

Güncel global potansiyel modellerin yersel veriler ile test edilmesi

Bihter EROL^{*}, Rahmi N. ÇELİK, Michael G. SIDERIS

İTÜ Fen Bilimleri Enstitüsü, Jeodezi ve Fotogrametri Mühendisliği Programı, 34469, Ayazağa, İstanbul

Özet

Bu çalışmada gravite alanı belirleme amaçlı GRACE ve CHAMP uydularının verileri ile hesaplanan güncel global potansiyel modellerin (GGM02S, EIGEN-CHAMP03S, EIGEN-CG03C ve EIGEN-GL04C) Türkiye'deki performansları test edilmekte ve Türkiye bölgesel geoidi TG03'ün hesaplanmasında referans olarak kullanılmış EGM96 global potansiyel modeli ile karşılaştırılmaktadır. TG03 geoit modeli gravimetrik yöntemle belirlenmiştir ve Türkiye'deki jeodezik çalışmalarda kullanılmaktadır. Modelin mutlak doğruluğu desimetre mertebesindedir. Bu çalışmada amaç, farklı global potansiyel modeller ile Türkiye'de gravite alanının uzun dalga boylu bileşenindeki iyileşmenin araştırılmasıdır. Bu amaçla, farklı maksimum derecelerden küresel harmonik eşitlikler ile ifade edilen potansiyel modeller kullanılarak hesaplanan gravite anomalileri ve geoit yükseklikleri sırasıyla yersel gravite verileri ile ve GPS/nivelmandan elde edilen geoit yükseklikleri ile karşılaştırılarak test edilmiştir. Bunun yanı sıra yersel gravite anomalileri ve global potansiyel modeller kullanılarak bölgesel geoit modelleri hesaplanmış, global potansiyel modellerin gravimetrik bölgesel geoit modellerinin doğruluğuna katkısı böylelikle de test edilmiştir. Bunun için hesaplanan bölgesel gravimetrik geoit modellerinden türetilen geoit yükseklikleri bağımsız GPS/nivelman verileri ile karşılaştırılarak Türkiye geoidi için en uygun global potansiyel model belirlenmeye çalışılmıştır. Çalışmanın sonuçlarının presizyonlu Türkiye bölgesel geoidinin gelecek versiyonunun hesaplanmasında referans model olarak kullanılmak üzere en uygun global potansiyel modelin seçilmesinde faydalı olması beklenmektedir.

Anahtar Kelimeler: *Global potansiyel model, CHAMP, GRACE, bölgesel gravimetrik geoit modeli, yersel gravite anomalileri, GPS/nivelman.*

^{*}Yazışmaların yapılacağı yazar: Bihter EROL. bihter@itu.edu.tr; Tel: (212) 285 38 21.

Bu makale, birinci yazar tarafından İTÜ Fen Bilimleri Enstitüsü, Jeodezi ve Fotogrametri Mühendisliği Programında tamamlanmış olan "Investigations on local geoids for geodetic applications" adlı doktora tezinden hazırlanmıştır. Makale metni 17.07.2007 tarihinde dergiye ulaşmış, 17.09.2007 tarihinde basım kararı alınmıştır. Makale ile ilgili tartışmalar 31.04.2009 tarihine kadar dergiye gönderilmelidir.

Assessment of recent global potential models with terrestrial data

Extended abstract

CHAMP and GRACE satellites are low Earth orbiters which are used for the determination of the Earth's gravity field. The mission of the satellites is to provide the knowledge for the gravity field that leads to observe the Earth system for geodetic and geodynamic purposes with a sufficient accuracy. The characteristics specific to the satellites such as design, orbit, measurement and processing techniques have provided new approaches for the global gravity field determination. Earth potential models are representation of the global gravity field and they are divided into three classes, namely satellite-only Global Potential Models (GPMs) (derived from the tracking of artificial satellites), combined GPMs (derived from a combination of a satellite-only model, terrestrial gravimetry, satellite altimetry and/or airborne gravimetry) and tailored GPMs (derived by refining existing satellite-only or combined GPMs using regional gravity data). Satellite-only GPMs are known to be weak at the coefficients of degrees higher than 60 or 70 due to several factors such as the power-decay of the gravitational field with altitude, modeling of atmospheric drag, non-gravitational and third-body perturbations and incomplete tracking of satellite orbits from ground stations. Although the effects of some of these limitations on the GPMs decreased after the dedicated satellite gravity missions CHAMP and GRACE, the new satellite-only GPMs still have not got full power until a certain degree, and rapidly increasing errors make their coefficients unreliable at high-degrees.

In this study, the most recent satellite-only and combined global potential models from the CHAMP and GRACE satellite missions released by GFZ (GeoForschungsZentrum) and the Center for Space Research of Texas University were tested. The older combined-GPM EGM96 was also included in the tests. Although EGM96 model was not calculated using data from CHAMP and GRACE, the study includes this model since it serves as the reference model for the official regional geoid model of Turkey. The Earth potential models from CHAMP, GRACE, and other data, assessed in the tests here, are GGM02S, EIGEN-CHAMP03S, EIGEN-CG03C and EIGEN-GL04C and they were compared with the older EGM96.

The aim of this study is to investigate the improvements in the modelling of the long wavelength gravity field components for the area of Turkey. With this aim gravity anomaly and geoid height grids were generated for varying maximum degrees of the spherical harmonic expansions and the global potential models were compared with terrestrial gravity data as well as GPS/levelling data in Turkey. Furthermore, regional geoid models were computed by Fast Fourier Transform techniques using terrestrial gravity data and various geopotential models, and the results were again evaluated against GPS/levelling data. The intention of the study is to provide a valuable input for the selection of "the best reference geopotential model" for a high resolution hybrid geoid model for Turkey.

In the investigation steps, firstly, the GPMs derived gravity anomalies were compared with the free-air gravity anomalies from the terrestrial data over Turkey. Then the GPMs derived geoid heights were interpolated and compared with the low-pass filtered GPS/levelling derived geoid heights at the co-located benchmarks in two test areas (İzmir and İstanbul) in the West part of Turkey. The statistics from these comparisons provided preliminary results in the assessment of the GPMs. According to this, EGM96, EIGEN-CG03C and EIGEN-GL04C combined geopotential models with the maximum degree and order of 360 fit slightly better in Turkey.

In the second evaluation stage, the regional geoid models were computed in Turkey using Remove-Restore technique. The computed regional models refer to each of the GPMs (with their maximum expansion) as reference models. The differences between the geoid heights derived from the gravimetric geoid models and from the GPS/levelling data were investigated in Istanbul and Izmir test networks. According to statistical results, the EIGEN-CG03C is optimal GPM for pure gravimetric geoid model in West of Turkey. Finally, the regional geoid models were fitted to the GPS/levelling with a 2nd order polynomial using the residual geoid heights at the benchmarks. The tests of the regional gravimetric geoid models after corrector surface fitting against the GPS/levelling control data shown that the fitted geoid models has the similar performance in a test area.

Keywords: Global potential model, CHAMP, GRACE, regional gravimetric geoid model, terrestrial gravity anomalies, GPS/levelling.

Giriş

Veri elde etme teknikleri ve hesaplama yöntemlerindeki en son gelişmeler gravite alanının daha yüksek doğrulukla belirlenmesine olanak sağlamaktadır. Yer gravite alanı belirleme amaçlı CHAMP ve GRACE uydu verileri ile hesaplanan son global potansiyel modellerin, gravite alanının uzun dalga boylu bileşeninde sağladığı iyileşme ile, bölgesel geoid modellerinin doğruluğuna da katkı sağlaması beklenmektedir. Çünkü bölgesel geoid modellerinin belirlenmesinde günümüzde sıklıkla tercih edilen yöntem olan Kaldır-Yerine Koy (KYK) yöntemi yersel nokta gravite verisi ve topoğrafik verinin yanı sıra Global Potansiyel Modeller (GPM) de kullanılmaktadır.

