

Skaler Gürsey modelinden esinlenmiş modeller

Bekir Can LÜTFÜOĞLU*, **Mahmut HORTAÇSU**

İTÜ Fen Bilimleri Enstitüsü, Fizik Mühendisliği Programı, 34469, Ayazağa, İstanbul

Özet

Doğadaki tüm parçacıkların yapıtaşının fermiyonlar olduğu düşüncesiyle yazılan teorilerden biri de Gürsey tarafından sunulan klasik konformal değişmez modeldir. Modelin klasik çözümleri Kortel tarafından verilmiştir. Kuantum mekaniksel yapısı ise sonraki yıllarda, Gürsey'in polinom olmayan Lagranjiyenine denk olduğu düşünülen bir eşdeğer Lagranjiyen yazılarak, incelenmiştir. Denk model kuantize edilerek Gürsey modelinin de kuantize edildiği iddia edilmiştir. Bu çalışmada model, pertürbatif ve pertürbatif olmayan yöntemlerle incelenmiştir. Modelde, serbest durumda kütesiz olan fermiyonların yüksek mertebelerde de kütle kazanmadığı Dyson-Schwinger denklemi çözümlenerek gösterilmiştir. Alanların etkileşimleri incelendiğinde, Yukawa tipi etkileşmelerin sonlu kaldığı, modelin temel parçacıkları olan fermiyonların fiziksel süreçlerde yer almadığı bulunmuştur. Bethe-Selpter denklemleri çözümlenerek sonuçlar yüksek mertebeler için de kontrol edilmiştir. Bu triviyal modelde renormalizasyon gerektiren tek etkileşmenin dört skaler etkileşmesidir. Literatürde triviyal Nambu-Jona-Lasinio modelinin belirli şartlarda ayar model haline getirilmesiyle trivial olmayan sonuç verdiği gösterilmiştir. Eşdeğer modelin de, triviyal olmayan bir model haline gelebilmesi için öncelikle abelyen gerçek vektör alanı yeni bir kuplaj sabiti ile modele eklenmiştir. Önceki modele ait bazı özelliklerin değiştiği görülmüştür. Bunlardan en önemlisi temel parçacıkların fiziksel süreçlerde yer alabilmesidir. Modelin renormalizasyon grubu denklemleri çözüldüğünde, "Landau Kutbu" problemiyle karşılaşmıştır ve trivial olmayan model elde edilememiştir. Probleminin kaldırılması için abelyan vektör alanı yerine abelyan olmayan vektör alanı modele eklenmiştir. Yeni modelin renormalizasyon grup denklemleri bir çevrime kadar çözülmüş ve detaylıca incelenmiştir. Belirli şartlar altında trivial olmayan bir model elde edilmiştir.

Anahtar Kelimeler: *Kompozit skaler alanlar, triviyallik, renormalizasyon grup denklemleri, Landau kutbu.*

*Yazışmaların yapılacağı yazar: Bekir Can LÜTFÜOĞLU. bcan@itu.edu.tr; Tel: (212) 285 72 26.

Bu makale, birinci yazar tarafından İTÜ Fen Bilimleri Enstitüsü, Fizik Mühendisliği Programı'nda tamamlanmış olan "Non perturbative investigation of a fermionic model " adlı doktora tezinden hazırlanmıştır. Makale metni 22.05.2009 tarihinde dergiye ulaşmış, 09.06.2009 tarihinde basım kararı alınmıştır. Makale ile ilgili tartışmalar 30.04.2011 tarihine kadar dergiye gönderilmelidir.

Models inspired by the scalar Gürsey model

Extended abstract

To write a field theoretical model which has nonzero values for the coupling constants at zeroes of the beta function of the renormalization group is an endeavor which is still continuing in particle physics. The ϕ^4 theory is a "laboratory" where different methods in quantum field theory are first applied. The perturbatively nontrivial ϕ^4 in four dimensions was shown to go to a free theory as the cut-off is lifted. During the last twenty years, many papers were written on making sense out of "trivial models", interpreting them as effective theories without taking the cutoff to infinity. One of these models is the Nambu Jona-Lasinio model, hereafter NJL. Although this model is shown to be a trivial one in four dimensions, since the coupling constant goes to zero with a negative power of the logarithm of the ultraviolet cut-off, as an effective model in low energies it gives us important insight to several processes.

