itüdergisi/***d***
mühendislik
Cilt:9, Sayı:5, 113-120
Ekim 2010

Lineer neutral bir sistem için durum geri beslemeli kontrol problemi

Bayram Barış KIZILSAÇ*, Ulviye BAŞER

İTÜ Fen Bilimleri Enstitüsü, Sistem Analizi Programı, 34469, Ayazağa, İstanbul

Özet

Bu çalışmada durumunun gecikmesi zaman değişkenli, durumunun zamana göre birinci türevinin gecikmesi sabit olan lineer neutral bir sistemin asimptotik kararlılığı için yeterli koşullar Lyapunov-Krasovskii yaklaşımı ile sistemin durumundaki gecikmeye bağımlı, durumunun zamana göre birinci türevindeki gecikmeden bağımsız olarak Lineer Matris Eşitsizliği (LME) cinsinden elde edilmiştir. Daha sonra sistemi asimptotik kararlı hale getirmek için, durum geri besleme kontrol kuralı bir kontrol girdisi vasıtası ile sisteme uygulanarak, kapalı çevrim sistemi elde edilmiştir. Elde edilen sistemin asimptotik kararlılığı için yeterli koşullar yine Lyapunov-Krasovskii yaklaşımı ile sistemin durumundaki gecikmeye bağımlı, durumunun zamana göre birinci türevindeki gecikmeden bağımsız olarak LME cinsinden elde edilmiştir. Elde edilen LME, Matlab LMI Toolbox paket programı ile çözülmüştür. Bu çalışmada, literatürdeki benzer çalışmalarda bulunan durum gecikmesinin zamana göre birinci türevinin birden küçük bir sayıya eşit olma şartı ortadan kaldırılmıştır. Burada yeterli koşullar simetrik bir LME'nin negatif belirli bir matris olması ile elde edilmiştir. Elde edilen LME'nin negatif belirli olması için köşegenindeki tüm elemanlarının negatif olmaları gerekmektedir. Durum gecikmesinin zamana göre birinci türevi birden büyük bir sayı olduğunda LME'nin köşegenine negatif olmayan bir terim gelmektedir. Burada bu sorunu ortadan kaldırmak için LME'yi elde etme aşamasında elde edilen eşitsizliğe sıfıra eşit olan bir terim eklenerek LME'nin sorun çıkaran köşegen elemanına serbest olarak seçilebilen bir terimin eklenmesi sağlanmıştır. Son olarak elde edilen sonuçlar örnekler üzerinde uygulanıp elde edilen sayısal değerler diğer çalışmalarla karşılaştırılmıştır.

Anahtar Kelimeler: *Durum gecikmesi, Asimptotik kararlılık, lineer matris eşitsizliği.*

*Yazışmaların yapılacağı yazar: Bayram Barış KIZILSAÇ. kizilsac@itu.edu.tr; Tel: (212) 285 31 58.
Bu makale, birinci yazar tarafından İTÜ Fen Bilimleri Enstitüsü, Sistem Analiz Programı'nda tamamlanmış olan "Lineer zaman gecikmeli sistemler için H_∞ kontrol problemleri" adlı doktora tezinden hazırlanmıştır. Makale metni 26.01.2009 tarihinde dergiye ulaşmış, 08.02.2009 tarihinde basım kararı alınmıştır. Makale ile ilgili tartışmalar 31.01.2011 tarihine kadar dergiye gönderilmelidir.

State feedback control problem for a class of linear neutral systems

Extended abstract

The mathematical system representations of some physical and biologic control problems depend also on the states of the systems in the past. Systems of this type are called as time delay systems. The delay may also be on the first time derivative of the states of the systems. These types of systems constitute the general form of the time delay systems and are named as neutral systems. The delay, depending on the system considered can be constant or time varying, and the time delay systems are investigated as a separate class of dynamical systems. The existence of the time delay in any system, can cause to instability and bad performance. This is the reason why the stability and the performance analyses of this type of systems became important both in the theoretical and the practical means. The time delay systems are separated to two classes as, systems that can be represented with, a system of first order ODE's and the system of first order PDE's. In this article the time delay systems belonging to the first class are investigated..