Bölgesel geoid modelinin belirlenmesinde en uygun GPM'in seçilerek kullanılması için, gravite uydularının verileri ile hesaplanan yeni global potansiyel modeller bağımsız veri grupları ile (örneğin, GPS-nivelman verisi, yersel gravite anomalileri) karşılaştırılmalıdır (Gruber, 2004). Belirtilen gereksinim ile, bu araştırmada güncel global potansiyel modeller, GGM02S, EIGEN-CHAMP03S, EIGEN-CG03C ve EIGEN-GL04C, test edilmekte ve testlerin sonucunda modellerin Türkiye'deki performansları istatistiksel olarak değerlendirilmektedir. Yeni modellerin performansları ve Türkiye'deki gravite alanına uyumu, jeodezik uygulamalarda kullanılan güncel ulusal Türkiye bölgesel geoidi TG03'ün hesaplanmasında referans global model olarak kullanılan eski jenerasyon EGM96 modeli ile de karşılaştırılmaktadır.

Çalışmada, Türkiye için "en uygun" global potansiyel modelin araştırılmasında iki farklı yaklaşım uygulanmıştır. Birinci yaklaşımda, global potansiyel modellerden hesaplanan gravite anomalileri yersel ölçmelerden elde edilen serbest hava gravite anomalileri ile karşılaştırılmıştır. Yine global potansiyel modellerden türetilen geoid yükseklikleri lokal test alanlarında (İstanbul-1999 ve İzmir-2001 GPS/nivelman ağıları) düşük geçirgenli filtre ile süzölmüş GPS/nivelman verisi ile karşılaştırılarak test edilmiştir. Geoid yükseklikleri

kullanılarak gerçekleştirilen irdemelerde, GPS/nivelman sinyalinin düşük ve yüksek frekanslı bileşenleri Wavelet (dalgacık) yöntemi ile ayrıştırılarak, düşük frekanslı bileşenin global modellerden elde edilen düşük frekanslı geoid yükseklikleri ile karşılaştırılması hedeflenmiştir.

Araştırmada uygulanan ikinci yaklaşımda yersel gravite verisi ve test edilen global potansiyel modellerin her biri kullanılarak, 37°-42° Kuzey enlemleri ve 26°-32° Doğu boylamları arasında kalan bölgede, gravimetrik geoid modelleri hesaplanmış ve hesaplanan modellerden elde edilen geoid yükseklikleri İzmir ve İstanbul lokal test ağlarında GPS/nivelman verileri ile test edilmiştir. Bölgesel geoid modellerinin gravimetrik yaklaşım ile hesaplanmasında KYK yöntemi uygulanmıştır. Bu yaklaşım ile bölgesel gravimetrik geoidlerin belirlenmesinde "en uygun" global potansiyel modelin seçilmesi amaçlanmıştır. Araştırmada son olarak, belirlenen bölgesel gravimetrik geoidler, lokal ağlarda GPS/nivelman noktalarındaki geoid yükseklik farklarının polinom eşitlikleri kullanılarak modellenmesi ile bölgesel düzey datuma uydurulmuştur. Bu işlemin amacı, jeodezik uygulamalarda GPS tekniğinden elde edilen elipsoidal yüksekliklerin Türkiye ulusal düzey datumunda tanımlı ortometrik yüksekliklere dönüştürülmesinde kullanılacak matematiksel bir model önermektir. Hesaplanan gravimetrik geoidlerin, GPS/nivelman verileri ile ulusal düzey datuma uydurulmasından elde edilen doğruluklar, güncel Türkiye Geoidi TG03 ile karşılaştırılmaktadır.

Elde edilen sonuçlara göre; Türkiye'de gravite anomalilerinin hesaplanmasında, burada test edilen 360 derece ve mertebeden açılıma sahip GPM'lerden herhangi biri kullanılabilir. Salt gravimetrik geoid modelinin belirlenmesinde, EIGENCG03C en uygun referans model olarak önerilmektedir. Belirlenen gravimetrik geoidin, pratik jeodezik çalışmalarda kullanılmak üzere, bölgesel düzey datuma uydurulması halinde test edilen GPM'lerden herhangi biri referans model olarak kullanılabilir.

Global potansiyel modeller ve veriler

Yer gravite alanını tanımlayan Global Potansiyel Modeller (GPM) genel olarak üç gruba ayrılırlar. Bunlar;

- i-) yalnızca yapay uydu verileri ile hesaplanan GPM'ler
- ii-) yapay uydu verilerinin yersel gravite, uydu altimetre ve/veya hava gravite (airborne gravimetry) verileri ile kombinasyonundan hesaplanan GPM'ler
- iii-) birinci ya da ikinci grupta yer alan GPM'lerin lokal alanlardaki yerel gravite verileri kullanılarak iyileştirilmesi ile hesaplanan GPM'lerdir.

Salt yapay uydu verileri ile hesaplanan global potansiyel modeller için 60. veya 70. dereceden yüksek derecelerde hataların arttığı ve gravite alanı sinyalinin zayıfladığı belirtilmektedir (Rummel vd., 2002). Bunun başlıca nedenleri uydu yüksekliğine bağlı olarak gravite alanı etkisinin azalması, atmosferik sürtünme, yer izleme istasyonlarından uydu yörüngelerinin tamamının takip edilememesidir (Rummel vd., 2002). Bu kısıtlamalardan bazılarının global potansiyel modeller üzerindeki olumsuz etkileri, güncel gravite alanı belirleme amaçlı uydu misyonları, CHAMP ve GRACE ile birlikte azalmış olmasına rağmen, yine de salt uydu verileri kullanılarak hesaplanan yeni global potansiyel modellerin yüksek derecelerde biriken hatalar nedeniyle halen düşük doğrulukta oldukları gözlenmektedir. Yapay uydu verileri ile yersel verilerin kombinasyonundan hesaplanan GPM'ler belirtilen kısıtlamalardan daha az etkilenmekte ancak kullanılan yersel verilerin hatalarını içermektedirler.

Bu çalışmada güncel uydu tekniklerinden elde edilen veriler ve bunların yersel veriler ile kombinasyonlarından, Almanya Yerbilimleri Ulusal Araştırma Merkezi (GFZ, GeoForschungsZentrum) ve Amerika Austin Teksas Üniversitesi, Uzay Araştırmaları Merkezi tarafından hesaplanan yeni global potansiyel modeller test edilmektedir. Tablo 1'de testlerde kullanılan modellere ilişkin bilgiler yer almaktadır. Test edilen modellerden EGM96, yer gravite alanı belirleme amaçlı uydu misyonları,

CHAMP ve GRACE, öncesinde hesaplanmış, eski jenerasyon bir global model olmasına karşın, bu çalışmada yeni modeller ile karşılaştırılmak üzere yer almaktadır. Çünkü EGM96 günümüzde jeodezik amaçlı çalışmalarda kullanılmakta olan ulusal Türkiye Geoidi TG03'ün hesaplanmasında referans global model olarak kullanılmıştır.