There were also attempts, by Bardeen et al., to couple the NJL model to a gauge field, the so called gauged NJL model, to be able to get a non-trivial field theory. It was shown that if one has sufficient number of fermion flavors, such a construction is indeed possible.

There are other models, made out of only spinors, which were constructed as alternatives of the original Heisenberg model, the first model given as "a theory of everything", using only spinors. The Gürsey model was proposed, before the NJL model, as a substitute for the Heisenberg model. The Classically the Gürsey model had the conformal symmetry. It had classical solutions, given by Kortel, which were interpreted as instantons and merons by Akdeniz, much like the solutions of the Yang-Mills (YM) theories. It had one important defect, though. Its non-polynomial Lagrangian made the use of standard methods in its quantization not feasible. Akdeniz et al. tried to make quantum sense of this model a while ago. They defined an equivalent Lagrangian, inspired by Gross-Neveu, which is polynomial. They quantized the equivalent model by this way the Gürsey model. They concluded that the model was resulted as a "trivial model". In other words the processes involving the constituent spinors resulted freely.

Here we want to give a new interpretation of that work. We go to higher orders in our calculation in the new version, beyond the one loop for the scattering processes. It is shown that by using the Dyson-Schwinger and Bethe-Salpeter equations some of the fundamental processes can be better understood. We see that while the non-trivial scattering of the fundamental fields is not allowed, bound states can scatter from each other with non-trivial amplitudes. This phenomena can be understood as an example of treating the bound states, instead of the principal fields, as physical entities, that go through physical processes such as scattering.

In our model we need an infinite renormalization in one of the diagrams. Further renormalization is necessary at each higher loop, like any other renormalizable model. The difference between our model and other renormalizable models lies in the fact that, although our model is a renormalizable one using naive dimensional counting arguments, we have only one set of diagrams which is divergent. We need to renormalize only one of the coupling constants by an infinite amount. This set of diagrams, corresponding to the scattering of two bound states to two bound states, have the same type of divergence in the dimensional regularization scheme for all odd number of loops. The contributions from even number of diagrams are finite, hence require no infinite renormalization.

Using a new interpretation of the model and taking hints from the work of Bardeen et al., we studied a model, which classically simulates the Gürsey model, by coupling constituent U(1) gauge field to the spinors. We investigated whether this new coupling makes this new model a truly interacting one. We found that we are mimicking a gauge Higgs Yukawa (gHY) system, which had the known problems of the Landau pole, with all of its connotations of triviality.

Then we studied our original model, coupled to a SU(N) gauge field, instead. We derived the renormalization group (RG) equations in one loop, and tried to derive the criteria for obtaining nontrivial fixed points for the coupling constants. Finally we showed that the renormalization group equations give indications of a nontrivial field theory when it is gauged with a SU(N) field.

Keywords: Composite scalar fields, triviality, renormalization group equations, Landau pole.

Giriş

Doğadaki tüm parçacıkların yapıtaşının fermiyonlar olduğu düşüncesi, geçmiş yüzyılın ortalarına kadar uzanan ve üzerinde halen çalışmaların devam ettiği konulardan biridir (Heisenberg, 1954; Klauder, 2007). Bu amaçla yazılan modellerden biri de Feza Gürsey'e aittir. Bu klasik konformal değişmez modelin Lagranjiyeni aşağıdaki gibi ifade edilmiştir (Gürsey, 1956).

$$L = \bar{\psi}(i\gamma^\mu \partial_\mu)\psi + (g\bar{\psi}\psi)^{4/3} \quad (1)$$

Modelin klasik çözümleri aynı yıl içerisinde Fikret Kortel tarafından verilmiştir (Kortel, 1956). Kuantum mekaniksel yapısı ise daha sonraki yıllarda incelenmiştir (Akdeniz vd., 1982). Bu çalışmalara göre Gürsey'in polinom olmayan Lagranjiyenine eşdeğer bağ denklemleri bir polinom Lagranjiyen

$$L = \bar{\psi}(i\gamma^\mu \partial_\mu)\psi + g\bar{\psi}\psi\phi + \lambda(g\bar{\psi}\psi - a\phi^3) \quad (2)$$

şeklinde ifade edilebilir. Modelin kuantizasyonu Denklem (2) kullanılarak yapıldığında, iki modelin denk olduğu iddiası orjinal Gürsey Modelinin de kuantize edildiğini ortaya koymuştur (Akdeniz vd., 1982; Akdeniz vd., 1983). Ayrıca aynı yıllarda bazı fiziksel süreçlerle ilgili çalışmalar da yapılmıştır (Arık ve Hortaçsu, 1983).