In the years 1990's, the time delay systems are classified as independent of the delay and as depended to the delay. In the case of independent of the delay, the system is stable for all positive values of the delay but for dependent to delay systems, the system is stable for only some positive values of the delay and unstable for the other values.

In this article, at first, the model representation of a linear time delay system is introduced, in which the state has a time varying delay and the first time derivative of the state has a constant delay. The sufficient conditions for the asymptotic stability of the system is obtained as linear matrix inequality by the Lyapunov-Krosovskii approach as dependent to the delay of the state of the systems but independent of the delay in the first time derivative of the state. According to the Lyapunov-Krasovskii approach, the system is stable if the first time derivative of the Lyapunov-Krasovskii functional which is constructed for the system is less than zero. In this work, by writing the first time derivative of the functional in terms of a vector and a matrix, it is shown that it is less than zero by obtaining the matrix as a negative defnite matrix.

Aiming to stabilize the time delay systems, state feedback control problems are investigated in the literature. The state feedback control problem is to investigate the closed loop system which can be obtained by appyling a control input to the system. In state feedback control problems the control input is constructed with the state of the system and a regulating matrix.

In this article, it is also constructed a state feedback control problem for the system given in the first section. The sufficient conditions for the asymptotic stability of the closed loop system is abtained in terms of linear matrix inequality again by the Lyapunov Krasovskii approach as dependent to the delay of the state of the system but independent of the delay in the first time derivative of the state.

In the literature,in most of the articles, there is a restriction on the first time derivative of the delays of time delay systems as it has to be less than one. In this article, this restriction is removed by adding a term which is equal to zero to the first time derivative of the Lyapunov-Krasovskii functional. Here the sufficient conditions are obtained with the matrices which are negative definite symetric matrices. For these types of matrices it is necesarry that their elements on the diagonal are all negative. Here, when the first time derivative of the delay is greater than one, nonnegative terms appear on the diagonal of the matrices. This problem is solved by adding a zero term on the first time derivative of the Lyapunov-Krasovskii functional. This provides to define a free parameter on the diagonals in order to make them negative in spite of a first time derivative of the delay function that is greater one.

At last, the theoretical results obtained are applied to examples and the values obtained for the upper limit of the time delay are given in tables.

Keywords: *State Delay, asymptotic stability, linear matrix inequality.*

.

Giriş

Herhangi bir sistemde zaman gecikmesinin varlığı sistemde kötü performansa ve kararsızlığa yol açabilir. Bu yüzden bu tip sistemlerin asimptotik kararlılığının incelenmesi teorik ve pratik açıdan önemlidir (Hale ve Lunel, 1991; Mahmoud, 2000; Niculescu vd., 1998). Lyapunov-Krasovskii yaklaşımı ile gecikmeye bağımlı olarak, sabit gecikmelere sahip lineer neutral sistemlerin asimptotik kararlılığı için yeterli koşullar LME'ler cinsinden Yue ve Han (2004), Ivanescu ve diğerleri (2003) ve Han (2005)'de, zaman değişkenli durum gecikmesine sahip lineer neutral sistemler içinde Park (2002)'de elde edilmiştir. Fakat Park (2002)'de sistemin durum gecikmesinin zamana göre birinci türevinin birden küçük bir sayıya eşit olma şartı vardır, yani gecikme fonksiyonu zamana göre yeterince hızlı değişen bir fonksiyon olarak seçilememektedir.

Gecikmeli sistemleri kararlı hale getirmek için durum geri beslemeli kontrol problemleri de incelenmiştir. Sabit gecikmelere sahip lineer neutral sistemler için durum geri beslemeli kontrol problemi Wu ve diğerleri (2004) ve Xu ve diğerleri (2003)'de, zaman değişkenli gecikmeye sahip neutral olmayan lineer sistemler için ise Zhang ve diğerleri (2005)'de incelenmiştir. Fakat bu çalışmada da durum gecikmesinin zamana göre birinci türevinin birden küçük olma şartı vardır.

