itüdergisi/***c***
fen bilimleri
Cilt:6, Sayı:1, 107-112
Kasım 2008

Bir vektör Gürsey modelinin renormalizasyon grubu analizi

Ferhat TAŞKIN*, Mahmut HORTAÇSU

İTÜ Fen Bilimleri Enstitüsü, Fizik Mühendisliği Programı, 34469, Ayazağa, İstanbul

Özet

Fermiyonlar doğanın vazgeçilmez yapıtaşlarıdır. Sadece Fermiyonları kullanarak doğayı açıklayan bir model kurmak tekrar eden bir fikirdir. Bu doğrultuda bir deneme de Gürsey'in çalışmasıdır ve bu çalışmada polinom olmayan Lagrange fonksiyonu kendi kendine etkileşen spinörleri tanımlamak için yazılmıştır. Bu modelin önemi konformal değişmez olması ve klasik çözümlere sahip olmasıdır. Kortel bu teori için sonradan instantonik ve mezonik çözümler olduğu gösterilen bir çözüm bulmuştur. Akdeniz ve diğerleri (1982, 1983) tarafından vektör Gürsey modeline eşdeğer polinom Lagrange fonksiyonu yazılması ve kuantize edilmesi için bir kaç çalışma yapılmıştır. Eşdeğer modelde temel alanların birbirleriyle saçılmaları entegral sınırı sonsuza götürüldüğünde yani cut-off kaldırıldığında sıfir olmaktadır. Diğer alanlardan oluşturulan, diğer bir deyişle kompozit olan alanların birbirleriyle saçılmaları sonlu kalmaktadır ve kompozit alanlarla spinör alanların etkileşmeleri sıfır saçılma genliğine sahiptir. Sonuç olarak temel spinör alanlar için sonlu renormalizasyona sahip model elde edilmiştir. Cut-off kaldırıldığında etkileşmelerin sıfırdan farklı olduğu model, başka bir deyişle trivial olmayan model arayışlarına modele skaler alan eklenerek devam edilmiştir. Önceki modele ait bazı özelliklerin değiştiği görülmüştür. Modelde bazı etkileşmeler için sonsuz renormalizasyona ihtiyaç vardır. Model için renormalizasyon grubu denklemleri oluşturulup çözümler elde edildiğinde kuantum elektro dinamiğinde çok iyi bilinen "Landau Kutbu" problemi ile karşılaşılmıştır. Landau kutbu probleminin kaldırılması için polinom Lagrange fonksiyonuna değişik gruplarda skaler ve/veya vektör alanlar eklenmiştir ve altı tane yeni model oluşturulmuştur. Oluşturulan modellerin sadece bir tanesinde Landau kutbu bulunmadığı görülmüştür ve trivial olmayan bir model elde edilmiştir.

Anahtar Kelimeler: *Kompozit parçacıklar, bağlı model, renormalizasyon grubu.*

*Yazışmaların yapılacağı yazar: Ferhat TAŞKIN. taskinf@itu.edu.tr; Tel: (212) 285 72 23.

Bu makale, birinci yazar tarafından İTÜ Fen Bilimleri Enstitüsü, Fizik Mühendisliği Programında tamamlanmış olan "Bir fermiyonik vektör modelin ayar dönüşümleri altında davranışlarının incelenmesi" adlı doktora tezinden hazırlanmıştır. Makale metni 17.12.2007 tarihinde dergiye ulaşmış, 03.01.2008 tarihinde basım kararı alınmıştır. Makale ile ilgili tartışmalar 31.03.2009 tarihine kadar dergiye gönderilmelidir.