Son yıllarda kuantum alan teorisinde pertürbatif olmayan yöntemlerin kullanılması güncel bir konudur. Bu çalışmada da bu model pertürbatif ve pertürbatif olmayan yöntemlerle incelenmeye çalışılmıştır.

Model

Çalışmalara Denklem (1)'de verilen Gürsey modelinin Denklem (2)'de verilen eşdeğer modeline eşdeğerliğini göstererek başlanılmıştır. Ayrıca iki modelin de γ^5 simetrisi altında değişmez kaldığını gösterilmiştir. Çalışmalarımıza ilk kez Dirac (1964)'in ortaya koyduğu bağ analizi yöntemi ile devam edilmiştir. Eşdeğer modelin dört tane birincil, iki tane ikincil bağ şartı verdiği bulunmuştur. Bütün bağların ikinci sınıf bağ olduğu gösterildikten sonra Faddeev-Popov determinantı hesaplanılmıştır. Eşdeğer modelin

kuantizasyonu yapılmıştır. Yol entegralleri yöntemini kullanarak alanların uygun bir ötelenmesinde etkin Lagranjiyeni bulunmuştur.

$$L_{etkin} = \bar{\psi}(i\gamma^\mu \partial_\mu + g\Phi)\psi - \frac{a}{4!}\Phi^4 + L_{hayalet} \quad (3)$$

Bu öteleme sonucunda, ifademize dahil olan iki adet kompozit skaler alandan sadece bir tanesinin etkileşmeye girdiği diğerinin ise sistemden dekuple olduğu görülmüştür. Bu kompozit alanın ters propagatörünün sonsuz kısmı boyutsal analiz yöntemi kullanılarak hesaplanmıştır ve aşağıdaki sonuca ulaşılmıştır:

$$D_\Phi^{-1}(q) = -i \frac{4\pi^2}{g^2} \frac{\varepsilon}{q^2} \quad (4)$$

Burada $\varepsilon = 4 - d$ boyut düzeltme parametresidir. Bu sonuç çalışmanın en önemli sonuçlarından biridir. Modelin başlangıçta skaler alan için bir kinetik terimi yoktur. Buna karşılık modelin yapıtaşı olan fermiyonların kullanılmasıyla dinamik olarak türemiştir. Bir başka şekilde söylemek gerekirse, 1-halka düzeltmeleri bu terimi üretmiştir. Modelde, fermiyonların serbest durumda kütleleri yoktur. Propagatörü Denklem (5)'te verilmiştir.

$$D_\psi^{-1}(p) = i \frac{P_\mu \gamma^\mu}{p^2} \quad (5)$$

Yüksek mertebelerde bu şartın geçerliliği incelemek üzere, Dyson-Schwinger denklemini hesaplanmıştır (Miransky, 1993). Yüksek mertebelerde dinamik simetrisinin kırılmadığı dolayısıyla fermiyon propagatörünün kütleli kaldığını bulunmuştur.

Alan etkileşimleri incelendiğinde, Yukawa tipi etkileşmelerin sonlu kaldığı ve modelin temel alanı olan fermiyonların saçılmadığı bulunmuştur. Bütün bu etkileşmelerin yüksek mertebelerde sağlandığı Bethe-Salpeter denklemleri yazılarak kontrol edilmiştir.

Sistemde renormalizasyon gerektiren tek etkileşmenin dört skaler etkileşmesi olduğu bulunmuştur. Boyutsal analiz yöntemine göre bu etki-

leşmedeki sonsuzluk logaritmiktir. Bu etkileşmenin iki, üç ve dört çevrim gibi yüksek mertebelere etkileşimlerinde ortaya çıkabilecek en kötü sonsuzluğun bir çevrimdeki gibi logaritmik olduğu bulunmuştur. Bu nedenle spinör-skaler kuplaj sabitinin *koşmadığına* karar verilmiştir.