Bu çalışmada ilk önce durum gecikmesi zaman değişkenli olan lineer neutral bir sistemin asimptotik kararlılığı için yeterli koşullar Lyapunov-Krasovskii yaklaşımı ile LME cinsinden elde edilmiştir. Daha sonra bu sistemi kararlı hale getirmek için durum geri beslemeli kontrol problemi çözülmüştür. Burada incelenen sistemler için yeterli koşullar sistemlerin durumlarındaki gecikmeye bağımlı, durumlarının zamana göre birinci türevinin gecikmesinden bağımsız olarak ve durumlarının gecikmesinin zamana göre birinci türevinin üzerinde herhangi bir şart olmaksızın elde edilmişlerdir.

Burada matrisler büyük harflerle, vektörler ve skalerler ise küçük harflerle gösterilmiştir. $h(t)$ ile, t zaman değişkeninin skaler değerli fonksiyonu, $\dot{x}(t)$ ile de $x(t)$ vektör fonksiyonunun zamana göre birinci türevi gösterilmiştir. R^n ile n-boyutlu lineer vektör uzayı, $R^{n\times m}$ ile $n\times m$ boyutlu gerçel matrislerin kümesi, herhangi gerçel ve simetrik bir M matrisi için $M>0, (M<0)$ ile pozitif (negatif) belirlilik, $(.)^T$ ile tranzpoz alma işlemi, $2A^TB$ ile de A^TB+B^TA gösterilmiştir. Herhangi bir $\tau>0$ skaler sayısı için, $C_{\tau,n}=C([-\tau,0]), R^n)$ ile $[-\tau,0]$ aralığını R^n'ye, $\|\phi\|=\sup_{n\in[-\tau,0]}|\phi(n)|$ olarak tanımlanmış $\|\phi\|$ normu ile götüren sürekli fonksiyonlar uzayı gösterilmiştir.

Sistemin tanıtılması

Aşağıdaki n. mertebe zaman değişkenli lineer neutral sistem ele alınsın:

$$
\begin{aligned}
&\dot{x}(t)=Ax(t)+A_1x(t-h(t))+E\dot{x}(t-d)\\
&x(t_0+\theta)=\phi(\theta),\quad \forall\theta\in[-\tau,0],\\
&(t_0,\phi)\in R^+\times C_{\tau,n}.
\end{aligned}
\tag{1}
$$

Burada $x(t)\in R^n$ sistemin durumunu karakterize eden vektör fonksiyonu, A, E, A_1 sabit ve uygun boyutlu sistem matrisleri, $h(t)$ ise zaman değişkenli diferansiyellenebilir ve her $t\geq 0$ için

$$0<h(t)\leq\bar{h}<\infty,\quad \dot{h}(t)\leq\mu<\infty \tag{2}$$

koşullarını sağlayan gerçel değerli gecikme fonksiyonu, d pozitif sabit gecikme, $\tau=\max\{\bar{h},d\}$ olmak üzere, $\phi(\cdot)$ $[-\tau,0]$ üzerinde verilmiş sürekli bir fonksiyondur. (1) sisteminin kararlılığı için, $\mu: C[-\tau,0]\to R^n$, $\mu(x_t)=x(t)-Ex(t-d)$ şeklindeki türev operatörü için aşağıdaki varsayım yazılmalıdır.

Varsayım 1: $\|\cdot\|$ herhangi bir matris normu göstermek üzere, $\|E\|<1$ olmalıdır. Bu $\mu(x_t)=0$'ın asimptotik kararlılığı için yeterli koşuldur (Hale ve Lunel, 1991).

Lemma 1: Herhangi $\Theta>0$ matrisi, $\sigma>0$ gerçel sayısı ve $w:[0,\sigma]\to R^m$ vektör fonksiyonu için

$$\sigma\int_0^{\sigma} w^T(s)\Theta w(s)ds \geq \left(\int_0^{\sigma} w(s)\,ds\right)^T \Theta\left(\int_0^{\sigma} w(s)ds\right) \quad (3)$$

eşitsizliği geçerlidir (Park, 2004).