Renormalization group analysis of a vector Gürsey model

Extended abstract

To find a non-trivial field theoretical model is one of the outstanding problems in theoretical high energy physics. The perturbatively nontrivial ϕ^4 theory in four dimensions was shown to go to a free theory as the cut-off was lifted a while ago. The Nambu-Jona-Lasinio model, which is non-renormalizable perturbatively, was also shown to go to a trivial model. There are claims that the gauged Nambu-Jona-Lasinio model may give a non-trivial theory for a non realistically large number of flavors. All these examples show that the search for non-trivial models may be an interesting endeavor. On the other hand, there are two-dimensional models with infinite number of local and non-local charges. These models were shown to give scattering matrices without particle production indicating a behavior not expected from fully interacting theories. When the symmetry present in these models is broken, these models give rise to particle production in perturbative calculations.

Another class of models are those with zero scattering amplitudes for the constituent fields, even though their Lagrangians seem to have non-zero interaction terms. These interactions arise from constraints. An example of them is taking a product of the constituent field equal to a power of the auxiliary field, i.e. forming composites of the constituent fields. The interaction of the constituent field with the composite field is defined. The Lagrangian contains the kinetic part of only the constituent spinor fields and the kinetic terms for the composites are formed as a result of vacuum polarizations of the composite field due to its interaction with the constituent field. Such models simulate the models with only spinors.

The first work on models with only spinors goes back to the work of Heisenberg. Gürsey proposed his model as a substitute for the Heisenberg model in the fifties. This spinor model is important since it is conformally invariant classically and has classical solutions which may be interpreted as instantons and merons, similar to the solutions of pure Yang-Mills theories in four dimensions. This original model can be generalized to include vector, pseudovector and pseudoscalar interactions. A while ago, Akdeniz et al. claimed to have written a polynomial Lagrangian equivalent to the one given by Gürsey. Now we know that the models studied are only naively equivalent to these spinor models. He, with his collaborators, has also shown that in some of these models, the interaction of the spinor field with other spinors goes to zero. The model is not only asymptotically free, it is actually free, meaning that the coupling constant goes to zero as the cut-off is removed.

We could not find physical processes which give results indicative of an interacting theory. With this motivation we want to give a new interpretation of the old work of Akdeniz et al.. First of all we see that the polynomial form of the original Gürsey model really does not correspond to it in the exact sense. The two versions obey different symmetries. Then we go to higher orders in our calculation in the new version, beyond the one loop for the scattering processes. We see that while the non-trivial scattering of the fundamental fields is not allowed, bound states can scatter from each other with non-trivial amplitudes. In our model we find that we do not need an infinite renormalization in any of the diagrams. We need to renormalize the coupling constants by a finite amount. The contributions from even number of diagrams are finite, hence require no infinite renormalization. The scattering of two vectors to four, or to any higher even number of vectors is finite, while the productions of spinors from the scattering of vectors go to zero as the cut-off is removed. A further point would be to couple an elementary scalar field to the model similar to the work of Bardeen et al. We see that some properties of the previous model are changed drastically. In our new model spinors can scatter from each other and some interactions are needed infinite renormalization. We need to renormalize the coupling constants by an infinite amount. Using renormalization group analysis techniques we construct the renormalization group equations for the model. When the renormalization group equations are solved, we encounter the "Landau Pole" problem which is well known in quantum electro dynamics. It means that the model is trivial. To find non-trivial model we can add scalar and vector fields, which have different symmetries, to the polynomial Lagrangian. We see that only one of them gives non-trivial model result in the constructed model.

Keywords: *Composite particles, constrained model, renormalization group.*

Giriş

Sadece spinörleri kullanarak doğayı açıklayan bir model oluşturmak geçmişten beri tekrar eden bir fikirdir. Bu modellerde bozonlar da spinör alanlarının karışımı olarak yapılandırılmaktadır. Heisenberg (1954) sadece spinörleri kullanarak "Herşeyin Teorisi"ni yapmak için çalışmıştır. Bu doğrultuda başka bir deneme de Feza Gürsey'in (1956) çalışmasıdır ve bu çalışmada polinom olmayan Lagrange fonksiyonu kendi kendine etkileşen spinörleri tanımlamak için yazılmıştır. Bu spinör modelin önemi klasik olarak konformal değişmez olması ve klasik çözümlere sahip olmasıdır. Fikret Kortel (1956) bu teori için bir çözüm bulmuştur ve daha sonradan çözümlerin instantonik ve mezonik çözümler olduğu gösterilmişir (Akdeniz, 1982). Ayrıca bulunan çözümler dört boyutta saf Yang-Mills teorisinin çözümleriyle benzerlik göstermektedir. Gürsey modeli skaler, pseodoskaler ve pseodovektör etkileşmeler için de genelleştirilebilir.

