itüdergisi/***d***
mühendislik
Cilt:8, Sayı:3, 3-11
Haziran 2009

Dairesel düşey kurbların kesin hesabı

Mehmet Zeki COŞKUN*, Orhan BAYKAL

İTÜ İnşaat Fakültesi, Ölçme Tekniği Anabilim Dalı, 34469, Ayazağa, İstanbul

Özet

Geçki düşey geometrisinde, iki doğru parçasını birleştirmek için daire yayı veya 2. derece parabolü kullanılmaktadır. Uygulamada, dairesel düşey kurblara ilişkin kırmızı kot ve kilometre hesaplarında kolaylık amacı ile bazı kabuller yapılarak yaklaşık çözümler uygulanmaktadır. Bir ulaştırma yapısının uygulama projesi, yapının tüm niteliklerini kapsar. Bu niteliklerin en önemlilerinden biri olan "geçki düşey geometrisi", ulaştırma yapısının gerçek (hatasız) düşey geometrisini temsil eder ve sayısal olarak kilometreler, kırmızı kotlar ve kırmızı çizgi eğimleri ile ifade edilir. Söz konusu sayısal büyüklükleri hata dereceleri bakımından üç ana gruba ayırmak mümkündür: Birinci gruptaki büyüklükler, hesap kolaylığı bakımından yuvarlak sayı seçilirler. İkinci gruptakilerin sayısal inceliği boy kesit çiziminin ölçeğine bağlıdır. İkinci gruptaki büyüklüklerin hataları küçüktür. Üçüncü gruptaki büyüklükler ise, bir hesap işlemi sonunda üretildiklerinden hataları diğer gruptakilerden daha büyüktür. Günümüzde demiryolları ve yüksek standartlı kara yolları için, hesapla bulunan kilometrelerin ve proje kotlarının varsayımlardan kaynaklanan hatalardan arındırılmış mm inceliğinde değerler kabul edilebilir hata sınırları içinde hesaplanmalıdır. Günümüzde bilgisayar teknolojisinin gelişmesi ile birlikte bu yaklaşık çözümlerin önemi kalmamıştır. Ayrıca demiryolları ve yüksek standartlı kara yolları için, hesapla bulunan kilometre ve kırmızı kotların mm inceliğinde değerler olması gerekmektedir. Bu nedenle dairesel düşey kurbların çözümünde kesin çözümün kullanılması daha uygun olacaktır. Bu yazıda düşey kurbların (daire ve 2. derece parabol) kesin çözümlerine ilişkin formüller türetilmiş ve çözümü anlatılmıştır. Örnek olarak alınan bir geçkide düşey geometriye ait ana ve ara noktaların kilometrelerinin ve kırmızı kotlarının, yaklaşık ve kesin hesapları yapılarak aradaki farklar gösterilmiştir.

Anahtar Kelimeler: *Düşey kurb, geçki, daire, parabol, düşey geçki tasarımı.*

*Yazışmaların yapılacağı yazar: Mehmet Zeki COŞKUN. coskun@itu.edu.tr; Tel: (212) 285 65 73.
Makale metni 30.01.2009 tarihinde dergiye ulaşmış, 25.03.2009 tarihinde basım kararı alınmıştır. Makale ile ilgili tartışmalar 30.09.2009 tarihine kadar dergiye gönderilmelidir. Bu makale, İTÜ Bilimsel Araştırma Projeleri birimi tarafından kısmi olarak desteklenmiştir.

Exact solution of circular vertical curves

Extended abstract

In the vertical geometry of the routes, circular curves or 2nd degree parabola are used for joining two straight lines. In practice, the approximate solutions are used with the aim of simplifying the calculation of heights and kilometers of circular vertical curves.

A transportation practice project covers all properties of the structure. One of the most important properties named "vertical geometry of the route" represents real geometry (with no errors) and is expressed by kilometers, elevations and gradients digitally. Those digital values can be divided into the tree parts by means of error levels: Group 1- The values chosen by creator (designer/drafter) with defined criteria (usually, radiuses of vertical circular curves or the lengths of parabolas in horizon plate, entry and exit gradients of back and forward tangents, kilometers of essential points of vertical curve (EPVC) which consist of beginning of vertical curve (BVC), end of vertical curve (EVC) and point of vertical intersection (PVI). Group 2- The values measured by means of graphically. Group 3- The values determined by calculation. The values in the second group are chosen as rounded numbers in order to simplify the computations. The numbers of the digits of the values in the second group are determined based on the scale of the longitudinal section. In most cases, the scale of the longitudinal section is 1:1000 thus the chainage values of the tangent points are obtained within the precision of 0.25 to 0.5 meters. The values in the group one are free of error while the second group values consist small errors. In third group, since the values in the third group are the products of a computation they have more errors according to the other two groups. In most textbooks the computation of vertical geometry is being thought without taking the errors introduced by omitting and assumptions into account. These errors are mainly introduced by not carrying out the computations using enough degrees of a formula which is in a series form or assuming that slope distances can be used as plane distances (Umar and Yayla 1994; Müller, 1984). The main reason of these assumptions is due to the limitations of the computations before 70s. Nowadays these limitations are over come by means of new computation techniques and instruments. And the computations can even be executed easily by a hand calculator.