Schur Komplementi: $A_1 = A_1^T$, $0 < A_2 = A_2^T$ olarak A_1, A_2, A_3 matrisleri verilsin o zaman

$$\begin{bmatrix} A_1 & A_3^T \\ A_3 & -A_2 \end{bmatrix} < 0 \text{ veya } \begin{bmatrix} -A_2 & A_3 \\ A_3^T & A_1 \end{bmatrix} < 0$$

matris eşitsizlikleri $A_1 + A_3^T A_2^{-1} A_3 < 0$ matris eşitsizliğine denktir (Mahmoud, 2000).

Kararlılık için yeterli koşulların elde edilmesi

Teorem 1: $\bar{h} > 0, \mu, \varepsilon > 0$ sayıları verilsin ve $\mu(x_t)$ kararlı bir operatör olsun. Bu takdirde aşağıdaki simetrik LME'yi sağlayan uygun boyutlu simetrik

$$P > 0,\ Q > 0,\ R > 0,\ W > 0 \quad (5)$$

matrisleri ve herhangi N_1, N_2 matrisleri varsa (1) sistemi gecikmeye bağımlı olarak asimptotik kararlıdır

$$\begin{bmatrix} \Theta & PA_1 - N_1^T + N_2 & PE & -\bar{h}N_1^T & \bar{h}A^TW & A^TR \\ * & -(1-\mu)Q - N_2 - N_2^T & 0 & -\bar{h}N_2^T & \bar{h}A_1^TW & A_1^TR \\ * & * & -R & 0 & \bar{h}E^TW & E^TR \\ * & * & * & -\bar{h}W & 0 & 0 \\ * & * & * & * & -\bar{h}W & 0 \\ * & * & * & * & * & -R \end{bmatrix} < 0$$

$$\Theta = PA + A^TP + Q + N_1 + N_1^T \quad (6)$$

İspat: Lyapunov-Krasovskii fonksiyoneli

$$\begin{aligned} V(x_t) &= x^T(t)Px(t) + \int_{t-h(t)}^{t} x^T(s)Q\,x(s)ds \\ &+ \int_{-\bar{h}}^{0}\int_{t+\theta}^{t} \dot{x}^T(s)W\,\dot{x}(s)ds + \int_{t-d}^{t} \dot{x}^T(s)R\,\dot{x}(s)ds \end{aligned} \quad (7)$$

şeklinde seçilsin. Burada;

$$P > 0,\ Q > 0,\ R > 0,\ W > 0$$

şeklindedir. Lyapunov-Krasovskii yaklaşımına göre, bu fonksiyonelin zamana göre birinci türevi sıfırdan küçük bir sayıya eşit olursa, (1) sistemi kararlı bir sistem demektir. Bu fonksiyonelin zamana göre birinci türevi

$$\begin{aligned} \dot{V}(x_t) &= 2x^T(t)P\dot{x}(t) + x^T(t)Qx(t) \\ &- (1-\dot{h}(t))x^T(t-h(t))Qx(t-h(t)) \\ &+ \dot{x}^T(t)R\dot{x}(t) - \dot{x}^T(t-d)R\dot{x}(t-d) \\ &+ \bar{h}\dot{x}^T(t)W\dot{x}(t) - \int_{t-\bar{h}}^{t} \dot{x}^T(s)W\dot{x}(s)ds \end{aligned} \quad (8)$$

şeklindedir. $0 < h(t) \leq \bar{h}$ olduğu için

$$-\int_{t-\bar{h}}^{t} \dot{x}^T(s)W\dot{x}(s)ds \leq -\int_{t-h(t)}^{t} \dot{x}^T(s)W\dot{x}(s)ds \quad (9)$$

yazılabilir. Sistem (1), Lemma 1, (9) eşitsizliği ve N_1, N_2 uygun boyutlu herhangi matrisler olmak üzere

$$\begin{aligned} &2(x^T(t)N_1^T + x^T(t-h(t))N_2^T)\times \\ &(x(t) - x(t-h(t)) - \int_{t-h(t)}^{t} \dot{x}(s)ds) = 0 \end{aligned} \quad (10)$$