Bu çalışmada test edilen global potansiyel modeller ile ilgili daha detaylı bilgi yine Tablo 1'de verilen referanslarda bulunabilir. Tapley ve diğerleri (2005) GGM02S potansiyel modelinin küresel harmonik modelinin, önceki başlık altında belirtilen hata kaynaklarından dolayı, 120 derece ve mertebeden açılıma kadar kullanılması gerektiğini belirtmektedir. Bu öneriye uygun olarak, sözü edilen modelin (maksimum 160 derece ve mertebeden açılımda) 120'nin üzerindeki derece ve mertebeli terimleri göz ardı edilmiştir. Bunun yanı sıra, benzer nedenlerle yalnızca uydu verileri kullanılarak hesaplanan EIGEN-CHAMP03S potansiyel modelinin 120 derece ve mertebeye kadar açılıma sahip katsayıları kullanılmıştır. Modelin maksimum derece ve mertebesi 140 olarak verilmektedir (ICGEM, 2005).

Global potansiyel modellerin küresel harmonik katsayılarından hesaplanan geoit yükseklikleri;

$$N_{GPM} = \frac{GM}{r\gamma} \sum_{\ell=2}^L \left(\frac{R}{r}\right)^{\ell} \sum_{m=0}^{\ell} (\bar{C}_{\ell m} \cos m\lambda + \bar{S}_{\ell m} \sin m\lambda) \bar{P}_{\ell m}(\cos \theta) \quad (1)$$

ve gravite anomalileri;

$$\Delta g_{GPM} = \frac{GM}{r^2} \sum_{\ell=2}^L \left(\frac{R}{r}\right)^{\ell} (\ell-1) \sum_{m=0}^{\ell} (\bar{C}_{\ell m} \cos m\lambda + \bar{S}_{\ell m} \sin m\lambda) \bar{P}_{\ell m}(\cos \theta) \quad (2)$$

eşitlikleri ile ifade edilir. Eşitliklerde G yer çekimi sabiti, M yeryuvarı kütlesi, R referans elipsoidin yarıçapı, (r, θ , λ) hesap noktasının yermerkezli küresel koordinatları, $\bar{P}_{\ell m}$ ℓ . derece ve m. mertebeden normalize edilmiş Legendre fonksiyonu, $\bar{C}_{\ell m}$ ve $\bar{S}_{\ell m}$ ise küresel harmonik katsayılarıdır.

Tablo 1. Test edilen Global Potansiyel Modeller

Model*	Derece	Veri Türü	Gelgit Etkisi	Referans
GGM02S	160	yalnızca uydu	sıfır-gelgit	Tapley ve diğerleri (2005)
EIGEN-CHAMP03S	140	yalnızca uydu	gelgitten bağımsız	Reigber ve diğerleri (2004)
EGM96	360	uydu ve yersel	gelgitten bağımsız	Lemoine ve diğerleri (1998)
EIGEN-CG03C	360	uydu ve yersel	gelgitten bağımsız	Förste ve diğerleri (2005)
EIGEN-GL04C	360	uydu ve yersel	gelgitten bağımsız	Förste ve diğerleri (2006)

* Global Potansiyel Model katsayıları ICGEM (2006)'dan alınmıştır.

Global potansiyel modellerin performanslarının değerlendirilmesinde modele ilişkin sinyal ve hata derece varyansları ölçüt alınır. Bu yöntemle ölçü olarak kullanılan gravite sinyalinin güç spektrumu ve hata spektrumu belirlenir. Sinyal derece varyansı,

$$\sigma_{\ell}^2 = \sum_{\ell=2}^L \sum_{m=0}^{\ell} [\bar{C}_{\ell m}^2 + \bar{S}_{\ell m}^2] \quad (3)$$

eşitliğindeki gibi ifade edilir (Schwintzer, 2005). Eşitlikte küresel harmonik katsayılar, $\bar{C}_{\ell m}$ ve $\bar{S}_{\ell m}$, yerine standart sapmaları $\sigma_{\bar{C}_{\ell m}}$ ve $\sigma_{\bar{S}_{\ell m}}$ alınırsa, hata derece varyansları elde edilir.

Gravite anomalileri cinsinden sinyal derece varyansını veren eşitlik ise;

$$\sigma_{\ell}^2 (\Delta g) = \frac{(GM)^2}{R^4} (\ell-1)^2 \sum_{\ell=2}^L \sum_{m=0}^{\ell} (\bar{C}_{\ell m}^2 + \bar{S}_{\ell m}^2) \quad (4)$$

dir. Bu eşitlikler kullanılarak her bir global potansiyel model için hesaplanan sinyal, hata ve EGM96 modelinden olan farklarının derece varyanslarının karekökü (dereceye bağlı Karesel Ortalama Hataları, KOH) gravite anomalileri cinsinden (mGal) Şekil 1'deki grafiklerde verilmektedir.

Grafikler irdelendiğinde, test edilen global potansiyel modeller daha eski EGM96 modeli ile karşılaştırılabilmektedir. Bu doğrultuda, uydu ve yersel verilerin kombinasyonu ile hesaplanmış modeller EIGEN-CG03C ve EIGEN-GL04C'nin EGM96'dan daha iyi performans gösterdiği (yüksek derecelerde, gravite anomalisi sinyalinde güç kaybı gözlen-

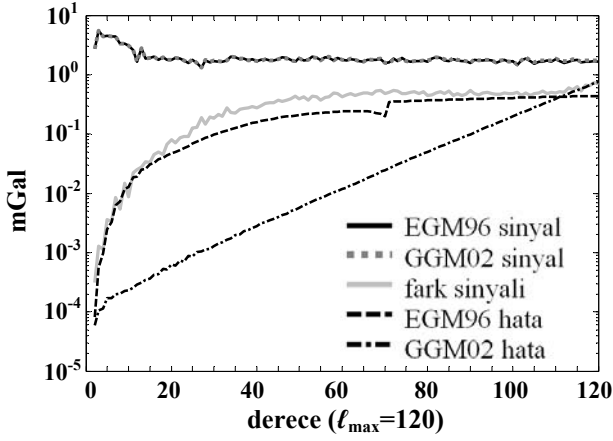
mezken, hata oranlarının EGM96'dan daha düşük olduğu) görülmektedir (Şekil 1c,d). Şekil 1a,b grafikleri irdelendiğinde, GGM02S ve EIGEN-CHAMP03S modellerinin 60. dereceye kadar EGM96 modeli ile benzer özellik gösterdiği, ancak EIGEN-CHAMP03S modelinde, 60'ın üzerindeki derecelerde hataların signifikant (anamlı) artış gösterdiği gözlenmektedir. Bu grafikler Tapley ve diğerleri (2005)'in, salt uydulara dayalı modellerin belirli dereceden sonraki terimlerinin göz ardı edilmesine ilişkin önerilerini doğrulamaktadır.