Bu çalışmada ilk olarak polinom formundaki model incelenecek daha sonra modele gerçek skaler alan eklenerek iki model arasındaki farklar ortaya konacaktır (Lütfüoğlu ve Taşkın, 2007). Son olarak trivial olmayan bir teori elde edebilmek için modeller oluşturulup incelenecektir.

Model

Feza Gürsey tarafından önerilmiş dört boyutta sadece spinörlerden oluşan Lagrange fonksiyonu aşağıdaki gibidir

$$L = \bar{\psi}(i\partial - m)\psi + \left[\left(\bar{\psi}\gamma_\mu\psi\right)\left(\bar{\psi}\gamma^\mu\psi\right)\right]^{2/3}. \qquad (1)$$

Model iki yardımcı vektör alan tanımlanarak aşağıdaki gibi polinom formuna dönüştürülebilir (Akdeniz vd, 1982)

$$\begin{aligned} L = \bar{\psi}(i\partial_\mu\gamma^\mu - ig\partial_\mu\gamma^\mu g^{-1} + eG_\mu\gamma^\mu \\ + e\lambda_\mu\gamma^\mu - m)\psi - e^4\lambda_\mu G^\mu G^2. \end{aligned} \qquad (2)$$

Denklem (1)'de verilen model denklem (2)'de verilen modele eşit değildir, çünkü iki modelde farklı simetrilere sahiptirler.

Modeli sürekli olarak kuantize etmek için yol entegralleri yöntemi kullanılmalıdır. Modelde Faddeev-Popov determinantını hesaplamak için ilk olarak bağ hesabının yapılması gerekmektedir. Model için bağlar aşağıdaki gibidir:

$$\begin{aligned} &\pi = \frac{\delta L}{\delta(\partial_0\bar{\psi})} = 0, \qquad \bar{\pi} = \frac{\delta L}{\delta(\partial_0\psi)} = i\bar{\psi}\gamma_0, \\ &\rho_\mu = \frac{\delta L}{\delta(\partial_0\lambda_\mu)} \approx 0, \quad \alpha_\mu = \frac{\delta L}{\delta(\partial_0 G_\mu)} \approx 0, \\ &\sigma_\mu = \bar{\psi}\gamma_\mu\psi - e^3 G_\mu G^2 \approx 0, \\ &\varphi_\mu = \bar{\psi}\gamma_\mu\psi - e^3\lambda_\mu G^2 - 2e^3\lambda G G_\mu \approx 0. \end{aligned} \qquad (3)$$

Bağların birbirlerine göre Poisson parantezleri, $\{\theta_i, \theta_j\}$, sıfırsa bağlar birinci sınıf bağlardır değilse ikinci sınıf bağlardır ve θ_i'ler modeldeki bağları temsil etmektedir. Bütün bağlar ikinci sınıf bağlardır (Dirac, 1966) ve bağlar 6x6 boyutunda bir matris oluştururlar. Oluşturulan matris yardımıyla Faddeev-Popov determinantı $\det\left[\left|\{\theta_i, \theta_j\}\right|\right]^{1/2}$ denklemi ile elde edilir. Yol entegralleri yöntemi kullanılarak bütün kanonik momentumlar üzerinden entegral alınırsa bölüşüm fonksiyonu ve etkin Lagrange fonksiyonu