Bütün bu analizlerin sonucunda, modeldeki temel parçacıklar olan fermiyonların etkileşmediği, buna karşılık sadece kompozit skaler alanların etkileşmelerde rol oynayabileceği sonucuna ulaşılmıştır (Hortaçsu ve Lütfüoğlu, 2006).

U(1) vektör ayar alanı eklenmiş model

Modelin temel yapıtaşlarının fiziksel süreçlerde yer almaması, bunun yerine kompozit parçacıkların fiziksel süreçlerde gözlemlenebilmesi son derece ilginç bir sonuçtur. Buna karşılık modelimiz triviyal bir modeldir.

Literatür araştırmaları Nambu-Jona-Lasinio modelinin ayar model (gNJL) haline getirilmesi durumunda bazı şartlar altında triviyal olmayan sonuç verdiğini göstermiştir (Bardeen vd., 1986; Leung vd., 1986; Reenders, 2000). Modeli ayar model yapmak için gerçek vektör alanı yeni bir kuplaj sabiti yardımıyla Lagranjiyene eklenmiştir.

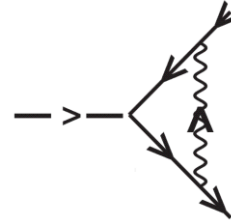
$$L_{etkin} = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} + \bar{\psi}(i\gamma^\mu D_\mu + g\Phi)\psi - \frac{a}{4!} \Phi^4 + L_{hayalet} + L_{ayar} \quad (6)$$

Burada, $D_\mu = \partial_\mu + ieA_\mu$ kovaryant türevdir. Model ayar değişmezdir. Bağ analizinin yeniden yapılması sonucunda, Faddeev-Popov determinantı ve etkin Lagranjiyenin değiştiği bulunmuştur. Buna karşılık, yeni alanımızın kompozit skalerle kuple olduğunu gösteren bir katkı gelmemektedir. Ayar alanının propagatörü Feynman ayarında aşağıdaki gibidir:

$$D_A^{-1}(k) = -i \frac{g^{\mu\nu}}{k^2} \quad (7)$$

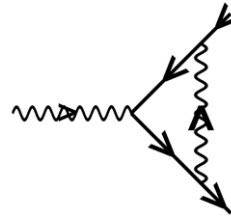
Modelde artık fermiyon-vektör, fermiyon-skaler ve dört skaler alan öz-etkileşmelerine karşılık gelen üç adet kuplaj sabitleri bulunmaktadır.

Modele ayar alan eklenmesi ile birlikte önceki modelde elde edilen bazı sonuçlar değişmiştir. Artık iki spinör parçacık vektör alan yardımıyla saçılabilir. Bu saçılmanın en düşük mertebesi ağaç diyagramlarıyla gösterilebilir ve bir üst mertebeden kutu saçılması sonlu kalmaktadır. Vektör alanların kullanılmasıyla spinör parçacık üretimi mümkün hale gelmektedir. Önceki modelde Yukawa etkileşmesine birinci mertebeye düzeltilmesi sonlu katkı gelmekteydi. Ayar alanının modele eklenmesi nedeniyle birinci mertebeye düzeltilmesi logaritmik sonsuzluk vermektedir (Şekil 1). Dolayısıyla renormalize edilmesi gerekir.



Şekil 1. Yukawa köşesi düzeltmesi

Ayar modelde, fermiyonlar vektör alanla da etkileşir. Dört vektör alan etkileşmesi simetriden dolayı renormalizasyon gerektirmez. Vektör spinör köşesinde ise, vektör alan düzeltilmesi logaritmik sonsuz olduğundan renormalizasyon gerektirirken (Şekil 2) kompozit skaler alan düzeltilmesi sonludur ve renormalizasyon gerektirmez.