Araştırmada kullanılan serbest hava gravite anomalileri, karada 5'x5' grid aralığına sahip Bouguer gravite anomalileri ve sayısal yükseklik modeli ETOPO5'den elde edilen yükseklikler kullanılarak türetilmiştir. Serbest-hava (Free-Air, FA) anomalileri Δg_{FA} , Bouguer gravite anomalilerine getirilen Bouguer plaka düzeltilmesi ile;

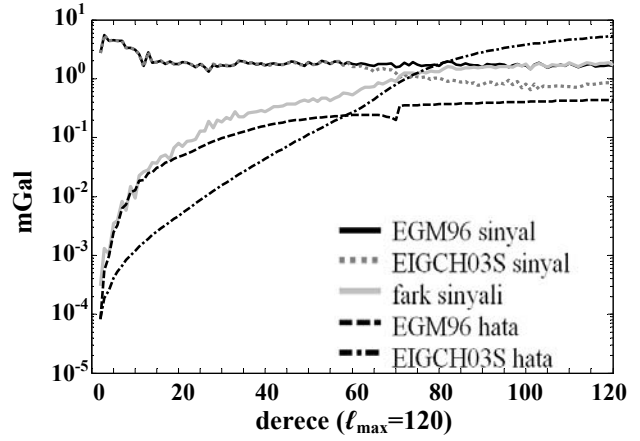
$$\Delta g_{FA} = \Delta g_B + 2\pi G \rho H \approx \Delta g_B + 0.1119H \quad (5)$$

eşitliğine göre elde edilir (Heiskanen ve Moritz, 1967). Eşitlik 5'te Δg_B Bouguer gravite anomalisi, H sayısal arazi modelinden elde edilen yüksekliklerdir. Karada grid formda verilen Bouguer gravite anomalilerinden hesaplanan serbest-hava gravite anomalileri, denizde uydu altimetre verilerinden türetilmiş gravite anomalileri ile birleştirilmiştir. Uydu altimetre verilerine dayanan gravite anomalileri 2'x2' grid aralığında verilen KMS2002 verisinden elde edilmiştir (KMS, 2002).

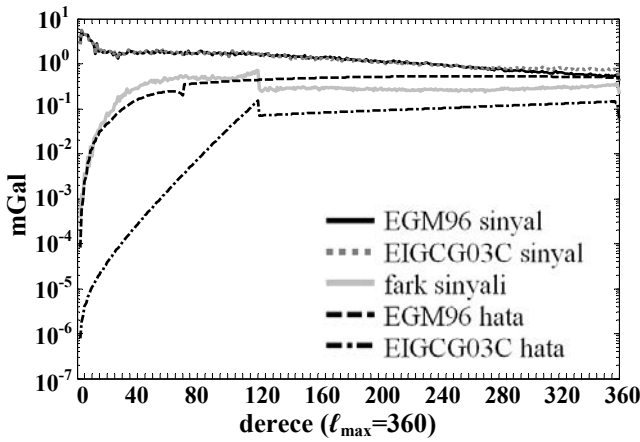
Çalışmada Global Potansiyel Modeller iki lokal çalışma alanında (İstanbul ve İzmir GPS/nivelman ağları) GPS/nivelman verileri kullanılarak test edilmiştir. Araştırmada



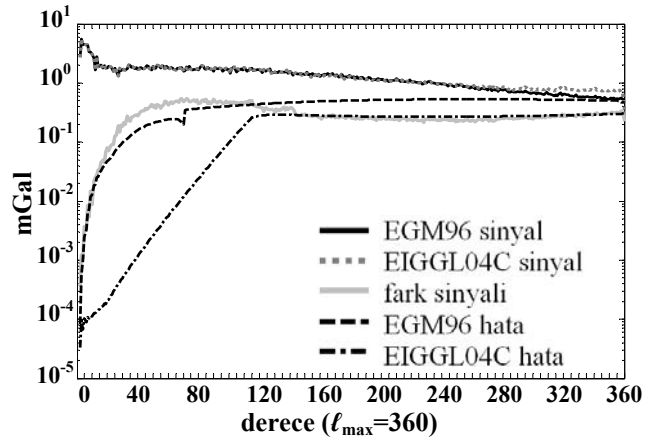
a. GGM02S ve EGM96 modelleri



b. EIGEN-CHAMP03S ve EGM96 modelleri



c. EIGEN-CG03C ve EGM96 modelleri



d. EIGEN-GL04C ve EGM96 modelleri

Şekil 1. GPM'ler için gravite anomalisi cinsinden sinyal, hata ve fark spektrumları

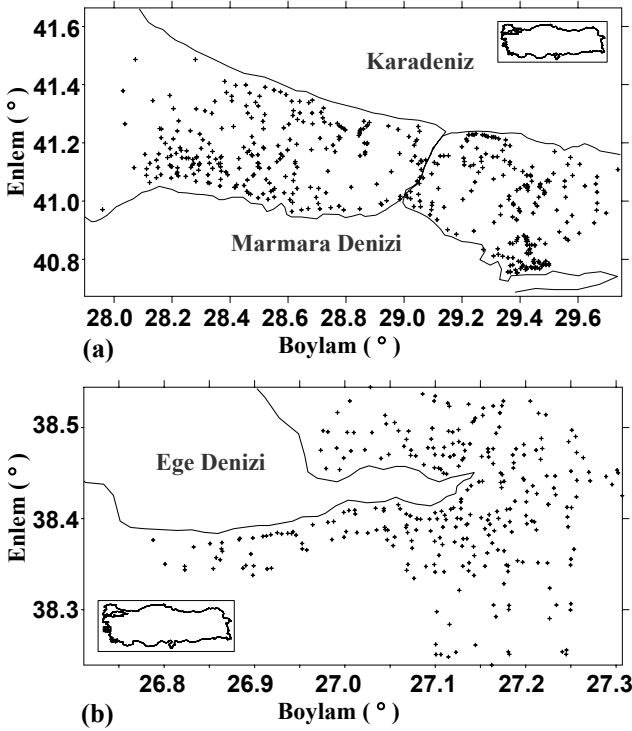
kullanılan veri tabanında, tüm Türkiye'ye dağılmış yeterli doğrulukta ve sıklıkta GPS/nivelman verisinin mevcut olmaması, testlerin lokal alanlarda gerçekleştirilmesini zorunlu kılmıştır. Bununla birlikte, İstanbul ve İzmir GPS/nivelman ağı noktalarının bölgedeki geoidin değişimini uygun ifade edecek yerlerde, homojen dağılımda ve yeterli sıklıkta tesis edilmiş olması ve ayrıca GPS ve nivelman verilerinin yüksek doğrulukta ve güvenilir olması, testlerin belirtilen lokal alanlarda gerçekleştirilmesinin nedenleridir. İstanbul'da 451 ve İzmir'de 309 GPS/nivelman noktası mevcuttur. Uygulanan uyuşumsuz ölçü testleri sonucunda, İstanbul ve İzmir GPS/nivelman ağı noktalarında yapılan ölçmelerden elde edilen ölçülerin 7 tanesi ve 9 tanesi kaba ölçü olarak belirlenmiş ve de veri guruplarından çıkartılmıştır.

Her iki test alanında da topografya oldukça engebeli bir yapıdadır. Yükseklikler, İstanbul'da 0 ile 600 m ve İzmir'de 0 ile 1400 m arasında değişmektedir. GPS/nivelman noktalarının Türkiye Ulusal Düşey datumunda (TUDKA99) tanımlı Helmert ortometrik yükseklikleri, gerçekleştirilen nivelman ölçülerinin en küçük kareler yöntemine göre dengelenmesi ile hesaplanmıştır ve mutlak doğrulukları ± 2.5 cm'dir (Ayan vd., 1999; Ayan vd., 2001). GPS tekniğinden elde edilen nokta koordinatları ITRF96 datumunda tanımlıdır (Ayan vd., 1999; Ayan vd., 2001). Nokta koordinatlarının doğruluğu, enlem ve boylamda ± 1.8 cm ve elipsoidal yüksekliklerde ± 2.0 cm'dir. İstanbul lokal test alanının büyüklüğü 65×160 km² ve İzmir lokal test alanının büyüklüğü ise 50×45 km² dir. Böylece İstanbul'da 23 km²'ye 1 GPS/nivelman noktası ve İzmir'de 8 km²'ye 1 GPS/nivelman noktası düşmektedir.