$$\begin{aligned} &Z = \int D\bar{\psi} D\psi D\lambda_\psi DG_\psi D\bar{C}_\mu DC_\nu \exp\left(i\int d^4x L_{etkin}\right), \\ &L_{etkin} = \bar{\psi}(i\partial_\mu\gamma^\mu - ig\partial_\mu\gamma^\mu g^{-1} + eG_\mu\gamma^\mu \\ &\qquad + e\lambda_\mu\gamma^\mu - m)\psi - e^4\lambda_\mu G^\mu G + L_{hayalet} \end{aligned} \qquad (4)$$

olarak elde edilir. Denklemde $\bar{C}$ ve C Faddeev-Popov hayalet alanlardır ve $L_{hayalet} = i\bar{C}_\mu e^3\left(g^{\mu\nu}G^2 + 2G^\mu G^\nu\right)C_\nu$ olarak tanımlıdır. Alanlar aşağıdaki gibi yeniden tanımlanabilir:

$$\begin{aligned} &J_\mu = -\frac{i}{e} g\partial_\mu g^{-1} + eG_\mu + e\lambda_\mu, \\ &F_\mu = \lambda_\mu - G_\mu, \\ &A_\mu = G_\mu + \lambda_\mu + 2g\partial_\mu g^{-1}. \end{aligned} \qquad (5)$$

Yeni alan dönüşümleri altında etkin eylem

$$S_{etkin} = Tr\ln\left(i\partial_\mu \gamma^\mu + eJ_\mu \gamma^\mu - m\right) + \int d^4x \left[e^4 J^4 + di\breve{g}er\ terimler\right] \quad (6)$$

olarak elde edilir. Etkin eylemin birinci türevleri alınarak iribaşlar (tadpole) yokedilebir ve ikinci türevleri alınarak ters propagatörler elde edilebilir. Vektör alan için ters propagatör

$$\left.\frac{\partial^2 S_{etkin}}{\partial J_\mu \partial J_\nu}\right|_{J_\mu=0} = -\frac{e^2}{2\pi^2}\left(p_\mu p_\nu - g_{\mu\nu}p^2\right) \left[\frac{1}{\varepsilon} + sonlu\ terimler\right] \quad (7)$$

olarak elde edilir ve denklemde $\varepsilon = 4 - d$ boyut düzeltme parametresidir. Bağ denklemlerinden gelen hayalet alanlar da dahil olmak üzere bütün diğer alanlar modelden düşmektedir. Etkileşen alanlar sadece spinörler ve kompozit vektör alanlardır. Feynman ayarında vektör alan propagatörü $\varepsilon g^{\mu\nu}/p^2$ gibidir. Vektör alan için başlangıçta kinetik kısım olmamasına rağmen bir halka düzeltmeleri bu terimi üretmiştir ve dinamik bir varlık kazandırmıştır. Spinör propagatörüne yüksek mertebeden katkılar Schwinger-Dyson denklemi ile hesaplanabilir, fakat yüksek mertebeden katkıların spinör kütlesine katkı getirmediği görülmüştür.

Oluşturulan bu modelde sadece vektör alanlar saçılabilmektedir ve sonlu saçılma genliğine sahip oldukları görülmüştür, çünkü her bir probagatör ε katkısı içermektedir. Ayrıca ağaç diyagramlarına gidildiğinde spinörlerin vektör alanlarla saçılmaları sonlu saçılma genliğine sahiptir. Dörtlü vektör alan saçılmasının bir halka düzeltmesi spinör kutu diyagramı spinör QED'de sonlu olarak bilinmektedir (Feynman, 1949). Spinör alan saçılmaları ise ε mertebesinde sıfır olmaktadır. Sonuç olarak bileşik spinör alanlar için sonlu renormalizasyona sahip bir model elde edilmiştir (Hortaçsu ve Taşkın, 2007).