Şekil 2. Spinör-vektör köşesi düzeltmesi

Ayar modelin 1-halkaya kadar renormalizasyon grup (RG) denklemleri aşağıdaki gibidir:

$$\begin{aligned} 16\pi^2 \frac{d}{dt} e(t) &= be^3(t) \\ 16\pi^2 \frac{d}{dt} g(t) &= -cg(t)e^2(t) \\ 16\pi^2 \frac{d}{dt} a(t) &= -ug^4(t) \end{aligned} \quad (8)$$

Burada “b”, “c”, “u” pozitif katsayılardır. RG denklemlerinin bir çevrim çözümlerinde "Landau Tekillliği" elde edilir (Hortaçsu vd., 2007).

$$\begin{aligned} e(t)^2 &= \frac{e_0^2}{z(t)} \\ g(t) &= g_0 z(t)^{2c/b} \\ a(t) &= a_0 + \frac{ug_0^4}{2e_0^2(2c+b)} z(t)^{\frac{2c}{b}+1} \end{aligned} \quad (9)$$

Burada $z(t) = 1 - \frac{2be_0^2}{16\pi^2}t$ olarak tanımlıdır.

Açıkça görüldüğü gibi çözümlerde, bulunan t 'nin sonlu bir değerinde etkileşme sabitlerinde bir ıraksaklık bulunmaktadır. Bu ıraksaklığa, belirli bir momentum değeri için etkileşme sabitinin ıraksaması, "Landau Kutbu" denir ve karşımıza çıkan bu ıraksama kuantum elektro dinamiğinde iyi bilinen bir triviyallik problemidir. Benzer bir problem vektör Gürsey modelinde de karşılaşılmıştır (Lütfüoğlu ve Taşkın, 2007). Gelecek bölümde bu ıraksaklığı kaldırılmak için yeni model oluşturulacaktır.

SU(N) vektör ayar alanı eklenmiş model

Landau tekillüğün kaldırılması için sisteme abelyen bir grup yerine abelyen olmayan bir ayar alanı eklenebilir. Bu çalışma literatürdeki bazı çalışmalarının ışığı altında incelemeye çalışılacaktır (Harada vd., 1994).

Modele $SU(N_c)$ ayar alanı ekleyince etkin Lagranjiyen

$$\begin{aligned} L_{etkin} &= \sum_{i=1}^{N_F} \bar{\psi}_i (i\gamma^\mu D_\mu + g\Phi)\psi_i - \frac{a}{4!}\Phi^4 \\ &\quad - \frac{1}{4}Tr[F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}] + L_{hayalet} + L_{ayar} \end{aligned} \quad (10)$$

şeklinde verilebilir. Burada N_F çeşni sayısıdır. Ayar alanı $SU(N_c)$ renk grubunun adjoint gösterimine aittir. D_μ kovaryant renk türevidir. g , a , e kuplaj sabitleri sırasıyla Yukawa, kuartik

skaler ve ayar kuplaj sabitleridir. N_F çeşni N_c renk sayısı ile aynı mertebededir.

Modelin bir halka yaklaşımında üç etkileşme sabitinin de sonsuz renormalizasyona ihtiyaç vardır. Renormalizasyonda μ_0 düşük enerjilerin referans noktası olarak alınabilir ve $t = \ln(\mu/\mu_0)$ tanımlanabilir. Burada μ renormalizasyon noktasıdır. Model için bir halka üzerinden RG denklemleri aşağıdaki gibidir

$$\begin{aligned} 16\pi^2 \frac{d}{dt} e(t) &= -be^3(t) \\ 16\pi^2 \frac{d}{dt} g(t) &= -cg(t)e^2(t) \\ 16\pi^2 \frac{d}{dt} a(t) &= -ug^4(t) \end{aligned} \quad (11)$$

Burada verilen “b”, “c”, “u” pozitif katsayıları daha önce verilenlerden farklı olarak aşağıdaki gibi tanımlıdır:

$$\begin{aligned} b &= \frac{11N_c - 4T(R)N_F}{3} \\ c &= 6C_2(R) \\ u &= 8N_F N_c \end{aligned} \quad (12)$$

Burada

$$C_2(R) = \frac{N_c^2 - 1}{2N_c} \quad \text{ve} \quad T(R) = \frac{1}{2}$$

şeklinde tanımlıdır.