The results of exact computations of circular and parabolic vertical curves are described. The basic concepts of the subject should be summarized prior to calculations. 1) The vertical geometry is designed by using the longitudinal section of horizontal geometry (original surface). All vertical geometry related calculations are to be carried out on a vertical plane defined by K, H perpendicular coordinate system.2) K axis shows the chainages. The points located on the same vertical line naturally will have the same chainages. All distances used in the calculations must be in horizontal plane.3) H shows the point heights. All distances used in the calculations must be in vertical plane. 4) All computations are carried out in stages. The number and the quality of the input values obtained as 1st, 2nd and 3rd group values should be good enough to achieve an unique solution for the stage calculation of a vertical geometry. If the number and the quality of the values are not suitable, the calculations can not be done. In case of having the number of the initial data more than required number, the obtained results are different depending on the calculation method used. The contradictions adverting to the real value concept as a result of these computations must be prevented.

The both methods, approximate solution and the exact solution, were applied to the profile data of sag and crest vertical curves to point out differences between two methods and the initial data. Two points are taken as an initial data on every curve and straight line for each. Nowadays, approximate solutions are not necessary due to the recent developments in computer technology. In addition, for the railroads and high standard roads the level of calculation precision should be in millimeter. For these reasons, the exact solutions are more suitable instead of approximate solutions. In this paper, equations of exact solution of vertical curves are evaluated and the solutions are explained. Differences of project heights and kilometers obtained from approximate and exact solutions are having been shown on a sample route.

Keywords: *Circular curves, route, circle, parabola, circular route design.*

Giriş

Geçki düşey geometrisi, doğru parçalarından ve bu doğru parçaları arasına yerleştirilen eğrilerden oluşur. Bu eğrilere düşey kurb adı verilir. Uygulamada daire yayı veya ikinci derece parabolü düşey kurb olarak kullanılmaktadır (Kissam 1966; Umar ve Yayla 1994; Easa 1999; Uren ve Price 2006).

Bir ulaştırma yapısının uygulama projesi, yapının tüm niteliklerini kapsar. Bu niteliklerin en önemlilerinden biri olan "geçki düşey geometrisi", ulaştırma yapısının gerçek (hatasız) düşey geometrisini temsil eder ve sayısal olarak kilometreler, kırmızı kotlar ve kırmızı çizgi eğimleri ile ifade edilir. Söz konusu sayısal büyüklükleri hata dereceleri bakımından üç ana gruba ayırmak mümkündür:

1. Belirli kriterler alınarak tasarımcı (projeci) tarafından seçilen büyüklükler (genellikle dairesel düşey kurb yarıçapları veya parabolik düşey kurbların yatay izdüşümü uzunlukları, kırmızı çizgi eğimleri, ara noktaların kilometreleri),
2. Boy kesit çizimi üzerinden ölçülerek bulunan büyüklükler (genellikle some noktalarının kilometreleri),
3. Hesapla bulunan büyüklükler.

Birinci gruptaki büyüklükler, hesap kolaylığı bakımından genellikle yuvarlak sayı seçilirler. İkinci gruptakilerin sayısal inceliği boy kesit çiziminin ölçeğine bağlıdır. Çoğunlukla boy kesit yatay ölçeği 1/1000 alındığından some noktalarının kilometreleri, 0.25-0.50 m arasında bir hata ile elde edilirler. Birinci gruptaki büyüklükler hatasızdır. İkinci gruptaki büyüklüklerin hataları küçüktür.

Üçüncü gruptaki büyüklükler ise, bir hesap işlemi sonunda üretildiklerinden hataları diğer gruptakilerden daha büyüktür.

Geçki düşey geometrisi, sayısal olarak, kilometreler ve kırmızı kotlarla ifade edilir. Günümüzde demiryolları ve yüksek standartlı kara yolları için, hesapla bulunan kilometrelerin ve kırmızı kotların varsayımlardan kaynaklanan hatalardan arındırılmış mm inceliğinde değerler kabul edilebilir hata sınırları içinde hesaplanmalıdır.