eşitliği kullanılarak

$$\begin{aligned} \dot{V}(x_t) &\leq 2x^T(t)P(Ax(t) + A_1x(t-h(t)) \\ &+ E\dot{x}(t-d)) + x^T(t)Qx(t) \\ &- (1-\mu)x^T(t-h(t))Qx(t-h(t)) \\ &- \dot{x}^T(t-d)R\dot{x}(t-d) \\ &- \frac{1}{\bar{h}}\int_{t-h(t)}^{t} \dot{x}^T(s)ds(\bar{h}W)\frac{1}{\bar{h}}\int_{t-h(t)}^{t} \dot{x}(s)ds \\ &+ (Ax(t) + A_1x(t-h(t)) + E\dot{x}(t-d))^T(\bar{h}W + R)\times \\ &(Ax(t) + A_1x(t-h(t)) + E\dot{x}(t-d)) \\ &+ 2(x^T(t)N_1^T + x^T(t-h(t))N_2^T)\times \\ &(x(t) - x(t-h(t)) - \int_{t-h(t)}^{t} \dot{x}(s)ds) \end{aligned} \quad (11)$$

elde edilebilir. Bu eşitsizlik sağ tarafındaki terimler düzenlenerek

$$\dot{V}(x_t) \le \eta^T(t)(\psi + \Gamma^T(\bar{h}W + R)\Gamma)\eta(t) < 0 \quad (12)$$

şeklinde vektör ve matris formunda yazılabilir. Burada

$$\eta^T(t) = \left[\; x^T(t),\, x^T(t-h(t)),\, \dot{x}^T(t-d),\, \frac{1}{\bar{h}}\int_{t-h(t)}^{t} \dot{x}^T(s)ds \;\right],$$

$$\Gamma = \begin{bmatrix} A & A_1 & E & 0 \end{bmatrix}$$

ve

$$\psi = \begin{bmatrix} \Pi & PA_1 - N_1^T + N_2 & PE & -\bar{h}N_1^T \\ * & -(1-\mu)Q - N_2 - N_2^T & 0 & -\bar{h}N_2^T \\ * & * & -R & 0 \\ * & * & * & -\bar{h}W \end{bmatrix}$$

$$\Pi = PA + A^TP + Q + N_1 + N_1^T$$

şeklindedir. (12)'nin içindeki

$$\psi + \Gamma^T(\bar{h}W + R)\Gamma$$

terimine Schur Komplementi uygulanırsa

$$\begin{bmatrix} \Gamma_1 & \Gamma_2 & PE & -\bar{h}N_1^T & \bar{h}A^T & A^T \\ * & \Gamma_3 & 0 & -\bar{h}N_2^T & \bar{h}A_1^T & A_1^T \\ * & * & -R & 0 & \bar{h}E^T & E^T \\ * & * & * & -\bar{h}W & 0 & 0 \\ * & * & * & * & -\bar{h}W^{-1} & 0 \\ * & * & * & * & * & -R^{-1} \end{bmatrix} < 0$$

$$\Gamma_1 = PA + A^TP + Q + N_1 + N_1^T,$$

$$\Gamma_2 = PA_1 - N_1^T + N_2,$$

$$\Gamma_3 = -(1-\mu)Q - N_2 - N_2^T$$

elde edilir. Elde edilen bu eşitsizliğin içerisinde *R, W* ile terslerinin de bulunması lineer olmayan bir durum yaratmaktadır. Bir LME elde etmek için bu eşitsizlik soldan ve sağdan

$$\Phi = \begin{bmatrix} I & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & W & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & R \end{bmatrix} \quad (13)$$

ile çarpılıp, Schur Komplementi uygulanırsa (6) eşitsizliği elde edilir ve ispat tamamlanmış olur.