RG denklemlerinin çözümlerinden ilki $\alpha_0 = \frac{e_0^2}{4\pi}$ olmak üzere

$$e^2(t) = e_0^2(t) \left(1 + \frac{b\alpha_0}{2\pi} t \right)^{-1} \quad (13)$$

olarak elde edilir. Yeni bir tanımla

$$\eta(t) \equiv \frac{\alpha(t)}{\alpha} = \frac{e^2(t)}{e_0^2} = \left(1 + \frac{b\alpha_0}{2\pi} t \right)^{-1} \quad (14)$$

şeklinde ifade edilebilir. İkinci RG denklemi çözümü bir RG değişmezi kullanılarak

$$H(t) = (c-b)\eta^{-1+\frac{c}{b}} \frac{e^2(t)}{g^2(t)} \quad (15)$$

ifade edilebilir. $H(t)$ bir sabit olduğundan H_0 olarak adlandırılabilir. İkinci RG denkleminin çözümü yeniden aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$g^2(t) = \frac{(c-b)}{H_0} \eta^{-1+\frac{c}{b}} e^2(t) \quad (16)$$

Bir başka RG değişmezi $K(t)$ tanımlanarak – üçüncü ve sonuncu RG denklemi çözülebilir:

$$K(t) = -u\eta^{-1+\frac{2c}{b}} \left[1 - \frac{2(2c-b)}{u} \frac{a(t)}{g^2(t)} \frac{e^2(t)}{g^2(t)} \right] \quad (17)$$

$K(t)$ 'de bir sabit olduğundan K_0 olarak adlandırılabilir ve kuartik kuplaj sabitinin çözümü denklem (18)'deki gibi yazılabilir.

$$a(t) = \frac{u(c-b)^2 e_0^2}{2H_0^2(2c-b)} \left[\eta^{-1+\frac{2c}{b}} + \frac{K_0}{u} \right] \quad (18)$$

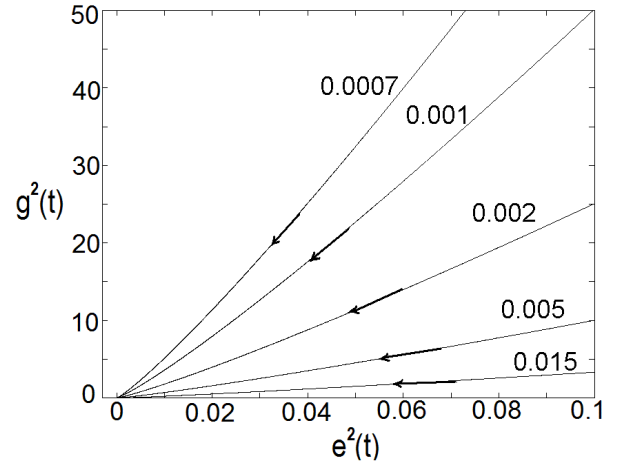
Bu sonuçlar, bazı limitler için ayrıca irdelenmiştir. Modelin RG denklemlerinin çözümleri kullanılarak hangi koşullarda triviyal olmayan bir sonuca ulaşabileceği aşağıdaki gibi kriterlerle özetlenebilir:

1. Bütün koşan kuplaj sabitleri sonlu bir enerjide ($t > 0$) iraksamamalıdır.
2. Koşan kuplaj sabitleri özdeş olarak sıfırlanmamalıdır.
3. Koşan kuplaj sabitleri reel değerli olmalıdır. Bu üniterlik için şarttır.
4. Vakum stabilitesi için kuplajlar pozitif değer almalıdır.

RG denklemlerinin sabit nokta çözümü, $H_0 = K_0 = 0$, incelenirse iki adet çözüm bulunur. Bunlardan biri, uygun şartlar altında koşan kuplaj sabitlerinin bir sabite eşitlenebileceğini gösterir. Dolayısıyla Yukawa ve kuartik skaler

kuplajının davranışı ayar kuplajınca belirlenir. Bu ise Kubo, Sibold ve Zimmerman'ın ortaya koyduğu kuplaj sabitinin indirgenmesine karşılık gelmektedir (Kubo vd., 1989). RG denklemleri açısından ise Pendleton-Ross (PR) sabiti olarak isimlenir (Pendleton ve Ross, 1981).