Konuyla ilgili ders ve uygulama kitaplarının çoğunda dairesel düşey kurbların hesabı, hata düzeyi dikkate alınmaksızın, ihmal ve varsayımlara dayandırılmaktadır. Bu ihmal ve varsayımlar genellikle, bir eşitliği seriye açılarak ilk terimini dikkate almak, eğik veya eğri bir uzunluğu yatay veya düşey izdüşümü uzunluğu olarak kabul etmek şeklindedir (Umar ve Yayla 1994; Müller 1984). Söz konusu yaklaşık hesap yolunun başlıca nedeni, 1970'li yıllardan önce tüm uygulayıcıların yaşamış oldukları sayısal hesap yapma darboğazıdır. Ancak günümüzde bu darboğaz tümü ile aşılmış olup düşey kurbların kesin hesabı, cep makineleriyle dahi kolaylıkla yapılabilmektedir. İlgili yayınlarda karşılaşılan diğer bir husus da, parabolik düşey kurb hesaplarına ilişkin açıklamaların oldukça karmaşık ve zor anlaşılır olmasıdır (Müller 1984; Umar ve Yayla 1994; Evren 2002).

Bu makalede, dairesel ve parabolik düşey kurblar için, kesin hesap yolları açıklanacak ve yaklaşık yollardaki ihmal ve kabullerin sonuçları etkileme derecesi, sayısal örnekler üzerinde gösterilecektir.

Düşey kurbların kesin hesabı

Bu bölümde, dairesel ve parabolik düşey kurbların, ihmal ve kabullere yer vermeyen kesin hesabı açıklanacaktır. Ancak, daha önce, önemli bazı kavramların kısaca tekrarında yarar görülmektedir.

- Geçki düşey geometrisinin tasarımı, geçki yatay geometrisine ait boy kesit (siyah çizgi) üzerine yapılır. Tüm düşey geometri hesaplarının, bir düşey düzlem oluşturan K, H dik koordinat sisteminde (Şekil 1 ve Şekil 2) yapılması zorunludur.
- K yatay ekseni noktaların kilometrelerini gösterir. Bir geçki noktasının kilometresi, seçilen bir başlangıç noktasından itibaren geçki boyunca ölçülen yatay izdüşümü (plan) uzunluğudur. Bir düşey doğrultu üzerindeki tüm noktaların kilometreleri birbirine eşittir.

Bir geçki noktasının kilometresinin hesabında kullanılacak uzunluklar, kesinlikle yatay izdüşümü uzunlukları olmalıdır.

- H düşey ekseni noktaların kotlarını gösterir. Kot hesabında düşey izdüşümü uzunluklarının kullanılması zorunludur.
- Geçki düşey geometrisine ilişkin hesaplar bölümler halinde yapılır. Hesaplanacak bölüm, bir önceki (hesaplanmış) bölümlerde yer alan düşey kurbun son noktası ile hesaplanacak bölüm içinde bulunan düşey kurbun S_n noktası arasında kalan geçki parçasıdır. Hesaba başlayabilmek için bilinmesi gereken büyüklükler "başlangıç verileridir.

Burada dikkat edilmesi gereken en önemli nokta 1., 2. ve 3. Grup büyüklüklerden oluşan başlangıç verilerinin, hesaplanacak bölümün düşey geometrisini tek anlamlı ifade etmeye yetecek sayıda ve nitelikte olmasıdır. Bu büyüklükler sayı ve nitelik bakımından yetersiz ise hesap yapılamaz (örneğin; bir üçgenin üç iç açısının bilinmesi). Başlangıç verilerinin sayıca yeterinden fazla olması durumunda ise, hesaplanacak büyüklük için, hesap yoluna bağlı olarak birden çok ve birbirinden farklı değerler elde edilir. Gerçek değer kavramına tümüyle aykırı olan bu tür çelişkilerin oluşması kesinlikle önlenmelidir.

Dairesel düşey kurbun kesin hesabı

Dairesel düşey kurb hesabında, uygulamada en çok karşılaşılan başlangıç verileri şunlardır (Şekil 1).

1. grupdaki veriler: $\overline{S_{n-1},S_n}$ ve $\overline{S_n,S_{n+1}}$ kırmızı çizgi kollarının g_1 ve g_2 eğimleri (işaretleri önemlidir), R kurb yarıçapı, ara noktaların K_j kilometreleri (bu veriler belirli kriterler dikkate alınarak projeci tarafından seçilir).
2. gruptaki veriler: S_n, S_{n+1} some noktalarının K_{S_n}, $K_{S_{n+1}}$ kilometreleri (bu veriler, boy kesit çizimi üzerinden ölçülerek bulunurlar)
3. gruptaki veriler: bir önceki kurbun son noktası TF_{n-1} in kilometresi ($K_{TF_{n-1}}$) ve kotu ($H_{TF_{n-1}}$) ile S_n some noktasının kotu (H_{S_n}). Bu veriler, bir önceki kurba ait hesaplardan bilinmektedir.