Skaler alan eklenmiş model

Çalışmalarımıza literatürdeki çalışmalara (Bardeen vd., 1986; Leung vd., 1986) benzer olarak modele gerçek kütlesiz skaler alan eklenebilir. Bu durumda skaler alan eklenmiş modelin etkin Lagrange fonksiyonu aşağıdaki gibidir

$$L_{etkin} = \overline{\psi}(i\partial_\mu \gamma^\mu - ig\partial_\mu \gamma^\mu g^{-1} + eG_\mu \gamma^\mu + e\lambda_\mu \gamma^\mu - m)\psi - e^4 \lambda_\mu G^\mu G + L_{hayalet} + \frac{1}{2}\left(\partial_\mu \phi\right)^2 - y\overline{\psi}\phi\psi - \frac{a}{4}\phi^4. \quad (8)$$

Modele ek olarak iki yeni etkileşme sabiti gelmiştir. Bu etkileşme sabitleri Yukawa tipi etkileşme için y ve dörtlü skaler etkileşme için a şeklindedir. Uygun alan dönüşümlerinin yapılması ve hayalet alanların modelden düşmesi ile etkin Lagrange fonksiyonu

$$L_{etkin} = \overline{\psi}(i\partial_\mu \gamma^\mu + eJ_\mu \gamma^\mu - y\phi - m)\psi - e^4 J^4 + \frac{1}{2}\left(\partial_\mu \phi\right)^2 - \frac{a}{4}\phi^4 \quad (9)$$

olarak elde edilir. Skaler alan için normal kütlesiz skaler alan propagatörü kullanılacaktır. Vektör alan ve spinör alan propagatöründe bir değişiklik bulunmamaktadır.

Modele skaler alan eklenmesi ile birlikte önceki modelde elde edilen bazı sonuçlar değişmiştir. Artık iki spinör alan saçılabilmektedir. Bu saçılmanın en düşük mertebesi ağaç diyagramlarıyla gösterilebilir ve bir üst mertebeden kutu saçılması sonlu kalmaktadır. Kompozit vektör alanların saçılmalarından spinör parçacık üretimi mümkün hale gelmektedir. Vektör alan spinör alan etkileşmesine skaler alan birinci mertebeden katkıda bulunmaktadır. Katkı olarak gelen saçılma sonsuzluk içermektedir ve sonsuz renormalizasyona ihtiyacı vardır. Skaler alanın eklenmesiyle önceki modelde bulunmayan spinör-skaler alan etkileşmesi mevcuttur. Bu etkileşmenin bir halka üzerinden katkıları incelendiğinde skaler alandan gelen katkının sonsuzluk içerdiği görülmüştür ve sonsuz renormalizasyona ihtiyacı vardır. Ayrıca denklem (9)'da bulunan dörtlü skaler alan etkileşmesi de sonsuzluk içermektedir. Hesaplar sırasında karşılaşılan bu sonsuzlukların renormalizasyon grubu (RG) yöntemi kullanılarak yok edilebilir.

RG denklemleri ve çözümleri

Skaler alan eklenmiş modeldeki üç etkileşme sabitinin de sonsuz renormalizasyona ihtiyaç vardır. Renormalizasyonda μ_0 düşük enerjilerin referans noktası olarak alınabilir ve $t = \ln(\mu/\mu_0)$ tanımlanabilir burada μ renormalizasyon noktasıdır. Model için bir halka üzerinden RG denklemleri aşağıdaki gibidir

$$\begin{aligned} 16\pi^2 \frac{d}{dt} y(t) &= Ay^3(t), \\ 16\pi^2 \frac{d}{dt} e(t) &= Be(t)y^2(t), \\ 16\pi^2 \frac{d}{dt} a(t) &= Ca^2(t) - Dy^4(t). \end{aligned} \tag{10}$$