$H_0 \neq K_0 \neq 0$, değerleri için kuplaj sabitlerinin davranışları ayrıca incelenebilir. $c > b$ ve $b > c$ durumları için, Yukawa kuplajı farklı davranmaktadır. $H_0 \neq 0$ ve $c > b$ iken Yukawa kuplajı asimptotik serbesttir. Şekil 3'te $g^2(t)$ 'nin $e^2(t)$ 'ye değişimi $c = 8$, $b = 7$ katsayıları için çizilmiştir.



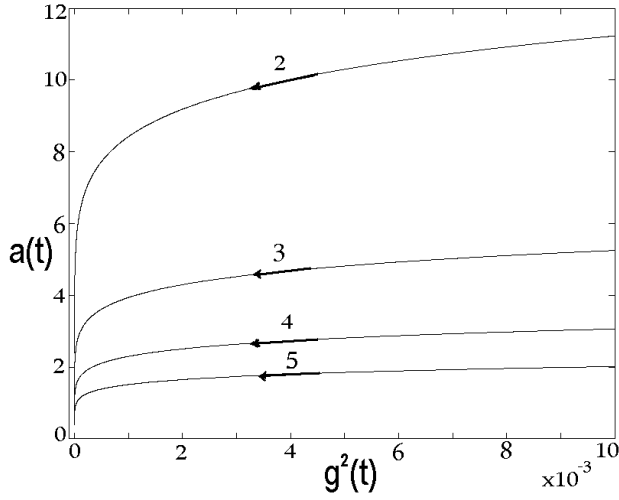
Şekil 3. RG akış diyagramı

Oklar morötesi bölgesine doğru akış yönlerini göstermektedir. Her iki kuplaj sabiti de t sonuza giderken orijine yakınsamaktadır. Bu nedenle model, asimptotik serbestlik kriterine uyumaktadır.

Kuartik skaler kuplaj da çeşitli limitlerde incelenmiştir. Bunlardan Standart Modele uygun olan çözümü seçilerek $K_0 = 0$ seçilebilir. Şekil 4'te $[a(t), g^2(t)]$ düzleminde $H_0 > 0$ değerleri için RG akış diyagramı çizilmiştir. Burada ayar kuplajı 1 olarak alınmıştır.

Grafikte morötesi limit orijindedir ve her iki kuplaj sabiti de sifıra yaklaşarak asimptotik serbestlik göstermektedir. Modelde her sonlu enerji seviyesine karşılık gelen bir kuplaj sabiti vardır.

Bunun anlamı daha önce karşılaşılan Landau kutbu probleminden kurtulmasıdır. Model trivial bir model değildir.



Şekil 4. RG akış diyagramı

Sonuç

Polinom olmayan Gürsey modelinin öncelikle polinom eşdeğeri yazılmış ve eşdeğerlilikleri incelenmiştir. Eşdeğer modelin kuantizasyonu yapılarak Gürsey modelinin de kuantize edildiği ortaya konmuştur. Modeldeki etkileşimler perturbatif ve perturbatif olmayan yöntemler kullanılarak incelenmiştir. Birçok açıdan ilginç sonuçlar verdiği anlaşılmıştır. Bunlardan en çarpıcı olanı, modelin temel yapıtaşısı olan fermiyonların fiziksel süreçlerde yer almadığı, buna karşılık kompozit parçacıkların fiziksel süreçlerde yer aldığı bir modelin bulunmasıdır. Bu trivial modelde sonsuzluk veren ve renormalizasyon gerektiren tek etkileşme dört skaler alanların etkileşmesidir.

Sonraki çalışmalarda, trivial olmayan bir model elde edebilmek için, eşdeğer model ayar model haline getirilmiştir. İlk olarak abelyan olmayan gerçek bir vektör alan modele eklenmiştir. Model detaylıca incelendiğinde, ayar-Higgs-Yukawa modeline benzer bir model elde edildiği ortaya çıkmıştır. Modelde temel alanların fiziksel süreçlerde yer alabildiği görülmüştür. RG denklemleri 1-halkaya kadar yazılmış, çözümleri verilmiştir. Bu çözümlerde Landau kutbu elde edilmiştir. Kuantum elektrodinamiği-

nin de sahip olduğu bu problem modelin trivial bir model olduğunu göstermiştir.