Durum geri beslemeli kontrol problemi

(1) ile verilen sistem bir kontrol girdisi eklenerek:

$$\begin{aligned} &\dot{x}(t) = Ax(t) + A_1x(t-h(t)) + E\dot{x}(t-d) + Bu(t) \\ &x(t_0+\theta) = \phi(\theta), \quad \forall\theta \in [-\tau, 0], \qquad (14) \\ &(t_0, \phi) \in R^+ \times C_{\tau,n} \end{aligned}$$

şeklinde ele alınsın. Burada $u(t) \in R^m$ sistemin kontrol girdisi, *B* ise uygun boyutlu sabit sistem matrisidir. Bu sistemi kararlı hale getirmek için

$$u(t) = Kx(t) \quad (15)$$

şeklinde bir durum geri besleme kontrolü tanımlansın. Burada *K* uygun boyutlu düzenleyici bir matristir. Bu kontrol (14) sistemine uygulanırsa;

$$\dot{x}(t) = A_kx(t) + A_1x(t-h(t)) + E\dot{x}(t-d) \quad (16)$$

kapalı çevrim sistemi elde edilir. Burada $A_k = A + BK$ 'dir.

Teorem 2: $\bar{h} > 0, \mu, \alpha_1, \alpha_2$ sayıları verilsin ve $\mu(x_t)$ kararlı bir operatör olsun. Bu takdirde aşağıdaki simetrik LME'yi sağlayan uygun boyutlu simetrik

$$X > 0,\; \tilde{Q} > 0,\; \tilde{R} > 0,\; \tilde{W} > 0$$

matrisleri ve herhangi *Y* matrisi varsa (14) sistemini kararlı hale getiren (15) formunda bir geri besleme kontrolü vardır

$$\begin{bmatrix} \Omega_1 & \Omega_2 & E\tilde{R} & -\bar{h}\alpha_1\tilde{W} & \Omega_4 & \Omega_5 & X \\ * & \Omega_3 & 0 & -\bar{h}\alpha_2\tilde{W} & \bar{h}\tilde{Q}A_1^T & \tilde{Q}A_1^T & 0 \\ * & * & -\tilde{R} & 0 & \bar{h}\tilde{R}E^T & \tilde{R}E^T & 0 \\ * & * & * & -\bar{h}\tilde{W} & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & -\bar{h}\tilde{W} & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & -\tilde{R} & 0 \\ * & * & * & * & * & * & -\tilde{Q} \end{bmatrix} < 0$$

$$\Omega_1 = AX + BY + XA^T + Y^T B^T + 2\alpha_1 X,$$
$$\Omega_2 = A_1\tilde{Q} - \alpha_1\tilde{Q} + \alpha_2 X,$$
$$\Omega_3 = -(1-\mu)\tilde{Q} - 2\alpha_2\tilde{Q},$$
$$\Omega_4 = \bar{h}XA^T + \bar{h}Y^T B^T,$$
$$\Omega_5 = XA^T + Y^T B^T. \qquad (17)$$

İspat: Lyapunov-Krasovskii fonksiyoneli (7)'deki gibi seçilip, Teorem 1'in ispatında izlenen yol izlenir ise;

$$\begin{bmatrix} \Gamma_1 & \Gamma_2 & PE & -\bar{h}N_1^T & \bar{h}A_k^T & A_k^T \\ * & \Gamma_3 & 0 & -\bar{h}N_2^T & \bar{h}A_1^T & A_1^T \\ * & * & -R & 0 & \bar{h}E^T & E^T \\ * & * & * & -\bar{h}W & 0 & 0 \\ * & * & * & * & -\bar{h}W^{-1} & 0 \\ * & * & * & * & * & -R^{-1} \end{bmatrix} < 0$$

$$\Gamma_1 = PA_k + A_k^T P + Q + N_1 + N_1^T,$$
$$\Gamma_2 = PA_1 - N_1^T + N_2,$$
$$\Gamma_3 = -(1-\mu)Q - N_2 - N_2^T$$

eşitsizliği elde edilir. Elde edilen bu eşitsizlikte $PA_k + A_k^T P$, R, R^{-1}, W ve W^{-1} terimleri lineer olmayan bir durum yaratmaktadır. Lineer bir matris eşitsizliği elde etmek için bu eşitsizlik $X = P^{-1}, \tilde{Q} = Q^{-1}, \tilde{R} = R^{-1}, \tilde{W} = W^{-1}$ $N_1 = \alpha_1 P,\ N_2 = \alpha_2 Q$ olmak üzere, soldan ve sağdan