Kullanılan yersel verilere ilişkin istatistiksel değerler Tablo 2’de verilmektedir. Şekil 2, İstanbul ve İzmir lokal alanlarında GPS/nivelman noktalarının dağılımını göstermektedir.

Tablo 2. Yersel verilere ilişkin istatistikler

	Veri	Min	Maks	Ort	σ
İstanbul	Δg_{FA} [mGal]	-13.65	188.34	46.91	25.80
	$N_{GPS/niv.}$ [m]	35.74	39.33	36.95	0.47
İzmir	Δg_{FA} [mGal]	-11.81	63.72	20.42	17.79
	$N_{GPS/niv.}$ [m]	37.59	38.73	38.06	0.16



Şekil 2. GPS/nivelman noktalarının yoğunluğu ve dağılımı; a-İstanbul ve b- İzmir

Sayısal testler

Global Potansiyel Modellerin performanslarının yersel veriler kullanılarak değerlendirilmesinde, ilk olarak modellerin küresel harmonik katsayıları ile hesaplanan gravite anomalileri (Eşitlik 1) ve geoid yükseklikleri (Eşitlik 2), karada Bouguer gravite anomalilerinden türetilmiş serbest hava gravite anomalileri (Eşitlik 5) ile ve de GPS/nivelman noktalarındaki geoid yükseklikleri

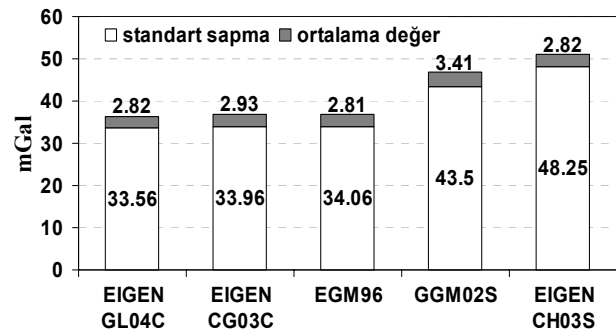
ile karşılaştırılmıştır. GPS/nivelman noktalarında geoid yükseklikleri ($N_{GPS/niv.}$), GPS tekniğinden elde edilen elipsoidal yükseklikler (h) ile nivelman tekniğinden elde edilen ortometrik yükseklikler (H) arasındaki temel ilişkiye dayanılarak

$$N_{GPS/niv.} = h - H \quad (6)$$

şeklinde ifade edilir. Tablo 3’te, GPM’lerden elde edilen gravite anomalileri ile yersel verilerden türetilen serbest hava gravite anomalileri arasındaki farkların istatistikleri verilmektedir. Farklar, tüm Türkiye için 5’x5’ aralıklı grid noktalarında hesaplanmış değerlerdir. Farkların ortalama değerleri ve standart sapmaları, Şekil 3’te yer alan grafikte de gösterilmektedir. Buna göre 360 derece ve mertebeden açılıma sahip bütünleşik global potansiyel modellerden (EIGENGL04C, EIGENCG03C ve EGM96) hesaplanan gravite anomalileri, salt uydulardan hesaplanan modellere kıyasla, Türkiye’deki yersel veriler ile hesaplanan serbest gravite anomalileri ile daha iyi uyum göstermektedir.

Tablo 3. GPM’den hesaplanan ve yersel (serbest-hava) gravite anomalileri arasındaki farkların istatistikleri (mGal)

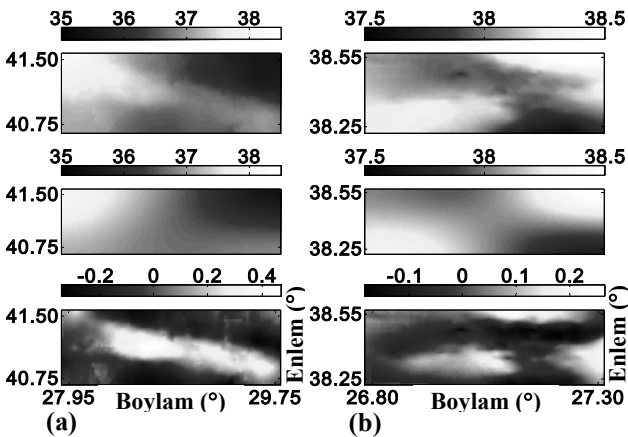
Model	Min.	Maks.	Ort.	σ
EGM96	-144.00	297.08	2.81	34.06
GGM02S	-207.74	304.22	3.41	43.50
EIGEN CHAMP03S	-204.62	329.35	2.82	48.25
EIGENCG03C	-158.12	298.12	2.93	33.96
EIGENGL04C	-151.85	300.97	2.82	33.56



Şekil 3. Küresel harmonik katsayılar ile hesaplanan gravite anomalileri ve yersel (serbest-hava) gravite anomalileri arasındaki farkların istatistikleri

GPM'den hesaplanan gravite anomalilerinin serbest-hava anomalileri ile karşılaştırılmasının yanı sıra, İstanbul ve İzmir lokal alanlarında GPM'ler, GPS/nivelman verileri kullanılarak da test edilmişlerdir. Eşitlik 2'de, küresel harmonik katsayılar ile hesaplanan geoid yükseklikleri (N_{GPM}) gravite alanının düşük frekanslı bileşenini ifade eder. Bu verinin GPS/nivelman verisi ile karşılaştırılabilmesi için GPS/nivelman verilerinin düşük ve yüksek frekanslı bileşenleri ayrıştırılmalı ve düşük frekanslı bileşeni GPM'den türetilen geoid yükseklikleri ile karşılaştırılmalıdır.

Bu çalışmada, GPM'lerin test edilmesinde kullanılacak, lokal alanlardaki, GPS/nivelman verileri 5. dereceden Ayrık Meyer Wavelet (dalgacık) Ayrıştırma (AMWA) yaklaşımı ile filtrelenmiş, ayrıştırılan düşük frekanslı (yaklaşık) bileşen, GPM'den hesaplanan geoid yükseklikleri (bkz. Eşitlik 1) ile GPS/nivelman noktalarında karşılaştırılmıştır. Bu çalışmada, GPS/nivelman verilerinin filtrelenmesinde AMWA yaklaşımının kullanılmasının, uygulamaya ilişkin özel bir nedeni olmamakla birlikte, farklı teknikler de uygulanabilir. Uygulanan düşük geçirgenli filtreleme tekniğine ilişkin detaylı bilgi ve kullanılan eşitliklere bu makalede yer verilmeyecektir. Yönteme ve uygulanmasına ilişkin bilgiler Elhabiby (2007)'den elde edilebilir. Şekil 4'te yer alan grafikler İstanbul ve İzmir lokal alanlarında, GPS/nivelman verilerinin filtrelemeden önceki



Şekil 4. GPS/nivelman geoid yükseklikleri, geoid yüksekliklerinin düşük frekanslı ve yüksek frekanslı bileşenleri, (a) İstanbul lokal alanında, (b) İzmir lokal alanında

(orijinal) ve sonraki değişimini göstermektedir. Her bir bölge için çizdirilmiş yüzeyler karşılaştırıldığında, kullanılan filtreleme tekniğinin GPS/nivelman verisinin yüksek ve düşük frekanslı bileşenlerine ayrıştırmadaki performansı gözlemlenebilir.