Burada A, B, C ve D sabitlerdir. RG denklemlerinin çözümleri

$$\begin{aligned} y^2(t) &= \frac{y_0^2}{Z(t)}, \\ e^2(t) &= e_0 Z^{-B/2A}(t), \\ a(t) &= \frac{y_0^2}{C}\frac{A \pm \sqrt{A^2 + CD}}{Z(t)} \end{aligned} \tag{11}$$

olarak elde edilir ve denklemde $Z(t) = 1 - \frac{Ay_0^2}{8\pi^2} t$ olarak tanımlıdır. Açıkça görüldüğü gibi çözümlerde bulunan $Z(t)$ nedeniyle etkileşme sabitlerinde bir ıraksaklık bulunmaktadır. Bu ıraksaklığa, belirli bir momentum değeri için etkileşme sabitinin ıraksaması, "Landau Kutbu" denir ve karşımıza çıkan bu ıraksama kuantum elektro dinamiğinde iyi bilinen bir triviyallik problemidir. Sonuç olarak trivial bir teori elde edilmiştir (Lütfüoğlu ve Taşkın, 2007). Benzer bir problem skaler Gürsey modelinde de karşılaşılmıştır (Hortaçsu, Lütfüoğlu ve Taşkın, 2007). Gelecek bölümde bu ıraksaklığı kaldırılmak için yeni modeller oluşturulacaktır.

Trivial olmayan teori arayışları

Görüldüğü üzere modele minimal yolla kütlesiz temel bir skaler alan eklenmesi RG denklemlerinin çözümlerinde bir ıraksaklık oluşturmuştur. Iraksaklığı kaldırmak için polinom formundaki eşdeğer modele değişik gruplarda skaler ve/veya vektör alanlar eklenecektir. Oluşturulan modellerin RG denklemleri incelenerek ıraksaklıkları araştırılacaktır. Burada oluşturulan modeller için yapılan hesaplamalar açıkça gösterilmeyecek, sadece sonuçlara yer verilecektir.

Modele eklenebilecek alanlar ve grupları aşağıdaki gibidir

1. U(1) vektör alan eklemek,
2. Kompozit vektör alanı SU(N) yapıp modele U(1) vektör alan eklemek,
3. Kompozit vektör alanı SU(N) yapıp modele skaler alan eklemek,
4. Kompozit vektör alanı SU(N) yapıp modele skaler alan ve U(1) vektör alan eklemek,
5. Skaler alan ve U(1) vektör alan eklemek,
6. Skaler alan ve SU(N) vektör alan eklemek.

Hesaplamaların sonucunda ilk üç maddede oluşturulan modellerin RG denklem çözümlerinde Landau kutbu ile karşılaşılmıştır. Dördüncü ve beşinci maddede oluşturulan modellerde ise etkileşme sabitleri için birbirlerine bağlı çözümler elde edilmiştir, en az bir etkileşme sabiti için lineer bağımsız bir çözüme ulaşılamamıştır. Dolayısıyla sonsuzluk içerip içermediği konusunda bir sonuca ulaşılamamıştır. Son seçenekte oluşturulan modelin RG denklem çözümlerinden sonsuzluk içermeyen bir model olduğu görülmüştür ve trivial olmayan model sonuçları vermektedir. Trivial olmayan modelin RG denklem çözümleri Harada ve diğerlerinin (1994) çalışmalarında izledikleri işlem sırası takip edilerek elde edilebilir. Sonuç olarak trivial olmayan bir model elde edilmiştir (Lütfüoğlu ve Taşkın, 2007).

Sonuç

Yapılan hesaplamalar sonucunda, birbirleriyle saçılabilen ve kompozit vektör alan içeren bir model oluşturulmuştur. Bununla birlikte temel alanların birbirleriyle saçılmaları entegral sınırı sonsuza götürüldüğünde sıfır olduğu ve kompozit vektör alanların birbirleriyle saçılmalarının sonlu kaldığı görülmüştür. Aynı zamanda kompozit vektör alanlarla spinörlerin saçılmaları da sıfır saçılma genliğine sahiptir. Aynı zamanda bir spinör bir kompozit vektör alanla saçılabilir ve ağaç yaklaşımına ek olarak parçacık oluşturulabilir. Kompozit vektör alanlar etkileşmelerde gelen ya da giden parçacıklar olarak yer aldıklarında saçılma genliği sıfıra gitmektedir. Polinom formundaki modelin tek etkileşme sabiti e'nin sonsuz renormalizasyona ihtiyacı yoktur.