$$\Phi = \begin{bmatrix} X & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \tilde{Q} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \tilde{R} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \tilde{W} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I \end{bmatrix} \qquad (18)$$

matrisi ile çarpılıp Schur Komplementi uygulanırsa;

$$\begin{bmatrix} \lambda_1 & \lambda_2 & E\tilde{R} & -\bar{h}\alpha_1\tilde{W} & \bar{h}XA_k^T & XA_k^T & X \\ * & \lambda_3 & 0 & -\bar{h}\alpha_2\tilde{W} & \bar{h}\tilde{Q}A_1^T & \tilde{Q}A_1^T & 0 \\ * & * & -\tilde{R} & 0 & \bar{h}\tilde{R}E^T & \tilde{R}E^T & 0 \\ * & * & * & -\bar{h}\tilde{W} & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & -\bar{h}\tilde{W} & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & -\tilde{R} & 0 \\ * & * & * & * & * & * & -\tilde{Q} \end{bmatrix} < 0$$

$$\lambda_1 = A_k X + XA_k^T + 2\alpha_1 X,$$
$$\lambda_2 = A_k X + XA_k^T + 2\alpha_1 X,$$
$$\lambda_3 = -(1-\mu)\tilde{Q} - 2\alpha_2\tilde{Q}$$

elde edilir. Burada $A_x X = AX + BKX$ için $KX = Y$ olarak tanımlanırsa (17) elde edilir ve ispat tamamlanmış olur.

Örnekler

(14) sistemi

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix},\quad A_1 = \begin{bmatrix} -0.1 & 0.1 \\ 0.2 & 0 \end{bmatrix},$$
$$E = \begin{bmatrix} 0.36 & 0.25 \\ -0.1 & 0.2 \end{bmatrix},\quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \qquad (19)$$

matrisleri ile ele alınsın. Durum geri beslemeli kontrol ile sistemi kararlı hale getirmeyi mümkün kılan durum gecikmesinin üst sınırı $\bar{h} > 0$ ve türevinin üst sınırı μ değerleri, $\alpha_1 = 0.1,\ \alpha_2 = 2.5$ için Tablo 1'de verilmiştir.

Tablo 1. Durum geri beslemesi ile (19) sistemini kararlı yapan $\bar{h} > 0$ ve μ değerleri

$\bar{h}$	1.5	1	0.8	0.5
μ	3.7	4	4.2	4.5

Ayrıca $\alpha_1 = 0.1,\ \alpha_2 = 0.1$ için $\mu = 0, \bar{h} = 7$ ve $\mu = 0.8, \bar{h} = 7$ elde edilebilmektedir.

Şimdi (14) sistemi sabit durum gecikmesi ve $E = 0$ için

$$A=\begin{bmatrix}0 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix},\quad A_1=\begin{bmatrix}-1 & -1\\ 0 & -0.9\end{bmatrix},\quad B=\begin{bmatrix}0\\ 1\end{bmatrix} \qquad (20)$$

matrisleri ile ele alınsın.

$\alpha_1 = -0.101,\ \alpha_2 = 0.0089$ değerleri için Tablo 2'deki değerler elde edilmiştir.

Tablo2. Durum geri beslemesi ile (20)sistemini kararlı yapan $\bar{h} > 0$ değerleri

Yöntem	$\bar{h}$
Fridman, 2003	1.408
Fridman ve Shaked, 2002	1.510
Gao ve Wang, 2003	3.2
Zhang vd., 2005	6
Teorem 2	6.4

Sonuçlar

Bu çalışmada ilk önce, durumunun gecikmesi zaman değişkenli, durumunun zamana göre birinci türevinin gecikmesi sabit olan lineer neutral bir sistem tanıtılmıştır. İncelenen sistemin asimptotik kararlılığı için yeterli koşullar Lyapunov-Krasovskii yaklaşımı ile LME cinsinden elde edilmiştir. Daha sonra bu sistemi kararlı hale getirmek için, durum geri besleme kontrol kuralı bir kontrol girdisi vasıtası ile sisteme uygulanarak, elde edilen kapalı çevrim sisteminin kararlılığı için yeterli koşullar yine Lyapunov-Krasovskii yaklaşımı ile LME cinsinden elde edilmiştir. Burada incelenen tüm sistemler için yeterli koşullar sistemlerin durumlarındaki gecikmeye bağımlı ve durumlarının zamana göre birinci türevinin gecikmesinden bağımsız olarak elde edilmişlerdir.