İstanbul ve İzmir'de GPM'lerin küresel harmonik katsayıları ile hesaplanan geoid yükseklikleri, GPS/nivelman ağı noktalarında test edilmiştir. GPM'den hesaplanan geoid yükseklikleri ile GPS/nivelmandan hesaplanan geoid yüksekliklerinin düşük frekanslı bileşenleri arasındaki farklara ilişkin istatistikler, İstanbul bölgesi için Tablo 4a ve İzmir bölgesi için Tablo 4b'de verilmektedir.

Tablo 4a. GPM'lerden hesaplanan geoid yükseklikleri ile filtrelenmiş GPS/nivelman verilerinden hesaplanan geoid yükseklikleri arasındaki farklar cm biriminde (İstanbul)

İstanbul-1999					
GPM	ℓ_{max}	min	maks	ort.	std. sapma
GGM02S	110	-122.6	116.1	49.4	42.7
EIGENCH03S	60	-96.0	75.5	-40.8	29.1
EGM96	360	-154.0	-60.7	-106.2	27.0
EIGENCG03C	360	-152.4	-15.6	-81.8	41.4
EIGENGL04C	360	-151.3	21.1	-54.3	51.1

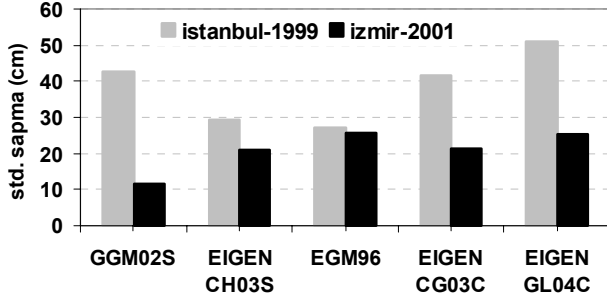
Tablo 4b. GPM'lerden hesaplanan geoid yükseklikleri ile filtrelenmiş GPS/nivelman verilerinden hesaplanan geoid yükseklikleri arasındaki farklar cm biriminde (İzmir)

İzmir-2001					
GPM	ℓ_{max}	min.	maks.	ort.	std. sapma
GGM02S	110	-82.0	-18.2	-44.5	11.5
EIGENCH03S	60	-323.6	-222.1	-267.9	21.0
EGM96	360	-204.6	-82.8	-141.1	25.8
EIGENCG03C	360	-139.6	-34.2	-83.6	21.3
EIGENGL04C	360	-149.7	-31.4	-89.6	25.2

Tablolarda yer alan geoid yükseklik farklarına ilişkin istatistiklerden, standart sapma (σ) değerleri, Şekil 5'teki grafik ile özetlenmektedir.

Şekil 5'te verilen grafik irdelendiğinde, EGM96'dan hesaplanan geoid yüksekliklerinin

İstanbul ve İzmir’de filtrelenmiş GPS/nivelman geoit yüksekliklerinden olan farklarının standart sapmalarının yaklaşık eşit olduğu dikkati çekmektedir.



Şekil 5. GPM’lerden hesaplanan geoit yükseklikleri ile filtrelenmiş GPS/nivelman verilerinden hesaplanan geoit yükseklikleri arasındaki farkların standart sapmaları

Gravimetrik geoit modelleri

Araştırmanın ikinci bölümünde, GPM’ler gravimetrik geoit modelleri içerisinde test edilmiştir. Bu amaç doğrultusunda yersel gravite verisi ve test edilen global potansiyel modellerin her biri kullanılarak, 37°-42° Kuzey enlemleri ve 26°-32° Doğu boylamları arasında kalan bölgede, gravimetrik geoit modelleri hesaplanmış ve hesaplanan modellerden elde edilen geoit yükseklikleri İzmir ve İstanbul lokal test ağlarında, GPS/nivelman verileri ile karşılaştırılmıştır. Gravimetrik geoit modellerinin hesaplanmasında Kaldır-Yerine Koy (KYK) yöntemi uygulanmıştır. Bu yaklaşım ile bölgesel gravimetrik geoitlerin belirlenmesinde her bir global potansiyel modelin performansları irdelenmektedir.

KYK yöntemi, bölgesel geoit modellerinin gravimetrik yaklaşımla belirlenmesinde sıklıkla tercih edilen bir hesap algoritmasıdır. Bu yöntemde, yeryüzündeki ölçülerden türetilen gravite anomalilerinden, referans gravite alanının ve topografik kitlelerin etkileri önce çıkartılır (bkz. Eşitlik 7) ve daha sonra tekrar eklenir (bkz. Eşitlik 8).

$$\Delta g = \Delta g_{FA} - \Delta g_{GPM} - \Delta g_{Topog.} \quad (7)$$

Eşitlik 7’de, Δg indirgenmiş gravite anomalisi, Δg_{FA} yersel gravite ölçmelerinden türetilmiş

serbest-hava gravite anomalisi, Δg_{GPM} referans GPM’den hesaplanan gravite anomalisidir (bkz. Eşitlik 2). $\Delta g_{Topog.}$ ise topografik kitlelerin gravite anomalilerine direk etkisidir. Bu çalışmada topografyanın etkisinin hesaplanmasında 30"×30" grid aralıklı Shuttle Radar Topography Mission (SRTM) sayısal yükseklik verileri kullanılmıştır (SRTM, 2005). İndirgenen gravite anomalileri Stokes’ eşitliğinde yerine konularak geoit yüksekliğinin orta-dalga boylu bileşeni hesaplanır (Heiskanen ve Moritz, 1967);

$$N_{\Delta g}(\varphi_P, \lambda_P) = \frac{R}{4\pi\gamma} \iint_{\lambda \varphi} \Delta g(\varphi, \lambda) S(\psi) \cos \varphi d\varphi d\lambda \quad (8)$$

eşitlikte $S(\psi)$ Stokes’ fonksiyonu, ψ hesap noktası (P) ile veri noktası arasındaki küresel uzaklıktır.

KYK yönteminin sonucunda gravimetrik geoit yükseklikleri,

$$N = N_{GPM} + N_{\Delta g} + N_{ind} \quad (9)$$

olarak elde edilir. Eşitlikte N_{GPM} , $N_{\Delta g}$ ve $N_{ind.}$ geoit yüksekliğinin (N) uzun, orta ve kısa dalga boylu bileşenlerini ifade ederler. $N_{ind.}$ topografyanın geoit yüksekliği üzerindeki indirek (dolaylı) etkisidir (Heiskanen ve Moritz, 1967).

Araştırmada, KYK yöntemi kullanılarak, GPM’lerden her birinin, referans global potansiyel model olarak kullanıldığı *beş farklı gravimetrik geoit modeli* hesaplanmıştır. İstanbul ve İzmir lokal alanlarında, GPS/nivelman noktalarının geoit yükseklikleri, hesaplanan bölgesel gravimetrik geoit modellerine göre türetilmiş ve GPS/nivelmandan elde edilen geoit yükseklikleri (Eşitlik 5) ile aralarındaki farklar irdelenmiştir.