Modele skaler alan eklenmesi etkileşmelerin bir halka düzeltmelerine katkıda bulunmuştur ve bazı saçılma sonuçlarını değiştirmiştir. Spinör-vektör alan saçılmasında skaler alan katkısından gelen etkileşmede sonsuz renormalizasyona ihtiyaç vardır. Bir önceki modelde bulunmayan spinör-skaler alan etkileşmesinde bir skaler alan bir halka katkısı sonsuz renormalize edilmesi gerekmektedir. Ek olarak dörtlü skaler alan etkileşmesinden gelen spinör kutu etkileşmesinin de sonsuzluk içerdiği görülmüştür. Bir önceki modelde spinör-spinör etkileşmesi bulunmamaktaydı, fakat yeni modelde skaler alanın olması nedeniyle bu tür saçılmalara izin verilmektedir.

RG analiz yöntemleri kullanılarak modelde sonsuz renormalizasyona ihtiyaç duyulan etkileşmelerin RG denklemleri yazılmıştır ve kuantum elektro dinamiğinde çok iyi bilinen Landau kutbu ile karşılaşılmıştır. Sonuç olarak

modele skaler alan eklenmesine rağmen trivial bir model elde edilmiştir. Modeldeki ıraksaklığın giderilmesi için eşdeğer polinom modele değişik gruplarda skaler ve/veya vektör alanlar eklenmiştir. Oluşturulan yeni modellerin biri dışında Landau kutbu ile karşılaşılmıştır. Landau kutbu içermeyen modelin trivial olmayan model sonuçları verdiği görülmüştür.

Kaynaklar

Akdeniz, K., Arık, M., Hortaçsu, M. and Pak, N., (1983). Gauge bosons as composites of fermions, *Physics Letters B*, **124**, 79–82.

Akdeniz, K., Arık, M., Durgut, M., Hortaçsu, M., S.Kaptanoglu and N.K.Pak, (1982). A pure spinor model with composite gluons, *Physics Letters B*, **116**, 41–43.

Bardeen, W., Leung, C. and Love, S., (1986). Dilation and chiral-symmetry breaking, *Physical Review Letters*, **56**, 1230–1233.

Dirac, P.A.M., (1964). *Lectures on Quantum Mechanics*, Belfer Graduate School of Science Yeshiva University, New York.

Feynman, R., (1949). Space-time approach quantum electrodynamics, *Physical Review,* **76**, 769-789.

Gürsey, F., (1956). On a conform-invariant spinor wave equation, *Nuovo Cimento*, **3**, 988–1006.

Harada, M., Kikukawa, Y., Kugo, T. and Nakono, H., (1994). Nontriviality of gauge-higgs-yukawa system and renormalizability of gauge NJL model, *Progress of Theoretical Physics*, **92**, 1161-1184.

Hortaçsu, M., Lütfüoğlu, B.C. and Taşkın, F., (2007). Gauge system mimicking the Gürsey model, *Modern Physics Letter A*, **22**, 2521-2531.

Hortaçsu, M. and Taşkın, F., (2007). Another model with interacting composites, *International Journal of Modern Physics A*, **22**, 83–93.

Kortel, F., (1956). On same solutions of Gürsey conformal-invariant spinor wave equation, *Nuovo Cimento*, **4**, 210–215.

Leung, C., Love, S. and Bardeen, W., (1986). Spontaneous symmetry breaking in scale invariant quantum electrodynamics, *Nuclear Physics B*, **273**, 649–662.

Lütfüoğlu, B.C. and Taşkın, F., (2007). Renormalization group analysis of a Gürsey model inspired the field theory II, *Physical Review D*, **76**, 105010.