Hesabı kolaylaştırmak amacıyla K ve H dik koordinat sisteminin orijini, eksenler paralel kalacak şekilde TO_n noktasına kaydırılırsa x,y dik koordinat sistemi elde edilir (Şekil 1). Düşey kurbun geometrisi ne olursa olsun (dere veya tepe kurb), x ekseninin pozitif yönü kilometrelerin artış yönünü, y ekseninin pozitif yönü ise kotların artış yönünü göstermelidir.

(X,Y) dik koordinat sisteminde dairesel düşey kurbun denklemi

$$(x-x_m)^2+(y-y_m)^2=R^2 \tag{1}$$

dir. Burada x_m, y_m M kurb merkezinin koordinatlarıdır. Dairesel düşey kurb, aşağıdaki sınır değerleri sağlamalıdır:

$$x=x_{TO_n}=0 \;\; için \;\; y=y_{TO_n}=0 \tag{2}$$

$$x=x_{TO_n}=0 \;\; , \;\; y=y_{TO_n} \;\; için \;\; y'=g_1=0 \tag{3}$$

$$x=x_{TF_n}=t_1+t_2 \;\; için \;\; y=y_{TF_n}=t_1g_1+t_2g_2 \tag{4}$$

$$\begin{aligned} &x=x_{TF_n}=t_1+t_2 \;\; , \;\; y=y_{TF_n}=t_1g_1+t_2g_2 \\ &için \;\; y'=g_2 \end{aligned} \tag{5}$$

(1)'in türevi

$$(x-x_m)+(y-y_m)y'=0 \tag{6}$$

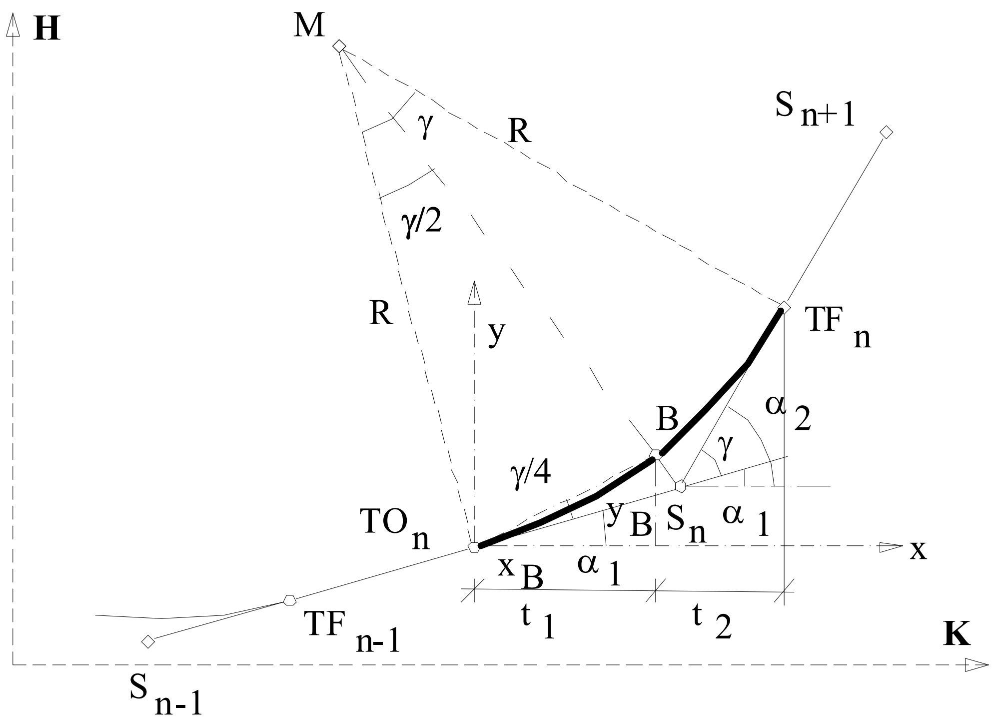
olduğuna göre (2) sınır değerleri (1)'de, (3) sınır değerleri (6)'da yerine konarak

$$\begin{aligned} x_m &= \pm\frac{-g_1R}{\sqrt{1+g_1^2}} \\ y_m &= \frac{R}{\sqrt{1+g_1^2}} \;\; \begin{Bmatrix} dere\,kurb\,için\,+ \\ tepe\,kurb\,için\,- \end{Bmatrix} \end{aligned} \tag{7}$$

bulunur. (1) ve (7) den dairesel düşey kurbun denklemi

Dere kurb için;

$$y=-\sqrt{R^2-(x+\frac{g_1R}{\sqrt{1+g_1^2}})^2}+\frac{R}{\sqrt{1+g_1^2}} \tag{8}$$