Daha sonra, hesaplanan geoit modelleri, İstanbul ve İzmir lokal alanlarında GPS/nivelman noktalarındaki geoit yükseklik farklarının (dN), (düşük dereceli polinom eşitlikleri ile) modellenmesi (düzeltici yüzey

modeli), bu farkların gravimetrik geoit modellerinden hesaplanan geoit yüksekliklerine eklenmesi ile bölgesel düşey datuma uydurulmuştur (bkz. eşitlik 10 ve 11).

$$dN = \sum_{m=0}^M \sum_{n=0}^N (\varphi_i - \bar{\varphi})^n (\lambda_i - \bar{\lambda})^m x \quad (10)$$

$$H_j = h_j - N - dN \quad (11)$$

Eşitlik 10'da (φ_i, λ_i) referans (model) veya hesap noktalarının jeodezik enlem ve boylamını, $(\bar{\varphi}, \bar{\lambda})$ çalışma alanının ortalarında (ağırlık merkezinde) bir noktanın jeodezik enlem ve boylamını, M ve N hesaplanacak polinomun maksimum derece ve mertebesini ifade etmektedir. x polinom katsayılarını içeren bir vektördür. Eşitlik 11'de, gravimetrik geoit modeli ve düzeltici yüzey modeli kullanılarak GPS'den elde edilen elipsoidal yüksekliklerin, bölgesel düşey datumdaki ortometrik yüksekliklere dönüştürülmesi ifade edilmektedir. Buna göre h_j bir j noktasının GPS ölçmesinden elde edilen elipsoidal yüksekliği, N aynı yeryüzü noktasında gravimetrik geoit modeli ile hesaplanan geoit yüksekliği, dN ise eşitlik 10'da ifade edilen polinom eşitliğine göre hesaplanmış, gravimetrik geoit yüksekliğine getirilecek düzeltme değeridir.

Bu çalışmada, düzeltici yüzey için en uygun polinom derecesi, uygulanan istatistiksel testler sonucunda, her iki lokal çalışma alanı için de ikinci derece olarak belirlenmiş ve kullanılmıştır. Polinom eşitliğinin katsayıları (x) , En Küçük Kareler dengelemesine göre hesaplanmıştır.

Tablo 5 ve 6'da her iki çalışma alanında, hesaplanan gravimetrik geoitlerin, bağımsız GPS/nivelman noktalarında karşılaştırılmalarından elde edilen geoit yükseklik farklarının istatistikleri yer almaktadır. Tablolarda, her bir gravimetrik model, hesaplanmasında kullanılan referans global potansiyel modelinin ismi ile adlandırılmıştır. İstatistikler, düzeltici yüzey öncesi ve sonrası karşılaştırmaları yansıtmakta-

dır. Bu farklılık, ilgili kolondaki, "önce" ve "sonra" kelimeleri ile belirtilmektedir.

Tablolarda verilen geoit yükseklik farklarına ilişkin istatistikler karşılaştırıldığında; i-) Global Potansiyel Modellerin bölgesel gravimetrik geoit modelleri içerisindeki performanslarının (gravimetrik geoit modeline katkılarının) birbirlerine yakın olduğu, ii-) gravimetrik geoit modellerinin polinom modelleri ile bölgesel düşey datuma uydurulmaları sonrası, GPS tekniğinden elde edilen elipsoidal yüksekliklerin bölgesel düşey datumdaki ortometrik yüksekliklere dönüştürülmesinde, jeodezik uygulamalar için yeterli doğruluğu sağladığı görülmektedir. Buna göre jeodezik amaçlı çalışmalarda, GPS elipsoidal yüksekliklerinin ortometrik yüksekliklere dönüştürülmesinde kullanılacak, bölgesel düşey datuma uydurulmuş bir geoit modelinin hesaplanması için, test edilen GPM'lerden herhangi bir tanesi önerilir.

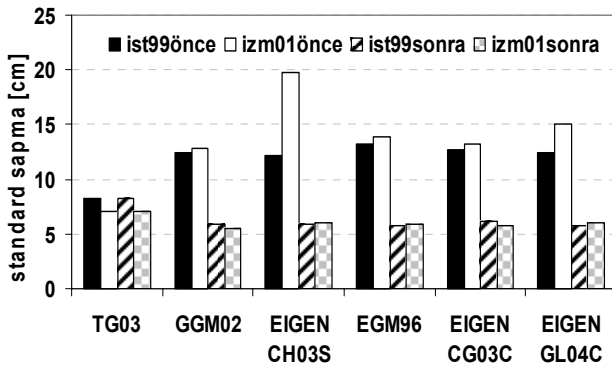
Tablo 5. Düzeltici yüzey öncesi ve sonrası geoit yükseklik farkları (cm) (İstanbul bölgesi)

İstanbul-1999					
GPM	İstatistik	Min	Maks	Ort.	σ
GGM02S	önce	-285.4	-224.5	-253.9	12.5
	sonra	-19.3	33.7	0.0	5.9
EIGEN	önce	-266.9	-205.0	-236.8	12.2
	sonra	-19.1	34.7	0.0	5.9
CHAMP03S	önce	-255.3	-195.3	-222.9	13.2
	sonra	-19.1	35.6	0.0	5.8
EGM96	önce	-236.4	-175.7	-205.4	12.7
	sonra	-19.2	35.3	0.0	6.1
EIGENCG03C	önce	-250.7	-189.7	-219.0	12.5
	sonra	-17.8	34.1	0.0	5.8

Tablo 6. Düzeltici yüzey öncesi ve sonrası geoit yükseklik farkları (cm) (İzmir bölgesi)

İzmir-2001					
GPM	İstatistik	Min	Maks	Ort.	σ
GGM02S	önce	-202.0	-140.0	-172.1	12.8
	sonra	-15.0	16.4	0.0	5.5
EIGEN	önce	-210.3	-118.2	-171.1	19.7
	sonra	-17.1	17.2	0.0	6.0
CHAMP03S	önce	-214.0	-152.0	-186.7	13.9
	sonra	-18.0	14.3	0.0	5.9
EGM96	önce	-205.4	-140.9	-173.3	13.2
	sonra	-17.2	14.3	0.0	5.7
EIGENCG03C	önce	-203.0	-118.0	-168.5	15.1
	sonra	-15.9	14.2	0.0	6.0

Şekil 6'da, hesaplanan bölgesel gravimetrik geoit modelleri, İstanbul ve İzmir lokal test alanlarında (TUDKA99 datumuna uydurulmadan önce ve sonra olmak üzere) Türkiye ulusal geoidi TG03 ile karşılaştırılmışlardır. Grafik, her iki lokal test bölgesinde, GPS/nivelman noktalarındaki geoit yükseklik farklarının santimetre biriminde standart sapmalarını göstermektedir ($\sigma_{(h-H-N)}$). Grafikte her bir gravimetrik model, kendi referans global potansiyel modelinin adı ile belirtilmiştir. Şekil irdelendiğinde, salt gravimetrik modellerin GPS/nivelman verileri ile karşılaştırılmaları sonucunda, bölgesel düşey datuma uydurulmuş bir model olan ve güncel jeodezik uygulamalarda kullanılan TG03'den daha iyi performansa sahip olmadıkları görülmektedir. Bunun nedeni, salt gravimetrik modellerin ulusal düşey datumdan olan sistematik sapmaları başta olmak üzere, ölçülerden kaynaklı sistematik ve rastlantısal hatalar ile modellerin hesaplanması sırasındaki teorik varsayımlardır. Hesaplanan gravimetrik modeller, GPS/nivelman verileri kullanılarak bölgesel düşey datuma uydurulduktan sonra test amaçlı seçilen GPS/nivelman noktalarında TG03 modelinden daha iyi performans göstermişlerdir.