Bu konuda literatürde olan çalışmalarda sistemlerin durum gecikmesinin zamana göre birinci türevinin birden küçük bir sayıya eşit olma şartı ortadan kaldırılmıştır. Ayrıca durum gecikmeli kontrol probleminde yeterli koşul olan LME'yi elde etme aşamasında lineer olmayan bir matris eşitsizliği ile karşılaşılmıştır. Yeterli koşulları bir LME cinsinden elde etmek için elde edilen lineer olmayan eşitsizlik soldan ve sağdan, simetrik ve pozitif tanımlı bir köşegen bir matris ile çarpılmıştır. Bu işlem bu konuda yapılan önemli bir çalışma olan Zhang ve diğerleri (2005)'de yeterli koşulları LME cinsinden elde etmek için yapılan işlemleri oldukça kısaltmış ve sayısal sonuçların bu çalışmadan daha iyi çıktığı gözlenmiştir.

Kaynaklar

Fridman, E., (2003). Delay dependent stability and H_∞ control: Constant and time varying delays, *International Journal of Control*, **76**, 1, 48-60.

Fridman, E. ve Shaked, U., (2002). An improvement stabilization method for linear time delay systems, *IEEE Transactions on Automatic Control*, **47**, 11, 1931-1937.

Gao, H.J. ve Wang, C.H., (2003). Comments and Further results on a descriptor system approach to H_∞ control of linear time delay systems, *IEEE Transactions on Automatic Control*, **48**, 3, 520-525.

Hale, J.K. ve Lunel, S.M.V., (1991). *Introduction to functional differential equations*, App. Math. Sciences, 99, Springer – Verlag, New York.

Han, Q., (2005). A new delay dependent stability criterion for linear neutral systems with norm bounded uncertainties in all system matrices, *International Journal of Systems Science*, **36**, 8, 469-475.

Ivanescu, D., Niculescu, S.I., Dugard, L, Dion, J.M. ve Verriest, E.I., (2003). On delay dependent stability for linear neutral systems, *Automatica*, **39**, 255-261.

Mahmoud, M.S., (2000). *Robust control and filtering for time-delay systems*, Control Engineering Series, Marcel Dekker, Inc., New York.

Niculescu, S.I., Verriest, E.I., Dugard, L. ve Dion, J.M., (1998). Stability of linear systems with delayed state: A guaded tour, Grenoble, 31-38, France.

Park, J.H., (2002). Stability criterion for neutral differential systems with mixed multiple time-varying delay arguments, *Mathematics and Computers in Simulation*, **59**, 401-412.

Park, J.H., (2004). Design of a dynamic output feedback controller for a class of neutral systems with discrete and distribured delays, *IEE Proceedings Control Theory and Applications*, **151**, 610-614.

Wu, M., He, Y. ve She, J.H., (2004). New Delay dependent stability criteria and stabilizing method for neutral systems, *IEEE Transactions on Automatic Control*, **49**, 12, 2266-2270.

Xu, S., Lam, J., Yang, C. ve Verriest, E.I., (2003). An LMI approach to guaranteed cost control for uncertain linear neutral delay systems, *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, **13**, 35-53.

Yue, D., ve Han, Q.L., (2004). A delay dependent stability criterion of neutral systems and its applications to a partial element equivalent circuit model, *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, **51**, 12, 685-689.

Zhang, X.M., Wu, M., She, J.H. ve He, Y., (2005). Delay dependent stabilization of linear systems with time-varying state and input delays, *Automatica*, **41**, 1405-1412.