Şekil 1. Dairesel düşey kurb

Tepe kurb için;

$$y = +\sqrt{R^2 - (x - \frac{g_1 R}{\sqrt{1+g_1^2}})^2} - \frac{R}{\sqrt{1+g_1^2}} \tag{9}$$

elde edilir. (8) ve (9)'da g_1 eğiminin işareti mutlaka dikkate alınmalıdır.

(4) ve (5) sınır değerleri yardımıyla t_1 ve t_2 yatay izdüşümü uzunlukları (Şekil 1), g_1, g_2 ve R ye bağlı olarak ifade etmek mümkündür. Ancak bu yolla oldukça karmaşık ve kullanışsız eşitlikler elde edildiğinden aşağıdaki hesap bağıntılarının daha uygun olduğu düşünülmektedir (Şekil 1).

$$t_1 = R\tan\frac{\gamma}{2}\cos\alpha_1\,, \quad t_2 = R\tan\frac{\gamma}{2}\cos\alpha_2 \tag{10}$$

burada

$$\begin{aligned} &\alpha_1 = \arctan g_1\,, \\ &\alpha_2 = \arctan g_2 \\ &\gamma = |\alpha_1 - \alpha_2| \end{aligned} \tag{11}$$

olup α_1 ve α_2 eğim açıları ile γ açısı 0.001 mgon inceliğinde hesaplanılmalı, γ'nin hesabında α_1 ve α_2 açılarının işaretleri mutlaka dikkate alınmalıdır.

B kurb orta noktası için Şekil 1'den

$$x_B = 2R\sin\frac{\gamma}{4}\cos(\alpha_1 \pm \frac{\gamma}{4}) \quad \begin{Bmatrix} Dere\,kurb\ için\ + \\ Tepe\,kurb\ için\ - \end{Bmatrix} \tag{12}$$

yazılabilir. Bu eşitlikte α_1 açısı işaretiyle konulmalıdır. y_B değeri (8) veya (9) dan hesaplanır.

Düşey kurblarda ekstrem noktalar (dere kurbda en düşük kotlu, tepe kurbda en yüksek kotlu noktalar), köprü, menfez, üst geçit gibi sanat yapılarının projelendirilmesinde önemli olabilir. (8) ve (9)'un x'e göre türevi sıfıra eşitlenerek E ekstrem noktası için

$$x_E = \pm\frac{-g_1 R}{\sqrt{1+g_1^2}} \quad \begin{Bmatrix} Dere\,kurb\ için\ + \\ Tepe\,kurb\ için\ - \end{Bmatrix} \tag{13}$$

elde edilir (g_1 in işareti dikkate alınacaktır). y_E değeri (8) veya (9) dan hesaplanır. E ekstrem noktası dere kurblarda $g_1 < 0$, $g_2 > 0$, tepe kurblarda $g_1 > 0$, $g_2 < 0$ için kurb içinde bulunur. Diğer durumlarda, kırmızı çizgi sürekli olarak yükseldiği veya alçaldığı için ekstrem nokta yoktur.

Parabolik düşey kurbların kesin hesabı
Parabolik düşey kurb hesabında başlangıç verileri, dairesel düşey kurbun başlangıç verileri ile aynıdır. Tek fark, R kurb yarıçapı yerine L parabolik düşey kurb yatay izdüşümü uzunluğunun projeci tarafından seçilmesidir. Hesapları kolaylaştırmak için dairesel kurblarda yapıldığı gibi, x, y dik koordinat sisteminden (Şekil 2) yararlanılacaktır. Parabolik düşey kurbun denklemi

$$y = ax^2 + bx + c \quad , \quad y' = 2a + b \tag{14}$$

$$x = x_{TO_n} = 0 \;\; için \;\; y = y_{TO_n} = 0 \tag{15}$$

$$x = x_{TO_n} = 0 \;\; için \;\; y' = g_1 \tag{16}$$

$$x = x_{TF_n} = L \;\; için \;\; y = y_{TF_n} = t_1 g_1 + t_2 g_2 \tag{17}$$

$$x = x_{TF_n} = L \;\; için \;\; y' = g_2 \tag{18}$$

(15), (16) ve (18) sınır değerleri (14) de yerine konarak parabol denkleminin katsayıları elde edilir.

$$c = 0\,,\; b = g_1\,,\; a = \frac{g_2 - g_1}{2L} = \frac{G}{2L} \tag{19}$$

ve parabolün denklemi

$$y = \frac{G}{2L}x^2 + g_1 x\,,\;\; y' = \frac{G}{L}x + g_1 \tag{20}$$

dir. (G'nin hesabında g_1 ve g_2 eğimlerinin işaretleri dikkate alınmalıdır).

