb, L., (2006). Stress concentration around a nano-scale spherical cavity in elastic media: effect of surface stress, *European Journal of Mechanics-A/Solids*, **25**, 2, 260-270.
- Mamalis, A., Vogtländerb, L. ve Markopoulou, A., (2004). Nanotechnology and nanostructured materials: trends in carbon nanotubes, *Precision Engineering*, **28**, 1, 16-30.
- Myskiss, A.D., (1975). *Advanced mathematics for engineers*, MirPublishers.
- Pin, L., Lee, H., Lu, C. ve Zhang, P., (2007). Application of nonlocal beam models for carbon nanotubes, *International Journal of Solids and Structures*, **44**, 16, 5289-5300.
- Peddie, J., Buchanan, G.R., ve McNitt, R.P., (2003). Application of nonlocal continuum models to nanotechnology, *International Journal of Engineering Science*, **41**, 4, 305-312.
- Polizzotto, C., Fuschi, P. ve Pisano, A., (2004). As-train-difference-based nonlocal elasticity model, *International Journal of Solids and Structures*, **41**, 2383-2401.
- Sears, A. ve Batra, R.C., (2006). Buckling of multi-walled carbon nanotubes under axial compression, *Physical Review B*, **73**, 8, 1-11.
- Wu, H., (2006). Molecular dynamics study of the mechanics of metal nanowires at finite temperature, *European Journal of Mechanics A/Solids*, **25**, 2, 370-377.
-
- <http://www.uncp.edu/home/mclurem/ptable/carbon.htm>, (26.09.2007)