Şekil 6. Bölgesel gravimetrik modellerinin ulusal TG03 modeli ile karşılaştırılması

Sonuçlar ve öneriler

Güncel gravite alanı belirleme amaçlı CHAMP ve GRACE uydularının verileri ile hesaplanan Global Potansiyel Modellerin, Türkiye'de yersel veriler ile test edilmesi ve performanslarının

irdelenmesi amacı ile gerçekleştirilen araştırmanın sonuçları aşağıdaki gibi özetlenebilir:

- Türkiye'nin batısında, Jeodezik uygulamalarda, GPS-elipsoidal yüksekliklerinin ortometrik yüksekliklere dönüştürülmesinde, TG03 modelinden daha yüksek doğruluk sağlayacak bir geoit modelinin hesaplanması için, bu çalışmada test edilen Global Potansiyel Modellerden herhangi bir tanesi referans global model olarak kullanılabilir. Ancak, hesaplanacak yüksek çözünürlüklü Türkiye gravimetrik geoit modeli, ülke geneline homojen olarak dağılmış, topografyanın değişimlerini karakterize eden, olabildiğince sık ve konum doğruluğu yüksek GPS/nivelman noktaları kullanılarak, Türkiye düşey datumuna uydurulmalıdır,
- Lokal test alanlarındaki sonuçlara dayanılarak; salt gravimetrik bir geoit modelinin hesaplanmasında EIGENCG03C modelinin ($\ell_{maks} = 360$) referans alınması önerilir,
- Salt uydulara dayalı GGM02S ve EIGEN-CHAMP03S'de gravimetrik geoit modelinin hesaplanmasında referans global model olarak kullanılabilir, ancak önerilere uygun olarak bu modellerin sırasıyla 120 ve 60. derece ve mertebeden sonraki terimleri göz ardı edilmelidir (bkz. Şekil 1),
- Türkiye'nin batısında yer alan iki lokal test alanındaki sonuçlara dayanılarak, eski jenerasyon EGM96 modelinin bu bölgede homojen bir doğruluğa sahip olduğu görülmüştür (bkz. Şekil 5).

Bu çalışmada CHAMP ve GRACE verilerinden hesaplanan mevcut modeller test etmiştir. Yakın gelecekte Avrupa Uzay Ajansı (ESA) tarafından hizmete sunulması planlanan gravite alanı belirleme amaçlı GOCE uydusu ile, Global Potansiyel Modellerin doğruluk ve çözünürlüklerinde anlamlı (signifikant) artış beklenmektedir. Buna göre; GOCE verileri ile belirlenecek Global Potansiyel Modellerin hesaplamalarda kullanılması ile, Türkiye için, birkaç santimetre doğrulukla belirlenmiş yüksek çözünürlüklü bölgesel gravimetrik geoit modelinin hesaplanabileceği düşünülmektedir

(GOCE, 2006). Bu konudaki çalışmalar ve araştırmalar sürdürülmelidir.

Kaynaklar

- Ayan, T., Aksoy, A., Deniz, R., Arslan, E., Çelik, R.N., Özşamlı, C., Denli, H., Erol, S., Erol (Özöner), B., eds. (1999). İstanbul GPS Nirengi Ağı (İGNA), *Teknik Rapor*, İTÜ 1997/3882, İstanbul Teknik Üniversitesi, İstanbul.
- Ayan, T., Deniz, R., Çelik, R.N., Denli, H., Özlüdemir, M.T., Erol, S., Erol (Özöner), B., Akyılmaz, O., Güney, C., eds. (2001). İzmir Jeodezik Referans Sistemi-2001, *Teknik Rapor*, İTÜ 2000/2294, İstanbul Teknik Üniversitesi, İstanbul.
- Elhabiby, M.M., (2007). Wavelet Representation of the Geodetic Operators, *Doktora tezi*, Calgary Üniversitesi, Kanada.
- Förste, C., Flechtner, F., Schmidt, R., König, R., Meyer, U., Stubenvoll, R., Rothacher, M., Barthelmes, F., Neumayer, H., Biancale, R., Bruinsma, S., Lemoine, J.M. ve Loyer, S., (2006). A Mean Global Gravity Field Model From The Combination of Satellite Mission and Altimetry/ Gravimetry Surface Data- EIGEN-GL04C, *Geophysical Research Abstracts*, **8**, 03462.
- Förste, C., Flechtner, F., Schmidt, R., Meyer, U., Stubenvoll, R., Barthelmes, F., König, R., Neumayer, K.H., Rothacher, M., Reigber, R., Biancale, R., Bruinsma, S., Lemoine, J.M. ve Raimondo, J.C., (2005). A New High Resolution Global Gravity Field Model Derived From Combination of GRACE and CHAMP Missions and Altimetry/ Gravimetry Surface Gravity Data, *Geophysical Research Abstracts*, **7**, 04561.
- Gruber, T., (2004). Validation concepts for gravity field models from new satellite missions, *Proceedings*, İkinci Uluslararası GOCE Kullanıcıları Çalıştayı, 1-6, Bratislava.
- Haagmans, R., de Min, E. ve van Gelderen, M., (1993). Fast evaluation of convolution integrals on the sphere using 1D FFT and a comparison with existing methods for Stokes' integral, *Manuscripta Geodaetica*, **18:5**, 227-241.
- Heiskanen, W.A. ve Moritz, H., (1967). *Physical Geodesy*, W.H. Freeman, San Fransisco, USA.
- Lemoine, F.G., Kenyon, S.C., Factor, J.K., Trimmer, R.G., Pavlis, N.K., Chinn, D.S., Cox, C.M., Klosko, S.M., Luthcke, S.B., Torrence, M.H., Wang, Y.M., Williamson, R.G., Pavlis, E.C., Rapp, R.H. ve Olson, T.R., (1998). The Development of the joint NASA GSFC and NIMA Geopotential Model EGM96, *Teknik Rapor*, National Aeronautics and Space Administration, NASA/TP-1998-206861, Maryland.
- Reigber, Ch., Jochmann, H., Wunsch, J., Petrovic, S., Schwintzer, P., Barthelmes, F., Neumayer, K., H., König, R., Förste, Ch., Balmino, G., Biancale, R., Lemoine, J. M., Loyer, S. ve Perosanz, F., (2004). *Earth Gravity Field and Seasonal Variability from CHAMP*, Ed. Reigber, Ch., Lühr, H., Schwintzer, P., Wickert, J., In *Earth Observation with CHAMP - Results from Three Years in Orbit*, 25-30, Springer, Berlin.
- Rummel, R., Balmino, G., Johannessen, J., Visser, P. ve Woodworth, P., (2002). Dedicated gravity field missions-principles and aims. *Journal of Geodynamics*, **33**, 3-20.
- Schwintzer, P., (2005). *The Gravity Field of the Earth: Global Gravitational Geopotential Models*, Ed. Sanso, F., In *International School for the Determination and Use of the Geoid Lecture Notes*, 54-101, International Geoid Service, D.I.I.A.R., Milano.
- Tapley, B., Reis, J., Bettadpur, S., Chambers, M., Cheng, M., Condi, F., Gunter, B., Kang, Z., Nagel, P., Pastor, R., Pekker, T., Poole, S. ve Wang, F., (2005). GGM02-An Improved Earth gravity field model from Grace, *Journal of Geodesy*, **79:8**, 467-478.
-
- GOCE, (2006). European Space Agency, GOCE Mission resmi internet sayfası, <http://www2.jpl.nasa.gov/srtm>, (01.04.2007)
- ICGEM., (2005). International Center for Global Earth Models resmi internet sayfası <http://icgem.gfz-potsdam.de/ICGEM/>, (07.05.2007)
- KMS, (2002). Global Deniz serbest hava gravite alanı verisi, Danimarka Ulusal harita ve kadastro dairesi internet sayfası, <http://geodesy.spacecenter.dk/GRAVITY/>, (01.06.2007)
- SRTM, (2005). NASA Jet Propulsion Laboratory, Shuttle Radar Topography Mission internet sayfası, <http://www2.jpl.nasa.gov/srtm>, (01.06.2007)