(17) sınır değeri (19) da yerine konur ve Şekil 2 ye göre $t_2 = L - t_1$ olduğu dikkate alınırsa

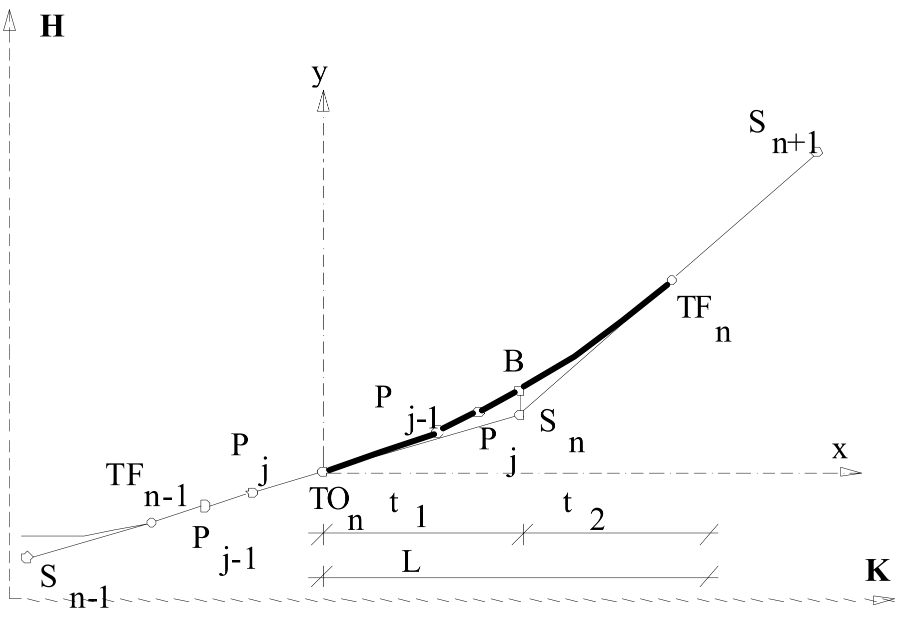
$$t_1 = t_2 = \frac{L}{2} \tag{21}$$

sonucuna ulaşılır.

S_n some noktasından geçen düşey doğrultu üstündeki B noktası koordinatları, Şekil 2, (19) ve (21)'e göre

$$x_B = t_1 = \frac{L}{2} \quad , \quad y_B = -\frac{GL}{8} + \frac{g_1 L}{2} \tag{22}$$

olur. Ekstrem nokta (E) için



Şekil 2. Parabolik düşey kurb

$$x_E = -\frac{g_1 L}{G} \ , \ y_E = -\frac{g_1^2 L}{2G} \tag{23}$$

bulunur. Dere kurblarda $g_1 < 0$, $g_2 > 0$ için, tepe kurblarda $g_1 > 0$, $g_2 < 0$ için kurb içinde bir ekstrem nokta vardır. Diğer durumlarda, kırmızıçizgi sürekli olarak yükseldiği veya alçaldığı için, ekstrem nokta yoktur.

Hesapların yapılışı

Hesap işlemi, geçki düşey geometrisinin TF_{n-1} ile TF_n noktaları arasındaki bölümünü kapsar. Önce ana noktaların (TO_n, B, E, TF_n) kilometreleri, daha sonra tüm ana ve ara noktaların kırmızı kotları hesaplanır.

Kırmızı kot hesabında değişik yollar izlenebilir. Bunlardan biri, hesaplanan bir kotun bir sonraki nokta kotunun hesabında bilinen değer olarak kullanılmasıdır.

Aşağıdaki açıklamalarda, bilgisayar yazılımına uygun olması ve kesin hesap kontrolü olanağı vermesi nedeniyle, bu hesap yolu esas alınacaktır.

1.) Ana nokta kilometreleri

$$\begin{aligned} K_{TO_n} &= K_{S_n} - t_1 \ , \ K_{TF_n} = K_{S_n} + t_2 \\ K_B &= K_{TO_n} + x_B \ , \ K_E = K_{TO_n} + x_E \end{aligned} \tag{24}$$

t_1, t_2, x_B ve x_E değerleri, dairesel kurb için (11) ve (10), (12), (13) eşitliklerinden, parabolik kurb için (21), (22), (23) eşitliklerinden hesaplanır.