Trivial olmayan model arayışları bizi, abelyan ayar alanı yerine abelyan olmayan ayar alanın kuple edilmesine itmiştir. SU(N) ayar alanının kuplajı, Landau tekilliğini ortadan kaldırmıştır. Çalışmada üç kuplaj sabitine ait renormalizasyon grup denklemleri 1-halkaya kadar elde edilmiş ve çözümlerinin detaylı analiziyle modelin trivial olmayan bir model olduğu perturbatif olmayan incelemeyle gösterilmiştir. Bu çalışmalara göre cut-off parametresi sonuza giderken kuplaj sabitleri de asimptotik olarak sıfıra gitmektedir. Diğer bir değişle, model asimptotik serbestlik göstermektedir. Sabit nokta çözümlerine ulaşılmış ve modelin trivial olmayan sabit noktalarının olabileceği ortaya konulmuştur.

Kaynaklar

- Akdeniz, K., Arık, M., Durgut, M., Hortaçsu, M., Kaptanoğlu, S. ve Pak, N.K., (1982). The quantization of the Gürsey Model, *Physics Letters B*, **116**, 34-36.
- Akdeniz, K., Arık, M., Hortaçsu, M. ve Pak, N., (1983). Gauge bosons as composites of fermions, *Physics Letters B*, **124**, 79-82.
- Arık, M. ve Hortaçsu, M., (1983). Parton-like behavior in a pure fermionic model, *Journal of Physics G*, **9**, 7, L119-L124.
- Bardeen, W., Leung, C. ve Love, S., (1986). Dilation and chiral-symmetry breaking, *Physical Review Letters*, **56**, 1230-1233.
- Dirac, P.A.M., (1964). *Lectures on quantum mechanics*, Belfer Graduate School of Science Yeshiva University, New York.
- Gürsey, F., (1956). On a conform-invariant spinor wave equation, *Nuovo Cimento*, **3**, 988-1006.
- Harada, M., Kikukawa, Y., Kugo, T. ve Nakono, H., (1994). Nontriviality of Gauge-Higgs-Yukawa System and renormalizability of Gauge NJL Model, *Progress of Theoretical Physics*, **92**, 1161-1184.
- Heisenberg, W., (1954). Zur quantentheorie nichtrenormierbarer wellengleichungen (on the quantum theory of nonrenormalized wave equations), *Zeitschrift für Naturforschung*, **9A**, 292-303.
- Hortaçsu, M. ve Lütfüoğlu, B.C., (2006). A pure spinor model with interacting composites, *Modern Physics Letters A*, **21**, 653-662.

- Hortaçsu, M., Lütfüoğlu, B.C. ve Taşkın, F., (2007). Gauge system mimicking the Gürsey Model, *Modern Physics Letter A*, **22**, 2521-2531.
- Klauder, J., (2007). A new approach to nonrenormalizable models, *Annals of Physics*, **322**, 2569-2602.
- Kortel, F., (1956). On some solutions of Gürsey conformal-invariant spinor wave equation, *Nuovo Cimento*, **4**, 210-215.
- Kubo, J., Sibold, K. ve Zimmermann, W., (1989). Cancellation of divergencies and reduction of couplings in the Standard Model, *Physics Letter*, **220**, 191-194.
- Leung, C., Love, S. ve Bardeen, W., (1986). Spontaneous symmetry breaking in scale invariant quantum electrodynamics, *Nuclear Physics B*, **273**, 649-662.
- Lütfüoğlu, B.C. ve Taşkın, F., (2007). Renormalization group analysis of a Gürsey Model inspired the Field Theory II, *Physical Review D*, **76**, 105010.
- Miransky, V. (1993). *Dynamical symmetry breaking in quantum field theories*, World Scientific, Singapore.
- Pendleton, B. ve Ross, G., (1981). Mass and mixing angle predictions from infrared fixed points, *Physics Letter B*, **98**, 291-294.
- Reenders, M., (1999). Dynamical symmetry breaking in the Gauged Nambu Jona Lasinio Model, *Doktora tezi*, Groningen University.