2.) S_{n+1} some noktasının kotu

$$H_{S_{n+1}} = H_{S_n} + (K_{S_{n+1}} - K_{S_n})g_2 \tag{25}$$

3.) TF_{n-1} , TO_n doğru parçasına ait noktaların kırmızı kotları (Şeki1 1 ve 2)

kilometreleri;

$$K_{TF_{n-1}} < K_j < K_{TO_n} \quad , \quad j = P_1, P_2, \ldots, TO_n \tag{26}$$

şartını sağlayan bu noktaların kırmızı kotlarının hesabında

$$\begin{aligned} H_{P_1} &= H_{TF_{n-1}} + (K_{P_1} - K_{TF_{n-1}})g_1 \\ H_{P_2} &= H_{P_1} + (K_{P_2} - K_{P_1})g_1 \\ &\ldots \\ H_{P_j} &= H_{j-1} + (K_j - K_{j-1})g_1 \end{aligned} \tag{27}$$

eşitlikleri kullanılır. Hesabın sonunda TO_n noktasının kırmızı kotu elde edilir.

4.) Birinci hesap kontrolü: TO_n noktasının kotu bir kez de

$$H_{TO_n} = H_{S_n} - g_1 t_1 \tag{28}$$

bağıntısından hesaplanır. TO_n noktasına ait iki kot değeri, kabul edilen incelikte (genellikle mm) birbirine eşit olmalıdır.

5.) TO_n ve TF_n noktaları arasında kalan (düşey kurba ait) noktaların kırmızı kotları kilometreleri;

$$K_{TO_n} < K_j < K_{TF_n} \ , \ j = P_1, P_2, \ldots, B, \ldots, E, \ldots, TF_n \tag{29}$$

şartını sağlayan bu noktaların kırmızı kotları

$$\begin{aligned} H_{P_1} &= H_{TO_n} + y_1 , \\ H_{P_2} &= H_{P_1} + (y_2 - y_1) \\ &\ldots \\ H_j &= H_{j-1} + (y_j - y_{j-1}) \end{aligned} \tag{30}$$

eşitlikleri ile hesaplanır. y_j değerlerinin hesabında dairesel kurb için (8) veya (9) bağıntıları, parabolik kurb için (20) veya (19) bağıntıları kullanılır. x apsisleri için

$$x_j = K_j - K_{TO_j} \tag{31}$$

eşitlikleri geçerlidir. Hesap işlemi TF_n noktasının kırmızı kotuyla son bulur.

6.) İkinci hesap kontrolü

TF_n noktasının kotu bir kez de

$$H_{TF_n} = H_{S_n} + g_2 t_2 \tag{32}$$

eşitliği ile hesaplanır. Bu noktaya ait kot değerinin, kabul edilen incelikte (genellikle mm) birbirine eşit olması gereklidir.

Uygulama

Dairesel düşey kurbun yaklaşık ve kesin hesabına ilişkin farkları sayısal olarak göstermek amacıyla Şekil 3'deki kırmızı çizgi her iki yöntemle hesaplanmıştır. Hesap için başlangıç verileri Tablo 1'de verilmiştir.

Tablo 1'de S_0 noktasının kotu başlangıç verisi olarak alınmış, parantez içindeki diğer kotlar hesaplanmıştır. Ayrıca her bir kurb ve doğru parçası üstünde ikişer ara noktanın kilometreleri de başlangıç verisi olarak alınmıştır.

Yaklaşık kurb hesabı Umar ve Yayla 1994'de açıklanan hesap bağıntıları ile yapılmış, yaklaşık ve kesin hesap sonuçları ve bu sonuçlar arasındaki farklar Tablo 2'de özetlenmiştir.

Tablo 2'den görüldüğü gibi kilometreler arasındaki farklar –1114 mm ile +602 mm arasında, kırmızı kotlar arasındaki farklar ise –78 mm ile +78 mm arasında değişmektedir.

Tablo 1. Başlangıç verileri

Some No	Kilometre K (km+m)	Yarıçap R (m)	Kot H (m)	Eğim g
S_0	0+000	-	500	
				+0.07
S_1	0+500	10000	(535)	
				+0.05
S_2	0+1500	10000	(585)	
				-0.02
S_3	2+500	10000	(565)	
				-0.07
S_4	3+500	10000	(495)	
				-0.05
S_5	4+500	10000	(445)	
				+0.02
S_6	5+500	10000	(465)	
				+0.07
S_7	6+000	-	(500)	

Tablo 2. Dairesel düşey kurbların yaklaşık ve kesin hesabının karşılaştırılması

Yaklaşık K (km+m)	*Hesap* H (m)	Kesin K (km+m)	Hesap H (m)	Fark ΔK (mm)	ΔL (mm)
0+000	500.000	0+000	500.000	-	-
0+300	521.000	0+300	521.000	-	-
0+400	528.000	0+400.602	528.042	602	42
0+450	531.375	0+450	531.377	-	2
0+500	534.500	0+500.030	534.504	30	4
0+550	537.375	0+550	537.377	-	2
0+600	540.000	0+599.517	539.976	-483	-24
0+700	545.000	0+700	545.000	-	-
1+000	560.000	1+000	560.000	-	-
1+150	567.500	1+150.515	567.526	515	26
1+300	573.875	1+300	573.880	-	5
1+500	578.875	1+500.092	578.881	92	6
-	-	1+649.891	580.003	-	-
1+700	579.875	1+700	579.877	-	2
1+850	578.000	1+849.851	578.003	-149	3
2+000	575.000	2+000	575.000	-	-
2+150	572.000	2+150	572.000	-	-
2+250	570.000	2+250.555	569.989	555	-11
2+350	567.500	2+350	567.505	-	5
2+500	561.875	2+499.860	561.891	-140	16
2+650	554.000	2+650	554.008	-	8
2+750	547.500	2+748.886	547.578	-1114	78
2+900	537.000	2+900	537.000	-	-
3+200	516.000	3+200	516.000	-	-
3+400	502.000	3+400.602	501.958	602	-42
3+450	498.625	3+450	498.623	-	-2
3+500	495.500	3+500.030	495.496	30	-4
3+550	492.625	3+550	492.623	-	-2
3+600	490.000	3+599.517	490.024	-483	24
3+750	482.500	3+750	482.500	-	-
4+000	470.000	4+000	470.000	-	-
4+150	462.500	4+150.515	462.474	515	-26
4+300	456.125	4+300	456.121	-	-4
4+500	451.125	4+500.092	451.120	92	-5
-	-	4+669.891	449.997	-	-
4+750	450.500	4+750	450.499	-	-1
4+850	452.500	4+849.852	451.997	-148	-3
5+000	455.000	5+000	455.000	-	-
5+150	458.000	5+150	458.000	-	-
5+250	460.000	5+250.555	460.011	555	11
5+350	462.500	5+350	462.495	-	-5
5+500	468.125	5+499.860	468.109	-140	-16
5+650	476.000	5+650	475.992	-	-8
5+750	482.500	5+750.886	482.422	-1114	-78

Sonuç

Bu çalışmada dairesel ve parabolik düşey kurbların kesin hesabına ilişkin hesap bağıntıları türetilmiş ve bilgisayar tasarımına uygun, kesin hesap yolu açıklanmıştır. Ayrıca dairesel düşey kurbların, literatürde verilen yaklaşık hesap yolu, kesin hesap yoluyla sayısal örnek üzerinde karşılaştırılmıştır. Tablo 2'den görüldüğü gibi iki hesap yoluna ait sonuçlar arasındaki farklar kilometrelerde 1 m'yi aşmakta, kırmızı kotlarda ise 8 cm'ye ulaşmaktadır. Bu farklar $R = 10000\,\text{m}$ kurb yarıçapı için elde edilmiştir. Yarıçap büyüdükçe farkların artacağı açıktır.

Günümüzde demiryolu ve önemli karayolu geçkilerine ilişkin hesaplarda kilometrelerin ve kırmızı kotların mm inceliğinde hesaplanması gerekli görüldüğü dikkate alınırsa, yukarıdaki farklar ihmal edilemez büyüklüktedir. Bilgisayar teknolojisinin yarattığı hesap yapma kolaylığı da düşünülerek, dairesel düşey kurbların hesabında kesin hesap bağıntılarının kullanılması son derece uygun olacaktır.

Kaynaklar

Easa, S., M.; (1999): Optimum Vertical Curves for Highway Profiles; *ASCE, Journal of Surveying Engineering*, **125,** 3, 147-157

Evren, G.; (2002):Demiryolu; Birsen Yayınevi, İstanbul

Kissam, P., Highway Curves, Fourth Edition, John Wiley & Sons Inc., London, 1966.

Müller, G., (1984). Ingenieurgeodaesie – Verkehrsbau – Grundlagen, VEB Verlag für Bauwesen, Berlin.

Umar, F., Yayla, N., (1984). Yol İnşaatı, IV Baskı, İTÜ, İnşaat Fak., İstanbul.

Uren, J., Price, W., F., (2006). Surveying for Engineers; 4th edition, Palgrave Macmillan, New York, USA.